

Job Shop 调度问题的 Minimax 模型 及双空间协同遗传算法

杨宏安 席志成 夏常凯 王经国

西北工业大学现代设计与集成制造教育部重点实验室,西安,710072

摘要:针对工序加工时间不确定环境下的 Job Shop 调度问题,为了预估最差调度工况及其对应的调度性能指标边界,采用一类保守、稳健的 Minimax 分析方法,建立了基于提前/拖期惩罚成本的 Minimax 调度模型;为了解决传统基于遍历或枚举方法存在的搜索空间巨大的问题,提出并证明了给定调度顺序条件下,关于内层 Max 优化过程的凸函数定理,并依此定理提出了一种工序加工时间搜索空间过滤机制。针对 Minimax 调度问题存在的双空间寻优特性,在分析调度顺序种群和工序加工时间种群的交替进化机制的基础上,设计了一种高效的双空间协同遗传算法。最后通过仿真算例验证了该过滤机制和双空间协同遗传算法的有效性。

关键词:作业车间调度;工序加工时间不确定;提前/拖期;Minimax;双空间协同进化

中图分类号: TP301

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2015.03.009

Minimax model and Two Space Co-evolutionary Genetic Algorithm for Job Shop Scheduling Problem

Yang Hongan Xi Zhicheng Xia Changkai Wang Jinguo

Key Laboratory of Contemporary Design and Integrated Manufacturing Technology,
Northwestern Polytechnical University, Xi'an, 710072

Abstract: For the job shop scheduling problem with processing time variability, a conservative and robust Minimax analysis method was proposed to estimate the worst scenario and its corresponding bound of scheduling performance indicator. A Minimax model was formulated based on the early E/T penalty cost of each job. To solve the huge search space problem of traditional traversal or enumeration methods, a convex function theorem was proposed and proved, which can constrict and filter the processing time ranges effectively for a given scheduling sequence, and a kind of job processing times filtering mechanism was proposed based on this convex function theorem. Based on the feature of two space optimization in solving Minimax problem, a two space co-evolutionary genetic algorithm was designed with the consideration of the alternate evolutions between scheduling sequence population and processing time population. Finally, the test results demonstrate that both of the proposed filtering mechanism and two space co-evolutionary algorithm perform effectively.

Key words: job shop scheduling; processing time variability; earliness/tardiness (E/T); Minimax; two space co-evolution

0 引言

传统作业车间调度问题(job shop scheduling problem, JSSP)基本上都是假设调度参数已知且忽略各种扰动因素。然而,从辩证的观点看:在人、机、料、法、环组成的复杂制造系统中,不确定性是绝对的,而确定性则是相对的^[1]。车间内部的机器故障、刀具损坏、人员缺勤、质量问题,以及车间外部的订单调整、交货期变更诸多因素,使得车间调度具有不确定性、随机性和复杂性等显著特征,从而导致确定性调度优化方案在不确定性扰动冲击下其性能指标急剧劣化^[2]。由于操作工

人技能差异、刀具磨损、特种工艺、质量检验等诸多因素,使得工件的部分关键工序,甚至所有工序的加工时间呈现显著的不确定特征。因此,工序加工时间是 JSSP 中最普遍、最有代表性的一类不确定性因素。本文将研究对象聚焦于工序加工时间不确定环境下的作业车间调度问题(job shop scheduling problem with processing time variability, JSSP-PTV)。

目前,求解 JSSP-PTV 问题的方法分三类^[3],即随机规划方法、模糊规划方法、区间数方法,相应的对工序加工时间不确定变量的描述方式分为概率分布函数描述、模糊数描述、区间数描述。然而随机规划方法和模糊数方法都要求知道随机变量的准确概率分布,实际中由于不确定扰动因素

收稿日期:2013-11-04

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50705076);西北工业大学研究生创业种子基金资助项目(Z2013047)

众多、复杂,根本无法得到工序加工时间不确定变量的准确概率分布,但可以根据大量试验数据比较容易地确定其变化范围,因此本文以区间数这类非概率方式描述工序加工时间不确定变量。针对工序加工时间的大幅度扰动,Minimax方法是以最小化调度方案在工序加工时间所有可能取值条件下的最差性能作为调度目标,这类保守、可靠的主动调度方法可以事先预估最差情景及其对应的调度性能指标,保证调度的鲁棒性,且能够有效控制决策风险。

工序加工时间不确定因素使得调度搜索空间急剧增大。因此,如何有效缩减搜索空间是求解该类不确定调度问题的重要内容。文献[4]在单机调度问题研究中建立了基于以 Flow time 偏差为调度指标的 Minimax 模型,提出并证明了给定调度顺序条件下,该目标函数在工序加工时间取其值域上界值或下界值时取得最大值;文献[5]针对单机调度环境下的一类提前/拖期调度指标,提出并证明了一种有效预过滤搜索空间的凸函数定理。针对并行机调度问题,文献[6]建立了以 makespan 绝对偏差为调度指标的 Minimax 模型,提出并证明了与文献[4]和文献[5]类似的定理和结论。

由于 Minimax 问题中存在两个寻优空间,因此在调度算法设计时一般采用内外层嵌套或协同方法进行双空间优化求解。针对经典的 Minimax 优化问题,文献[7-8]提出了一种较为通用的双空间协同遗传算法,文献[9]分析了 Minimax 问题的双优化方向、欺骗性、内层 Max 寻优精度对整个算法性能影响较大等特征,并针对常规迭代法求解 Minimax 问题的缺陷,对算法提出了一种改进措施。针对 Minimax 调度问题的双空间优化,文献[5]针对单机调度问题采用双层嵌套遗传算法进行求解,文献[10]采用最为保守的绝对鲁棒调度策略,建立了以 makespan 为调度指标 Minimax 调度模型,并通过双空间协同算法优化求解。

现有研究基本都是基于正规调度指标的 Minimax 问题,或是简单的单机调度问题,而文献[5]所采用的双空间嵌套遗传算法虽然结构层次清晰易懂,直观地反应了内外空间的嵌套关系,但是这类传统优化求解机制由于效率低下,只适用于小规模调度问题。本文则在文献[5]的基础上,提出并证明了凸函数定理也适用于 JSSP-PTV 这类复杂的多机调度问题;针对 Minimax 调度问题的双空间优化特性,分析并提出了一种

调度顺序种群和工序加工时间种群的交替进化机制,并依此为基础,形成了一个完整的求解 Minimax 调度模型的双空间协同遗传算法(two space co-evolutionary genetic algorithm, TSC-GA),以期在工序加工时间有较大波动范围的调度环境下,为调度决策者提供一种可靠、稳健的调度指标性能界。

1 Job Shop 调度的 Minimax 模型及其特征分析

1.1 Minimax 调度模型

假设 n 个工件的组合 $J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$ 在 m 台机器的组合 $M = \{M_1, M_2, \dots, M_m\}$ 上加工,任意工件 J_i 包含 l_i 道工序 $\{O_i^1, O_i^2, \dots, O_i^{l_i}\}$, O_i^k 为 J_i 的第 k 道工序, $M(O_i^k) \in M$ 表示工序 O_i^k 的承制机器,调度任务是在满足基本工艺路线和机器能力约束的条件下,在工序加工时间可行域内寻找每个调度顺序对应的提前/拖期惩罚成本的最大值(即 Max 优化),然后在惩罚成本的最差值集合中寻找最优的调度顺序(即 Min 优化)。表 1 所示为符号说明。

表 1 Minimax 调度模型的符号说明

与工件相关的符号	与工序相关的符号
J_i : 第 i 个工件	p_i^k : 工序 O_i^k 的加工时间随机变量,其取值范围为 $[\underline{p}_i^k, \bar{p}_i^k]$,服从任意概率分布
d_i : J_i 的交货期	t_{si}^k : 工序 O_i^k 的开工时间
$C_i(x, s)$: J_i 的实际完工时间	x : 调度顺序, $x \in X = \{x_1, x_2, \dots, x_n, \dots\}$
e_i : J_i 的单位时间提前惩罚系数	s : 所有 p_i^k 在各自值域内任意取值组成的一维数组
t_i : J_i 的单位时间拖期惩罚系数	S : 工序加工时间的可行域集合, $S = \{s \mid \underline{p}_i^k \leq p_i^k \leq \bar{p}_i^k, \text{其中 } i = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, l_i\}$
E_i : J_i 的提前惩罚成本	
T_i : J_i 的拖期惩罚成本	

JSSP-PTV 问题的 Minimax 调度模型如下:

$$\min_{x \in X} \{ \max_{s \in S} \sum_{i=1}^n f_i(C_i(x, s)) \} \quad (1)$$

s. t.

$$f_i(C_i(x, s)) = e_i E_i + t_i T_i \quad (2)$$

$$E_i = \max(0, d_i - C_i(x, s)) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$T_i = \max(0, C_i(x, s) - d_i) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$s = [p_1^1 p_1^2 \dots p_1^{l_1}, \dots, p_1^{l_1} p_2^1 \dots p_2^{l_2}, \dots, p_n^1 p_n^2 \dots p_n^{l_n}] \quad (5)$$

$$t_{si}^k + p_i^k \leq t_{si}^{k+1} \quad k = 1, 2, \dots, l_i - 1 \quad (6)$$

$$t_{si}^k + p_i^k \leq t_{sj}^l \vee t_{sj}^l + p_j^l \leq t_{si}^k \quad (7)$$

$$i \neq j \wedge M(O_i^k) = M(O_j^l)$$

其中,式(1)为目标函数,即寻求所有工件的提前/拖期惩罚总成本的最大值最小的最优调度顺序。式(2)为工件 J_i 的提前/拖期惩罚成本,当工件提前完工时,将只有提前惩罚成本;拖期完工时,将只有拖期惩罚成本;两者不可能同时取值。

式(3)和式(4)分别为工件 J_i 的提前和拖期惩罚成本。式(5)为工序加工时间一维数组,即所有工序加工时间 p_i^k 在各自取值范围内任意取值组成的一维数组, p_i^k 服从任意概率分布。式(6)为工艺路线约束,即同一工件 J_i 内两道相邻工序之间的时序关系约束。式(7)为机床能力约束,即同一承制机床上加工工序队列的时序关系约束。

1.2 工序加工时间不确定条件下的 Minimax 问题特征分析

Minimax 调度模型包括 Min 优化和 Max 优化两个截然相反的优化过程,这使得 Minimax 问题与单纯的 Min 或者 Max 问题有着显著差异。

(1)双空间寻优。由式(1)可知,Minimax 问题需要优化两个空间:调度顺序空间和工序加工时间空间。当调度顺序给定后,在加工时间空间内搜索对应的最差性能,这是一个最大化寻优过程;在最小化寻优过程中,搜索使最差性能最好的调度顺序。因此,双空间寻优的 Minimax 问题比单一空间内的传统 Min 或 Max 优化问题更为复杂。

(2)收敛过程震荡。Minimax 优化过程包括最小化和最大化两个优化进程,且二者对同一个目标函数值的寻优方向相反,因此,当两个优化进程的进化速度存在差异时,对于整个调度算法而言,调度目标函数值可能会出现显著的震荡现象,从而使得整个算法的收敛速度较慢,且呈现震荡收敛趋势。

(3)内层 Max 寻优精度对整个调度算法影响较大。Minimax 问题存在内层 Max 优化和外层 Min 优化两个寻优方向相反的过程,所以与传统 Min 优化问题的最大不同之处在于,其最终输出的目标函数值不是越小越好,一个看似最终目标函数值更小的结果,可能是外层调度顺序种群 Min 寻优彻底带来的结果,也可能是因为内层工序加工时间种群 Max 优化不彻底导致的欺骗性结果。可见,内层工序加工时间种群的寻优精度不仅指导本身的进化方向,还影响着外层调度顺序种群的进化方向。因此,内层工序加工时间种群的寻优精度对存在两空间优化的 Minimax 优化问题的整体结果影响较大。

2 内层 Max 优化的凸函数定理及工序加工时间可行域的过滤机制

由于 JSSP-PTV 问题中的工序加工时间为不确定变量,将使得整个调度搜索空间庞大。以简单的 6×6 JSSP-PTV 为例:假设各工序的加工时间服从均匀分布,且每道工序各有 10 个离散可

能取值,对于任一给定的调度顺序,其对应的整个工序加工时间搜索空间规模将达到 1036。因此,如何预先缩减工序加工时间的取值范围,并依此来有效过滤部分搜索空间,成为求解 JSSP-PTV 这类复杂不确定调度问题的首要问题之一。

在给定调度顺序 x 的条件下,

$\min_{x \in X} \{ \max_{s \in S} \sum_{i=1}^n f_i(C_i(x, s)) \}$ 将转化为只包含内层

的 Max 优化问题 $\max_{s \in S} \sum_{i=1}^n f_i(C_i(x, s))$,即在工序加工时间空间内寻找给定调度顺序 x 对应的最差性能。在单一的内层 Max 优化过程中,存在以下性质和定理:

性质 1 在给定调度顺序 x 条件下,工件的提前 / 拖期惩罚成本函数 $f_i(C_i(s)) (\forall i = 1, 2, \dots, n)$ 是关于工序加工时间一维数组 $s = [p_1^1 p_1^2 \dots p_1^{l_1}, \dots, p_i^1 p_i^2 \dots p_i^{l_i}, \dots, p_n^1 p_n^2 \dots p_n^{l_n}]$ 的凸函数。

证明:当调度顺序 x 给定时,工件 J_i 的完工时间为 $C_i(s) = \sum_{\theta_i^j \in \theta_i} p_i^j$,其中: θ_i 为与计算 $C_i(s)$ 相

关的工序集。因此, $C_i(s)$ 是 $s = [p_1^1 p_1^2 \dots p_1^{l_1}, \dots, p_i^1 p_i^2 \dots p_i^{l_i}, \dots, p_n^1 p_n^2 \dots p_n^{l_n}]$ 中各元素的非负线性组合。下面从凸函数判定定理来证明性质 1。

设 s_1, s_2 为工序加工时间可行域 S 中的任意两个不同的一维数组,且 $0 < \lambda < 1$,由上述 $C_i(s)$ 与 s 中各元素的非负线性组合性质得出

$$C_i(\lambda s_1 + (1-\lambda)s_2) = \lambda C_i(s_1) + (1-\lambda)C_i(s_2) \quad (8)$$

由式(2)和式(8)得

$$f_i(C_i(\lambda s_1 + (1-\lambda)s_2)) = f_i(\lambda C_i(s_1) + (1-\lambda)C_i(s_2)) = \max\{e_i(d_i - C_i(\lambda s_1 + (1-\lambda)s_2)), t_i(C_i(\lambda s_1 + (1-\lambda)s_2) - d_i)\} \quad (9)$$

再由式(8)和式(9)推导出

$$\begin{aligned} & \lambda f_i(C_i(s_1)) + (1-\lambda)f_i(C_i(s_2)) = \\ & \lambda \max\{e_i(d_i - C_i(s_1)), t_i(C_i(s_1) - d_i)\} + \\ & (1-\lambda) \max\{e_i(d_i - C_i(s_2)), t_i(C_i(s_2) - d_i)\} \geq \\ & \max\{\lambda e_i(d_i - C_i(s_1)) + (1-\lambda)e_i(d_i - C_i(s_2)), \\ & \lambda t_i(C_i(s_1) - d_i) + (1-\lambda)t_i(C_i(s_2) - d_i)\} = \\ & \max\{e_i(d_i - C_i(\lambda s_1 + (1-\lambda)s_2)), \\ & t_i(C_i(\lambda s_1 + (1-\lambda)s_2) - d_i)\} \end{aligned}$$

即

$$\lambda f_i(C_i(s_1)) + (1-\lambda)f_i(C_i(s_2)) \geq f_i(\lambda C_i(s_1) + (1-\lambda)C_i(s_2)) \quad (10)$$

依据凸函数判定定理^[11]和式(10)可知: $f_i(C_i(x, s))$ 是 s 的凸函数。

根据凸函数性质^[11]“有限个凸函数的非负线性组合仍然是凸函数”,则由上述关于任一工件的

提前 / 拖期惩罚成本是 s 的凸函数(性质 1), 对于 Minimax 模型中的调度目标函数(式(1)), 有以下推论:

推论 1 所有工件的提前 / 拖期惩罚总成本

$\sum_{i=1}^n f_i(C_i(s))$ 是工序加工时间一维数组 s 的凸函数。

定理 1 在给定调度顺序 x 的条件下,

$\sum_{i=1}^n f_i(C_i(s))$ 的最大值在工序加工时间可行域 S 的顶点处取得。

证明 当调度顺序 x 给定时, 由推论 1 可知:

$\sum_{i=1}^n f_i(C_i(s))$ 是关于工序加工时间一维数组 s 的凸函数, 且可行域 S 是一个凸多面体, 所以,

$\sum_{i=1}^n f_i(C_i(s))$ 的极值点必在该凸多面体的顶点处取得。

在定理 1 中, 工序加工时间可行域 S 的顶点是指每道工序加工时间只取其取值范围的上界或下界的自由组合所形成的一维数组 s 。因此, 在给定调度顺序 x 的条件下, 内层 Max 优化过程中的工序加工时间可行域 S 由

$$S = \{s = [p_1^1 p_1^2 \cdots p_1^l, \cdots, p_i^1 p_i^2 \cdots p_i^l, \cdots, p_n^1 p_n^2 \cdots p_n^l] \mid p_i^k \in [\underline{p}_i^k, \bar{p}_i^k]\}$$

缩减为

$$\cdots, p_n^1 p_n^2 \cdots p_n^l \mid p_i^k \in [\underline{p}_i^k, \bar{p}_i^k]\} \quad (11)$$

$$S = \{s = [p_1^1 p_1^2 \cdots p_1^l, \cdots, p_i^1 p_i^2 \cdots p_i^l, \cdots, p_n^1 p_n^2 \cdots p_n^l] \mid p_i^k \in \{\bar{p}_i^k, \underline{p}_i^k\}\} \quad (12)$$

式(11)表示 s 内的任一元素在其加工时间取值区间内随机取值, 而式(12)表示 s 内的任意元素的加工时间只能有两个可能取值, 即取值区间的上界值或下界值。由此, 通过定理 1 可以大幅度缩减整个工序加工时间可行域。

3 调度顺序种群和工序加工时间种群的交替进化机制

由上述 Minimax 问题特征分析可知: 对于 JSSP - PTV 调度问题而言, 其存在调度顺序和工序加工时间两个搜索空间, 由此, 在遗传算法设计时, 必然存在对应的两个种群。本文采用双空间协同遗传算法, 算法中的两个种群: 一个表示调度顺序种群 P_x , 一个表示工序加工时间种群 P_s 。在进化过程中, 各种群分别利用另一个种群的当前状态来评价自身种群个体的适应度值, 两种群以一种交替的方式梯度进化寻优, 其交替进化过程参见图 1。

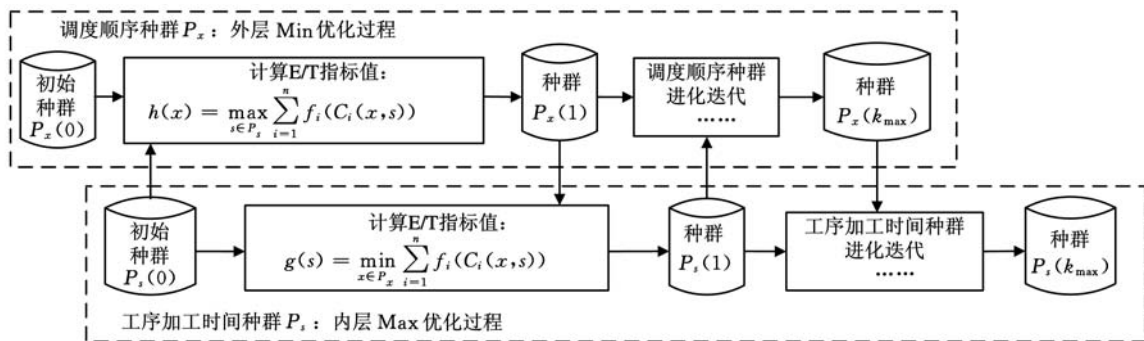


图 1 调度顺序和工序加工时间双种群的交替进化示意图

(1) 在 Min 优化过程中, 对于调度顺序种群 P_x 内的任一个体 x , 其对应的目标函数值 $h(x) = \max_{s \in P_s} \sum_{i=1}^n f_i(C_i(x, s))$ 是指在工序加工时间种群 P_s 内的最大性能指标值, 而种群 P_x 朝着 $h(x)$ 值趋小的方向进化。

(2) 在 Max 优化过程中, 对于工序加工时间种群 P_s 内的任一个体 s , 其对应的目标函数值 $g(s) = \min_{x \in P_x} \sum_{i=1}^n f_i(C_i(x, s))$ 是指在调度顺序种群 P_x 内的最小性能指标值, 而种群 P_s 则朝着 $g(s)$ 值趋大的方向进化。

表 2 为两个种群寻优的示例。在调度顺序种

群 $\{x_1, x_2, x_3\}$ 中, $h(x_1)$ 的目标函数值 8 最小, 因此, 依据该种群的 Min 优化方向, 则个体 x_1 在进化过程中更容易保留下来; 在工序加工时间种群 $\{s_1, s_2, s_3\}$ 中, $g(s_3)$ 的目标函数值 8 最大, 依据该种群的 Max 优化方向, 则个体 s_3 在进化的过程中更容易保留下来。因此, 该 Minimax 问题在进化过程中能找到最优解为 (x_1, s_3) 。

表 2 Minimax 问题寻优示例

调度顺序	加工时间			$h(x)$
	s_1	s_2	s_3	
x_1	6	3	8	8
x_2	2	10	9	10
x_3	7	1	9	9
$g(s)$	2	1	8	

4 双空间协同遗传算法(TSC - GA)

根据 Minimax 问题具有的“双空间寻优”特性、内层 Max 优化过程的凸函数定理(定理 1),以及上述调度顺序和工序加工时间两个种群的交替

进化机制的分析,提出了如图 2 所示的包括调度顺序和工序加工时间两个寻优空间的双空间协同遗传算法框架。

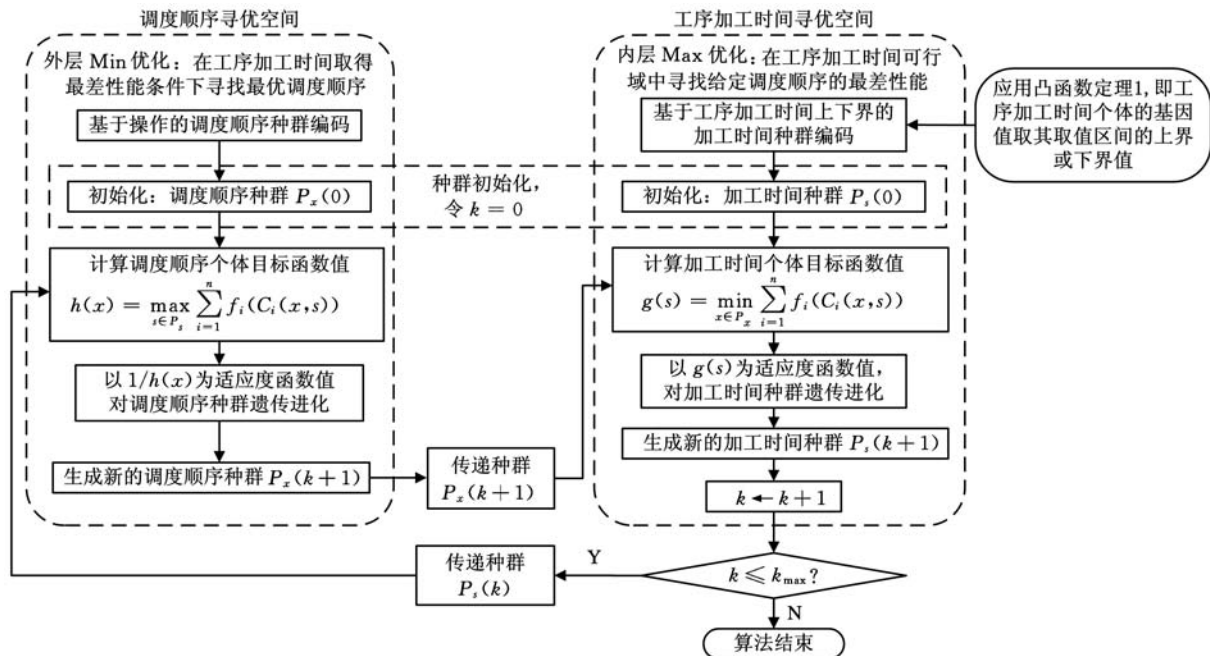


图 2 双空间协同遗传算法逻辑框图

图 2 的处理逻辑如下:

(1) 初始化。随机产生调度顺序种群 $P_x(0)$ 和加工时间种群 $P_s(0)$, 令 $k=0, k_{\max}=100$ 。

(2) 调度顺序种群目标函数值计算。对每个

$$x \in P_x(k), \text{ 计算 } h(x) = \max_{s \in P_s(k)} \sum_{i=1}^n f_i(C_i(x, s))。$$

(3) 调度顺序种群进化操作。以 $1/h(x)$ 为适应度函数, 对 $P_x(k)$ 进行复制、交叉和变异操作, 产生新种群 $P_x(k+1)$ 。

(4) 加工时间种群目标函数值计算。对每个个体 $s \in P_s(k)$, 计算其对应的目标函数值 $g(s) =$

$$\min_{x \in P_x(k+1)} \sum_{i=1}^n f_i(C_i(x, s))。$$

(5) 加工时间种群进化操作。以 $g(s)$ 为适应度函数, 对 $P_s(k)$ 进行复制、交叉和变异操作, 产生新种群 $P_s(k+1)$ 。

(6) 循环条件判断。 $k \leftarrow k+1$, 如果 $k < k_{\max}$, 转到步骤(2); 否则, 继续步骤(7)。

(7) 算法结束。

4.1 内层 Max 优化过程中的遗传算法设计

在外层给定调度顺序的条件下, 内层 Max 优化过程的主要任务是在工序加工时间可行域内寻找该调度顺序对应的最大提前/拖期惩罚成本(即 E/T)惩罚值。内层遗传算法的关键操作如下:

(1) 编码方法。工序加工时间种群采用实数编码方法^[12], 即工序加工时间个体中的基因值表示对应工序加工时间的某一样本值, 这种编码可以直接在解的表现上进行遗传操作。由于工序加工时间为不确定性变量, 若各工序加工时间在其对应的取值之间随机取值, 将导致整个搜索空间庞大。依据上述定理 1 的结论可知: 工序加工时间个体中的基因值可只取其对应取值区间的上界值或下界值, 从而大幅度压缩调度搜索空间。

(2) 交叉操作。工序加工时间种群的交叉操作采用单点交叉法^[12], 即随机确定一个交叉位置, 然后对换交叉点之后的基因片段。

(3) 变异操作。对工序加工时间种群采用单点变异方式^[12], 即随机确定一个变异位置, 当该位置上的基因值为对应取值区间的上界值时, 则变异为下界值; 否则, 变异为上界值。

(4) 选择操作。为提高遗传算法的收敛速度, 选择操作采用保优策略, 即经过交叉、变异后得到的新种群, 和交叉、变异前的种群组合成一个大种群, 计算大种群中每个个体的适应度函数值, 选取适应度值大的个体组成遗传算法进化后的新种群。

4.2 外层 Min 优化过程的遗传算法设计

在当前工序加工时间种群取得最差性能的条件下,外层 Min 优化过程的主要任务是在调度顺序种群内寻找最差性能值最小的调度顺序方案。外层遗传算法的主要操作如下:

(1)编码方法。调度顺序个体采用基于操作的编码方式^[12],即将每个染色体用 $n \times m$ 个代表操作的基因组成,其中各工件号均出现 m 次。这种编码方式的个体不仅保证了工艺约束条件,而且其任意基因串的置换排序均能表示可行调度,遗传操作过程中不会产生非法解。对应的解码过程参见文献^[12]。

(2)交叉操作。调度顺序种群采用基于 POX 的交叉算子操作^[13];这种交叉方式得到的子代能很好的继承父代优良特征,且子代总是可行的。

(3)变异操作。变异采用两点互换变异操作^[12],即随机交换两不同位置上的不同基因。

(4)选择操作。同上。

5 仿真试验及分析

5.1 JSSP-PTV 仿真算例

为了验证内层 Max 优化过程中凸函数定理的正确性,以及双空间协同遗传算法(简称 TSC-GA)的有效性,在文献^[5]算例参数的基础上,设计的 JSSP-PTV 仿真算例如下:调度问题的规模 $n \times m$ 分别为 5×3 、 10×3 、 15×3 。工序加工时间 p_i^k 随机变量服从区间为 $[\underline{p}_i^k, \bar{p}_i^k]$ 的任意分布,其中,下界值 \underline{p}_i^k 服从区间为 $[10, 50\beta_1]$ 的均匀分布, $\beta_1 \in \{0.2, 0.4\}$; 上界值 \bar{p}_i^k 服从区间为 $[\underline{p}_i^k, (1 + \beta_2)\underline{p}_i^k]$ 的均匀分布, $\beta_2 \in \{0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0\}$ 。

工件交货期 d_i 为一个确定值,每次仿真试验时从均匀分布 $(\mu - \frac{\mu R}{2}, \mu + \frac{\mu R}{2})$ 中任意取一个值,其中 $\mu = (1 - \kappa)U[C_{\max}]$, $U[C_{\max}] = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m (p_i^k + \bar{p}_i^k)/2$; $\kappa = 0.3$, $U = 0.6$ 。变量 R 、 λ 含义参见文献^[5]。仿真算例中的变量均为量纲一单位。

每一工件的提前和拖期惩罚系数从离散均匀分布^[1,3]中随机取值。

TSC-GA 算法的相关试验参数为:两个种群规模均为 40,交叉概率均为 0.8,变异概率均为 0.2,整个算法的最大迭代次数 $k_{\max} = 100$ 。仿真环境为:Windows XP Professional 操作系统,CPU 2.8 GHz,内存 2.0 GB,仿真工具采用 MAT-

LAB2010。

为详细分析 TSC-GA 算法优化 JSSP-PTV 问题时的有效性,取 $\beta_1 = 0.2$ 、 $\beta_2 = 0.4$ 中一个具体的 $5 \times 3 (n \times m)$ 问题进行详细仿真分析,具体参数如表 3 所示。

表 3 JSSP-PTV 问题的 $5 \times 3 (n \times m)$ 算例数据

工件号	工序号机器号及加工顺序(工序加工时间)			交货期	提前惩罚系数	拖期惩罚系数
	1	2	3	d	e	t
1	3[14,16]	1[16,19]	2[12,16]	39	2	3
2	3[10,14]	2[11,13]	1[12,15]	49	2	3
3	1[20,27]	2[13,16]	3[18,21]	51	2	3
4	2[19,22]	1[13,15]	3[15,18]	44	2	2
5	2[12,16]	3[13,17]	1[11,14]	45	1	2

5.2 TSC-GA 算法求解 Minimax 调度模型的震荡收敛性分析

由前述的 Minimax 问题特征分析可知,Minimax 优化过程包括最小化和最大化两个相反的优化进程,因此,其收敛过程必然具有震荡收敛趋势。以上述 5×3 的 JSSP-PTV 问题为例,TSC-GA 算法求解 Minimax 调度模型的收敛曲线如图 3 所示。

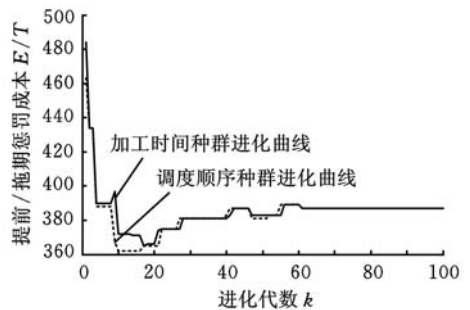


图 3 调度顺序种群和工序加工时间种群的协同进化曲线

首先进行震荡收敛性验证。从图 3 可以看出,TSC-GA 算法的进化过程为一个震荡收敛曲线,有下降过程和上升过程,但最终趋于收敛。在下降过程中:外层调度顺序种群进化速度快于内层工序加工时间种群的进化速度,此时外层 Min 优化过程起主导作用;在上升过程中:内层工序加工时间种群进化速度快于外层调度顺序种群的进化速度,此时内层 Max 优化过程起主导作用。因此,由于遗传算法固有的随机性特征,使得外层和内层两个优化空间的进化速度不一致,从而使得 Minimax 调度问题具有显著的震荡收敛特性。

然后,对双空间协同遗传算法收敛性进行分析:双空间协同遗传算法基于一种交替进化的思想,内层 Max 优化和外层 Min 优化过程是交替并列进行寻优的,内层 Max 优化过程利用外层的调度顺序种群评价自身个体适应度,指导自身种

群进化方向;外层 Min 优化过程利用内层的工序加工时间种群评价自身个体适应度,指导自身种群进化方向。因此,内层 Max 优化过程和外层 Min 优化过程都有自身单独进化时种群的最优值,虽然两条曲线有各自的进化轨迹,但当算法整体收敛时,即找到最优调度顺序及对应取到最差性能值的工序加工时间时,两曲线必然收敛到一起。

5.3 工序加工时间过滤机制及算法有效性验证

为了验证基于凸函数定理(定理 1)的工序加工时间可行域过滤机制对内层 Max 优化过程的有效性,采用与 5.2 节相同的调度算例进行仿真试验。当外层遗传算法给定一个调度顺序后,Minimax 调度模型中的式(1)将转化为单一的 Max 优化问题。为保证算例的连续性及方便相关结果的分析,取 5.2 节中寻优结果得到的调度顺序[5 3 2 2 2 3 5 1 5 1 4 3 4 1 4]进行分析。图 4 所示为在该调度顺序条件下,内层遗传算法在运用工序加工时间可行域过滤机制(即工序加工时间随机变量仅取区间的上下界)和未运用过滤机制(即工序加工时间变量随机取值)两种情况下的进化曲线图。

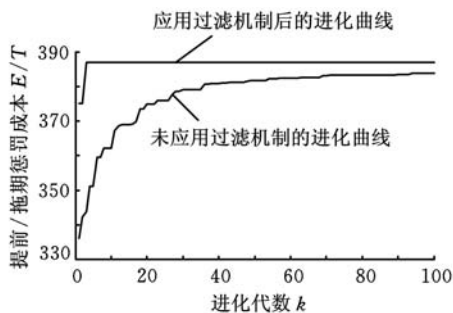


图 4 给定调度顺序条件下内层 Max 进化曲线

下面对工序加工时间过滤机制有效性进行验证分析。从图 4 可以看出,在相同迭代次数情况下,曲线 1 的 E/T 值大于曲线 2 的值;另外,曲线 1 在第 5 代就收敛至最大值 387,而曲线 2 在内层遗传算法超过最大迭代次数时仍未收敛到最大值。因此,曲线 1 在求解质量和求解效率两方面明显优于曲线 2。分析其原因如下:由于在给定调度顺序条件下,内层 Max 优化方向是 E/T 指标值越大越好;而凸函数定理 1 将工序加工时间的取值限定在其取值区间的上界或下界,因此内层遗传算法只需在各工序加工时间取上下界所形成的可行域内寻优,从而避免了遍历或枚举工序加工时间取值区间所消耗的大量计算时间。因此,基于凸函数定理 1 的工序加工时间过滤机制显著改善了内层 Max 过程的优化效率和解的

质量。

接着,对双空间协同遗传算法有效性进行验证。图 4 中调度解的最大化进化过程收敛到最大值 387,与 5.2 节中图 3 的结果一致,说明双空间协同进化遗传算法能够得到调度解的真实最差性能值(387);图 5 中的曲线 1 为同上的调度解[5 3 2 2 2 3 5 1 5 1 4 3 4 1 4]对应的内层 Max 寻优进化曲线,其他曲线为随机选取的 100 个调度顺序所对应的内层 Max 寻优进化曲线,从图中可以看出,曲线 1 收敛的最大 E/T 指标值(387)最小,其他曲线收敛值都在曲线 1 之上,所以,通过本文所设计双空间协同遗传算法求解 Minimax 调度问题,能够得到最差性能最优的调度顺序。即双空间协同遗传算法能够准确求得 Minimax 模型的调度解。

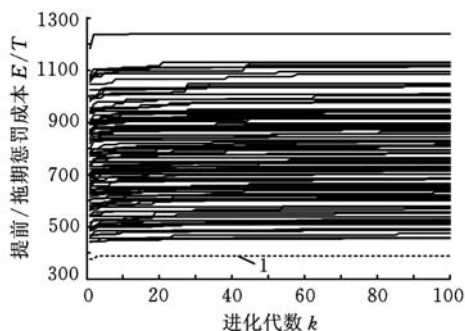


图 5 调度顺序的内层 max 进化曲线对比图

5.4 Minimax 调度解的鲁棒性及算法高效性验证

5.4.1 Minimax 调度解鲁棒性验证

在工序时间不确定条件下,调度最终方案是一个调度顺序。为了验证 Minimax 调度模型的鲁棒性,即已得到的调度顺序的 E/T 性能指标在工序加工时间实际随机取值情况下仍保持较优的性能值,针对与 5.2 节相同的 JSSP-PTV 调度算例和参数,选择两个调度顺序结果,一个是利用本文提出的 TSC-GA 算法求解 Minimax 调度模型所获得的调度顺序方案(Minimax 调度解),另一个是对各个工序加工时间随机变量分别取其期望值,形成一个确定性调度问题,并利用本文的遗传算法对其进行求解而获得一个调度顺序方案(期望模型调度解);然后,针对已知的两个调度顺序,在工序加工时间值域内随机取值,共进行 5000 次试验,二者的 E/T 指标值的分布参见图 6、图 7。

图 6 和图 7 中的黑点表示 5000 次试验中,各调度方案对应的最差性能点(即 E/T 指标的最大值)。从图 6 可以看出:5000 个样本的所有指标都在 TSC-GA 算法求解 Minimax 调度模型获得的性能界(387)以内,由此证明了在工序加工时间

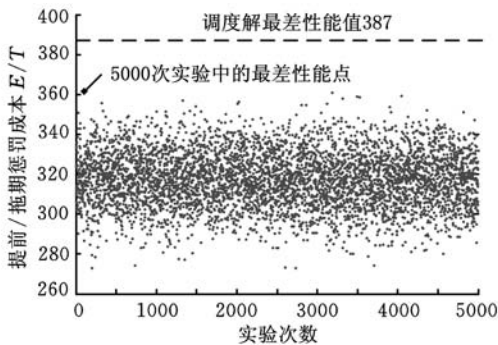


图 6 Minimax 调度解在工序加工时间随机取值条件下的 E/T 性能分布

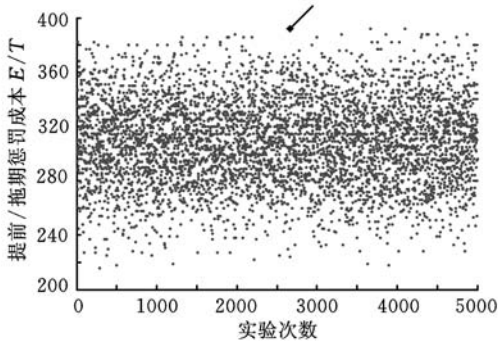


图 7 期望模型调度解在工序加工时间随机取值条件下的 E/T 性能分布

不确定环境下,应用凸函数定理(定理 1)显著压缩调度搜索空间后,能保证样本的性能指标始终在 Minimax 调度解对应的最差性能边界内。另外,对比图 6 和图 7 中的最差性能点可以发现:在工序加工时间随机取值条件下,Minimax 调度解对应的最差性能(E/T 为 362)小于期望模型调度解在相同试验下所得到的最差性能(392),因此,对于 Minimax 调度解和期望模型调度解对应的两个调度顺序而言,前者的 E/T 性能在工序加工时间随机取值情况下仍保持了相对较优的性能,即 Minimax 调度解的鲁棒性能较好。

5.4.2 双空间协同遗传算法高效性验证

为了在不同工序加工时间取值范围、不同调度规模条件下验证 Minimax 调度解的鲁棒性,采用与 5.3 节相同的试验方法,并采用 Minimax 调度解相对于期望模型调度解的最差性能偏移率 $AWI^{[5]}$ 作为鲁棒指标 ($AWI = \frac{F_1 - F_2}{F_2}$, 其中 F_1 、 F_2 分别为 Minimax 调度解对应的调度顺序、确定性调度顺序在工序加工时间 5000 次随机取值条件下得到的最大 E/T 指标值),根据 5.1 节中参数的各种组合情况,各生成 20 个算例。同时,为验证本文所设计的双空间协同遗传算法的计算效率,也采用文献[5]中的双空间两层嵌套遗传算法(记为 TGAI)求解相同的问题作为比较对象,其

遗传算法具体操作及相关参数与本文的双空间协同遗传算法相同。记双空间协同遗传算法的求解时间平均值为 t_1 ,双空间两层嵌套遗传算法的求解时间平均值为 t_2 ,试验结果参见表 4。

表 4 最差性能偏移率 AWI 试验结果

算例	5×3			10×3			15×3			
β_1	β_2	AWI (%)	t_1 (s)	t_2 (s)	AWI (%)	t_1 (s)	t_2 (s)	AWI (%)	t_1 (s)	t_2 (s)
0.2	0.2	-4.90	169	478	-7.85	246	726	-14.08	348	965
	0.4	-4.25			-12.02			-15.46		
	0.6	-12.12			-7.19			-12.14		
	0.8	-14.06			-11.71			-9.15		
	1.0	-13.63			-3.31			-10.33		
0.4	0.2	-1.48	169	478	-15.52	246	726	-10.87	348	965
	0.4	-4.85			-8.87			-12.09		
	0.6	-9.13			-11.34			-11.53		
	0.8	-10.02			-12.11			-13.35		
	1.0	-0.56			-0.70			-3.40		

由表 4 的仿真数据可知:

(1)AWI 指标始终为负值,说明工序加工时间在其取值区间内随机取值时,Minimax 调度解对应的最大 E/T 指标值均优于期望模型调度解对应的最大 E/T 指标,这说明 Minimax 调度解在不同调度规模、不同工序加工时间取值范围条件下,其 E/T 指标值仍保持相对较优水平,因此,Minimax 模型调度解的鲁棒性始终要优于期望模型调度解,采用 Minimax 模型能更好的应对不确定性因素的随机扰动。

(2)所有算例中, T_1 的值都小于 T_2 ,说明 TSC-GA 的求解效率显著高于 TGAI,这是由两种算法的求解机制所决定的:首先, TGAI 算法中,对于外层调度顺序种群中的每个调度顺序个体,寻优其对应的最差性能值都需要调度一个完整的内层 Max 遗传算法,即内层工序加工时间种群进行连续多次迭代寻优,因此外层调度顺序种群进化一代都会导致内层 Max 过程耗费大量时间,所以两层嵌套机制寻优效率低;其次,很多调度顺序个体在遗传算法的选择操作时由于适应度函数值差会被舍弃,对于这些被舍弃的个体,前期通过完整内层遗传算法求其目标函数值所花费的计算时间都是无用功,故 TGAI 寻优效率进一步降低。而 TSC-GA 算法进化过程中每次都是单次迭代,两种群个体的目标函数值都逐步向各自的最优解靠拢,在交替进化的过程中如果已经出现了适应度函数值很差的个体,通过选择机制会将其舍去,不需要再花费多余的计算时间对其寻优,因此相对于 TGAI, TSC-GA 算法的求解效率显著提高。

6 结论

(1) 针对带有 E/T 非正规指标的不确定作业车间调度问题, 提出并证明了有效过滤调度搜索空间的凸函数定理, 即在给定调度顺序的条件下, 所有工件 E/T 指标的最大值在工序加工时间可行域的顶点处取得; 并依据此定理将工序加工时间种群中的个体取值限定在其取值区间的上界或下界, 有效避免了因遍历或枚举各工序加工时间的全部值域所耗费的大量计算代价, 从而显著提升了调度算法的搜索效率。

(2) 针对 Minimax 问题存在的双空间寻优特性, 提出了一种调度顺序种群和工序加工时间种群的交替进化机制, 即在外层给定调度顺序的条件下, 内层 Max 优化过程的主要任务是在工序加工时间可行域内寻找该调度顺序对应的最大 E/T 指标值; 而在当前工序加工时间种群取得最差性能的条件下, 外层 Min 优化过程的主要任务是在调度顺序种群内寻找最差性能值最小的调度顺序方案。

(3) 不确定调度问题必然与调度决策者的喜好、决策风格密切相关, 而 Minimax 方法属于一类保守、稳健的决策分析方法, 它可以在已知信息量少、扰动因素复杂等工况下定量得到调度指标的性能界, 从而为调度决策者预估最差工况及其性能指标值、采取主动稳健的调度措施等提供支持。

参考文献:

- [1] Pindo M L. Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems[M]. 4ed. Berlin: Springer, 2012.
- [2] Goren S, Sabuncuolu I. Optimization of Schedule Robustness and Stability under Random Machine Breakdowns and Processing Time Variability[J]. IIE Transactions, 2009, 42(3): 203-220.
- [3] Lei D. Interval Job Shop Scheduling Problems[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2012, 60(1/4): 291-301.
- [4] Daniels R L, Kouvelis P. Robust Scheduling to Hedge Against Processing Time Uncertainty in Single-stage Production[J]. Institute for Operations Research and the Management Sciences, 1995, 41(2): 363-376.
- [5] 刘琳, 古寒雨, 席裕庚. 加工时间不确定的 Just-in-time 单机鲁棒调度[J]. 控制与决策, 2007, 22(10):

1151-1156.

- Liu Lin, Gu Hanyu, Xi Yugeng. Robust Scheduling in a Just-in-time Single Machine System with Processing Time Uncertainty[J]. Control and Decision, 2007, 22(10): 1151-1156.
- [6] Xu X Q, Cui W T, Lin J, et al. Robust Makespan Minimization in Identical Parallel Machine Scheduling Problem with Interval Data[J]. International Journal of Production Research, 2013, 51(12): 1-17.
- [7] Herrmann J W. A Genetic Algorithm for a Minimax Network Design Problem[J]. Technical Research Report, 1999, 99(12).
- [8] Jensen M T. A New Look at Solving Minimax Problems with Coevolution[C]//MIC' 2001 - 4th Metaheuristics International Conference. Porto, Portugal, 2001: 103-107.
- [9] 郑泳凌, 马龙华, 钱积新. SGA(Simplex-Genetic Algorithm): 一类求解 Minimax 问题的通用算法[J]. 系统工程理论与实践, 2002, 22(12): 33-38.
- Zheng Yongling, Ma Longhua, Qian Jixin. SGA (Simplex - Genetic Algorithm): a Universal Algorithm for Solving Minimax Problem[J]. Systems Engineering-theory & Practice, 2002, 22(12): 33-38.
- [10] Jensen M. Finding Worst-Case Flexible Schedules Using Coevolution[C]//GECCO 2001-In Genetic and Evolutionary Computation Conference. San Francisco, USA, 2001: 1144-1151.
- [11] 同济大学数学系. 高等数学(第六册)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2007.
- [12] 王凌. 车间调度及其遗传算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.
- [13] 张超勇, 饶志清, 刘向军, 等. 基于 POX 交叉的遗传算法求解 Job-Shop 调度问题[J]. 中国机械工程, 2004, 15(23): 2149-2153.
- Zhang Chaoyong, Rao Yunqing, Liu Xiangjun, et al. An Improved Genetic Algorithm for the Job Shop Scheduling Problem[J]. China Mechanical Engineering, 2004, 15(23): 2149-2153.

(编辑 郭伟)

作者简介: 杨宏安, 男, 1972 年生。西北工业大学机电学院副教授、博士。主要研究方向为车间调度优化、智能优化算法、制造执行系统等。席志成, 男, 1988 年生。西北工业大学机电学院硕士研究生。夏常凯, 男, 1988 年生。西北工业大学机电学院硕士研究生。王经国, 男, 1989 年生。西北工业大学机电学院硕士研究生。