

基于损伤力学阐释 Manson—Coffin 低周疲劳模型

郑战光 蔡敢为 李兆军 徐细勇

广西大学, 南宁, 530004

摘要:为验证 Manson—Coffin 低周疲劳模型经验公式, 采用损伤力学基础理论, 并结合 Ramberg—Osgood 幂率强化准则, 以塑性应变幅值为损伤演化的控制量, 推导建立了低周疲劳损伤力学模型。比较两者后可得: 在比例载荷的条件下, Manson—Coffin 低周疲劳模型与疲劳损伤力学模型是等价的, 且 Manson—Coffin 公式是疲劳损伤力学模型的一种特殊的退化形式。

关键词:低周疲劳; 损伤力学; 等价; 比例载荷

中图分类号: O346.2

文章编号: 1004—132X(2011)07—0812—03

Interpretation of Manson—Coffin Model of Low Cycle Fatigue Based on Damage Mechanics

Zheng Zhanguang Cai Ganwei Li Zhaojun Xu Xiyong

Guangxi University, Nanning, 530004

Abstract: Manson—Coffin model of low cycle fatigue is a classical empirical formula, and its mechanical implications are very pool. Based on damage mechanics and Ramberg—Osgood rule, a damage mechanics model of low cycle fatigue was deduced under the dominate variable of plastic strain amplitude. By the comparison with Manson—Coffin model, it is shown that they are equivalent under proportional loading and Manson—Coffin model is a special degenerative form of damage mechanics fatigue model.

Key words: low cycle fatigue; damage mechanics; equivalence; proportional loading

0 引言

19 世纪 60 年代, Manson 和 Coffin 在研究金属材料疲劳的过程中注意到, 当利用塑性应变幅 ϵ_{pa} 的对数与疲劳载荷反向次数 $2N_f$ 的对数进行

作图时, 存在直线关系。于是他们提出了一种以塑性应变幅为参量的疲劳寿命描述法^[1], 即

$$\epsilon_{pa}^m N_f = C \quad (1)$$

式中, m 为疲劳延性指数; C 为疲劳延性系数; N_f 为以反向计数的疲劳寿命。

这就是著名的 Manson—Coffin 低周疲劳模型。它是建立在大量低周疲劳试验数据基础上的一个经验公式; 同时, 疲劳延性系数与疲劳延性指

收稿日期: 2010—06—08

基金项目: 广西科学基金资助项目(桂科自 0832030); 广西制造系统与先进制造技术重点实验室资助项目(桂科能 0842006—005—Z)

(2) 在其他焊接参数相同情况下, 球壁厚度对焊缝残余应力大小的影响程度也主要反映在焊缝厚度方向, 焊缝内侧的等效应力随球壁厚度增大而增大, 但变化不明显, 与球相接处的应力则随球径增大而减小。焊接残余应力的总特征表现为: 管轴线方向的应力随球壁厚度增大而增大。

(3) 在确定的焊接速度下, 管径对焊缝残余应力大小的影响程度也主要反映在焊缝厚度方向, 管轴线方向的应力随管径增大而增大。

参考文献:

- [1] 袁志军, 扶名福. 球管焊接应力应变有限元三维数值模拟[J]. 强度与环境, 2010, 37(4): 1-6.
- [2] 中国机械工程学会焊接学会编. 焊手册, 焊接结构[M]. 3 卷. 北京: 机械工业出版社, 1992.
- [3] 倪强, 王乘, 黄玉盈, 等. 焊接过程的耦合三维热弹塑性有限元分析[J]. 华中理工大学学报, 1997, 25

(1): 84-85.

- [4] 侯海量, 朱锡, 刘润泉. 盲孔法测量 921A 钢焊接残余应力的应变释放系数研究[J]. 船舶工程, 2003, 25(1): 57-60.
- [5] 游敏, 郑小玲, 王福德, 等. 盲孔法测定焊接残余应力适宜测试时间研究[J]. 武汉水利电力大学学报, 1999, 21(1): 54-57.
- [6] 陈家权, 沈炜良, 尹志新, 等. 基于单元生死的焊接温度场模拟计算[J]. 热加工工艺, 2005(7): 64-65.
- [7] 李冬林. 焊接应力和变形的数值模拟研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2003.
- [8] 莫春立, 钱百年, 国旭明, 等. 焊接热源计算模式的研究进展[J]. 焊接学报, 2001, 22(3): 93-96.

(编辑 郭伟)

作者简介: 袁志军, 男, 1975 年生。南昌大学建筑工程学院讲师。研究方向为钢结构工程。扶名福, 男, 1953 年生。南昌大学教授、博士研究生导师, 南昌工程学院院长、教授。

数也均是 Manson-Coffin 公式拟合试验数据的结果。因此,不仅无法解释其力学含义,而且还需要大量的疲劳试验数据。

低周疲劳破坏是工程结构中常见的一种失效形式。疲劳失效先在最不利的薄弱晶粒或夹杂等缺陷处发生损伤积累而演化,是一个能量耗散的过程。疲劳破坏的物理本质与损伤力学基础理论是一致的。因此,本文旨在损伤力学的基础上,推导建立低周疲劳寿命预测模型,并揭示 Manson-Coffin 公式所包含的力学意义。

1 基于损伤力学的低周疲劳损伤模型

1.1 损伤力学基础理论

由于疲劳失效过程伴随着热量的产生与热量的流动,而非仅仅涉及机械能的转换,同时在该过程中所发生的介质劣化与塑性应变均具有不可逆性,所以疲劳失效就属于不可逆的热力学过程。因此,由热力学第二定律得出的 Clausius-Duhamel 不等式可得^[2]:

$$\sigma_{ij} \cdot \dot{\epsilon}_{ij} - \rho \dot{g} - \frac{q_i \cdot \theta_i}{\theta} \geq 0 \quad (2)$$

式中, σ_{ij} 、 ϵ_{ij} 分别为 Cauchy 应力与无穷小应变张量; ρ 为质量密度; g 为单位质量的 Helmholtz 自由能; q_i 为热流密度矢量; θ 为绝对温度; θ_i 为温度梯度。

对于一个等温的小变形过程,材料的局部熵产生的不等式(2)可以简化为^[3]

$$\sigma_{ij} \cdot \dot{\epsilon}_{ij} - \dot{\psi} \geq 0 \quad (3)$$

式中, ψ 为单位体积的 Helmholtz 比自由能。

材料在损伤过程中可以采用细观定义的标量损伤变量 D 来描述材料的细观损伤,那么 Helmholtz 比自由能 ψ 是与应变和损伤有关的^[4],即

$$\psi = \psi(\epsilon_{ij}, D) \quad (4)$$

$$\dot{\psi} = \frac{\partial \psi}{\partial \epsilon_{ij}} \cdot \dot{\epsilon}_{ij} + \frac{\partial \psi}{\partial D} \dot{D} \quad (5)$$

将式(5)代入式(3),可得

$$(\sigma_{ij} - \frac{\partial \psi}{\partial \epsilon_{ij}}) \cdot \dot{\epsilon}_{ij} - \frac{\partial \psi}{\partial D} \dot{D} \geq 0 \quad (6)$$

由文献[2]可知: $-\frac{\partial \psi}{\partial D} \dot{D} \geq 0$, 而不等式(6)

对于 $\dot{\epsilon}_{ij}$ 的任意值均要成立,那么就必须满足 $\sigma_{ij} - \frac{\partial \psi}{\partial \epsilon_{ij}} = 0$ 的条件,由此可得到相应的损伤状态律为

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \psi}{\partial \epsilon_{ij}} \quad (7)$$

损伤过程是一个能量耗散过程,而耗散特性也可用另一个被称为耗散势或损伤流动势的热力学势 ψ^* 来描述,它是关于体积能密度 Y 的凸函数,并由热力学的对偶关系可得^[5]

$$Y = -\partial \psi / \partial D \quad (8)$$

同时,由内变量的正交流动法则可得

$$\dot{D} = \partial \psi^* / \partial Y \quad (9)$$

由式(9)可知,一旦给出了耗散势就可以得到损伤演化方程。

1.2 延性损伤模型

为了推导损伤演化方程,基于式(9)并参考文献[6]给出的耗散势 ψ^* ,可将其表示为^[6]

$$\psi^*(Y, \dot{p}, T) = \frac{b}{S_0 + 1} \left(\frac{-Y}{b}\right)^{S_0 + 1} \dot{p} \quad (10)$$

$$-Y = \frac{\sigma^2 R_v}{2E(1-D)^2}$$

式中, R_v 为三轴应力比; E 为弹性模量; S_0 、 b 为材料常数; \dot{p} 为累积塑性应变率。

将式(10)代入式(9)可得

$$\dot{D} = \partial \psi^* / \partial Y = \left(\frac{-Y}{b}\right)^{S_0} \dot{p} \quad (11)$$

$$\dot{D} = \left(\frac{-Y}{b}\right)^{S_0} \dot{p} = \left(\frac{\sigma^2 R_v}{2Eb(1-D)^2}\right)^{S_0} \dot{p} \quad (12)$$

由损伤力学的有效应力概念^[7],可得

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{1-D} \quad (13)$$

将式(13)代入式(12)可得在单调载荷作用下推导的延性损伤力学模型:

$$\dot{D} = \left(\frac{\bar{\sigma}^2 R_v}{2bE}\right)^{S_0} \dot{p} \quad (14)$$

1.3 低周疲劳的损伤力学模型

在循环载荷的作用下,分别用有效应力幅 $\bar{\sigma}_a$ 和塑性应变幅率 $\dot{\epsilon}_{pa}$ 来代替有效应力 $\bar{\sigma}$ 和累积塑性应变率 \dot{p} ,就可得到低周疲劳的损伤力学模型^[8]:

$$\dot{D} = \left(\frac{\bar{\sigma}_a^2 R_v}{2bE}\right)^{S_0} \dot{\epsilon}_{pa} \quad (15)$$

由于低周疲劳是以塑性应变幅为控制变量,同时,在塑性应变循环载荷作用下,金属材料一般遵循 Ramberg-Osgood 幂率强化准则,因此,含损伤金属材料应变疲劳的循环应力-应变行为可描述为^[9]

$$\bar{\sigma}_a = K \epsilon_{pa}^n \quad (16)$$

式中, K 为材料循环强度系数; n 为材料循环应变硬化指数。

将式(16)代入式(15)可得

$$\dot{D} = \left(\frac{K^2 \epsilon_{pa}^{2n} R_v}{2Eb}\right)^{S_0} \dot{\epsilon}_{pa} \quad (17)$$

对一个循环的损伤进行计算:

$$\frac{\delta D}{\delta N} = \int_{1x} \dot{D} dt = \left(\frac{K^2 \epsilon_{pa}^{2n} R_v}{2Eb}\right)^{S_0} \int_0^{\Delta \epsilon_p} \dot{\epsilon}_p dt = \left(\frac{K^2 R_v}{2Eb}\right)^{S_0} \epsilon_{pa}^{2S_0 n + 1} \quad (18)$$

式中,1x 表示一个循环。

在恒幅应变循环载荷作用下, 整个疲劳损伤过程中的 ϵ_{pa} 是一个常量, 则损伤 D 与疲劳寿命 N 之间的关系为

$$D = \int_0^N \frac{dD}{dN} dN = \left(\frac{K^2 R_v}{2Eb} \right) S_0 \epsilon_{pa}^{2S_0 n + 1} N \quad (19)$$

当疲劳损伤累积到 $D=1$ 时, 其相应的疲劳寿命 N_f 可表示为

$$\left(\frac{2Eb}{K^2 R_v} \right) S_0 = \epsilon_{pa}^{2S_0 n + 1} N_f \quad (20)$$

比较式(1)与式(20), 如果要使两式等价, 就应该满足条件:

$$\left(\frac{2Eb}{K^2 R_v} \right) S_0 = C \quad (21)$$

$$2S_0 n + 1 = m \quad (22)$$

2 讨论

如果要使式(21)成立, 就必须使三轴应力比 R_v 为常数。这是因为式(21)中的系数 E 、 K 、 C 、 b 、 S_0 均为常数, 而三轴应力比 R_v 与加载方式有关, 是一个不确定值。由文献[2]可知: 只有在比例加载的情况下, 三轴应力比 R_v 才是常数, 方能满足式(21)成立的条件。这就证实了 Manson-Coffin 公式是假设疲劳试样在承受单轴载荷的条件下所提出来的。由此分析可得: Manson-Coffin 公式仅仅是低周疲劳损伤力学模型在一定条件下的一种退化形式。

在 Manson-Coffin 低周疲劳模型中, 材料的疲劳延性系数 C 由相应的疲劳试验进行确定, 由此可见, 它是一个经验值, 缺乏明确的物理含义。假如式(21)成立的话, 那么疲劳延性系数 C 就有自己的表达式, 它不仅与弹性模量 E 、材料循环强度系数 K 和材料常数 b 、 S_0 有关, 还跟反映加载方式的三轴应力比 R_v 有关。因此, 损伤力学模型不仅具有丰富的物理内涵, 而且其参数的确定也无需大量试验参数来拟合。

至于式(22), 由于系数 m 、 n 、 S_0 均为常数, 为了实现式(1)与式(20)之间的相互沟通, 式(22)是可以恒成立的。在 Manson-Coffin 公式中, 材料的疲劳延性指数 m 是通过疲劳试验确定的, 而式(22)却充分表达了疲劳延性指数 m 的含义, 它再不是一个孤立的常数, 而是与材料的循环应变硬化指数 n 和材料常数 S_0 的乘积有关的数。

3 结论

(1)传统的疲劳经验公式可由损伤力学的理论导出, 由此赋予了疲劳经验公式在损伤力学意义下的解释, 使得疲劳经验公式有了明确的物理

内涵。

(2)给出了 Manson-Coffin 公式与低周疲劳损伤力学模型的等价条件。在比例加载的情况下, 低周疲劳损伤力学模型可退化为 Manson-Coffin 公式, 从而进一步验证了低周疲劳 Manson-Coffin 公式适用于比例加载的理想条件。

(3)探明了 Manson-Coffin 公式中的疲劳延性系数与疲劳延性指数分别与低周疲劳损伤力学模型中的各常数之间的关系。通过损伤力学推导, 不仅使 Manson-Coffin 公式具有丰富的物理内涵, 而且其参数也仅需要少量的力学性能试验就可以确定。

参考文献:

- [1] Manson S S. Fatigue: A Complex Subject Some Simple approximations[J]. J. of Experiment Mechanics, 1965, 5(7): 193-226.
- [2] Lemaitre J. A Course on Damage Mechanics[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1992.
- [3] 唐雪松, 郑健龙, 蒋持平. 连续损伤理论与应用[M]. 北京: 人民交通出版社, 2005.
- [4] Chaboche J L, Lesne P M A. Linear Continuous Fatigue Damage Model[J]. Fait. Engnt. Mater. Struct, 1988, 11(1): 1-17.
- [5] Dattoma V, Giancane S, Nobile R, et al. Fatigue Life Prediction Under Variable Loading Based on a New Non-linear Continuum Damage Mechanics Model[J]. International Journal of Fatigue, 2006, 28(1): 89-95.
- [6] Chandrakanth S, Pandey P C. An Isotropic Damage Model for Ductile Material[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1995, 50(4): 457-465.
- [7] Yang X H, Li N, Jin Z H, et al. A Continuous Low Cycle Fatigue Damage Model and Its Application in Engineering Materials[J]. Int. J. Fatigue, 1997, 19(10): 687-692.
- [8] 荆建平, 夏松波, 孙毅, 等. 汽轮机转子结构强度理论研究现状与展望[J]. 中国机械工程, 2001, 12(增刊1): 216-219.
- [9] Kunc R, Prebil I. Low-cycle Fatigue Properties of Steel 42CrMo4[J]. Materials Science and Engineering, 2003, A(345): 278-285. (编辑 何成根)

作者简介: 郑战光, 男, 1975年生。广西大学机械工程学院副教授、博士。主要研究方向为疲劳强度。发表论文 10 余篇。
蔡敢为, 男, 1961年生。广西大学机械工程学院院长、教授、博士研究生导师。
李兆军, 男, 1964年生。广西大学机械工程学院副教授、博士。
徐细勇, 男, 1986年生。广西大学机械工程学院硕士研究生。