

# 弧齿锥齿轮中凹盘铣刀高效数控铣削及仿真

李更更<sup>1</sup> 邓效忠<sup>1,2</sup> 魏冰阳<sup>2</sup> 李天兴<sup>1</sup> 杨建军<sup>2</sup>

1. 西北工业大学, 西安, 710072 2. 河南科技大学, 洛阳, 471039

**摘要:**为了解决球头铣刀数控铣削弧齿锥齿轮时切削带宽小、效率低等问题,提出了基于中凹盘铣刀的弧齿锥齿轮五轴数控高效率铣削方法。在掌握弧齿锥齿轮几何构造的基础上,选用刀底带内凹的盘铣刀,先确定刀具侧倾角以避免齿槽底面的过切,再参考端铣刀加工自由曲面的理论确定刀具前倾角,以保证大的切削带宽。弧齿锥齿轮的数控铣削仿真验证了该高效铣削方法的可行性和正确性。

**关键词:**中凹盘铣刀;五轴数控;高效率;弧齿锥齿轮

**中图分类号:**TH132; TP391

**DOI:**10.3969/j.issn.1004-132X.2012.21.019

## Efficient 5-axis NC Milling of Spiral Bevel Gears Using Disc Cutter with Concave End and Its Machining Simulation

Li Genggeng<sup>1</sup> Deng Xiaozhong<sup>1,2</sup> Wei Bingyang<sup>2</sup> Li Tianxing<sup>1</sup> Yang Jianjun<sup>2</sup>

1. Northwestern Polytechnical University, Xi'an, 710072

2. Henan University of Science and Technology, Luoyang, Henan, 471039

**Abstract:** In order to solve the small cutting strip width and low machining efficiency problem when spiral bevel gears were NC machined by ball-end cutter, a efficient machining method of 5-axis NC milling spiral bevel gears by a disc cutter with concave end was presented. Based on the traditional machining theory, spiral bevel gear geometry structure was held. The cutter yaw angle was determined in order to avoid gouge interference. Then the cutter tilt angel was determined according to sculptured surface end-milling theory in order to obtain big cutting strip width. Finally, a spiral bevel gear was NC machined virtually, and the machining method feasibility was verified.

**Key words:** disc cutter with concave end; 5-axis NC; high efficiency; spiral bevel gear

## 0 引言

使用专用盘铣刀加工大规格弧齿锥齿轮存在加工效率低、产品质量低和生产周期长等问题。随着数控技术的发展,以及对轮齿几何结构的掌握,以球头铣刀为主的通用刀具数控加工方法开始进入弧齿锥齿轮的加工领域<sup>[1-3]</sup>,但受加工原理的限制,无法避免切削带宽小、加工效率低的问题。曲面非球头刀数控加工技术已取得了很多成果,如 Struz 法<sup>[4]</sup>和密切曲率法<sup>[5-8]</sup>,但是由于齿面拓扑结构复杂、齿槽空间狭小,容易出现干涉,所以使用非球头刀数控加工曲面的成果很少能用于弧齿锥齿轮的加工。本文提出的弧齿锥齿轮高效数控加工方法,是在掌握齿轮几何结构的基础上,选用改进的端铣刀,并改变数控加工中刀具姿态角的设置顺序和功能,充分利用端铣刀加工自由曲面的成果,从而实现齿面的宽行、高效率加工。

## 1 弧齿锥齿轮的齿面数字化及二阶几何参数

### 1.1 齿面网格节点的空间坐标

弧齿锥齿轮的齿面方程和相应的法矢分别为  $r(\theta, \varphi)$  和  $\mathbf{n}(\theta, \varphi)$ , 其中,  $\theta, \varphi$  均为曲面参数<sup>[9]</sup>。将齿面旋转投影到齿轮的轴截面上,对齿面的旋转投影平面图进行网格划分,齿高方向均分为  $m$  行,齿长方向等分为  $n$  列,构造  $mn$  个网格节点,并确定网格节点的平面坐标  $(x_{pi}, y_{pi}) (i = 1, 2, \dots, mn)$ 。再根据旋转投影原理,建立满足网格点平面坐标和空间坐标的方程组:

$$\left. \begin{aligned} x_p &= x \\ y_p &= \sqrt{y^2 + z^2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中,  $x, y, z$  分别为齿面网格节点的径矢分量;下标  $p$  表示平面坐标。

求解式(1),可以确定网格节点的曲面参数值,进而确定齿面网格点的空间坐标<sup>[10]</sup>。

### 1.2 齿面二阶几何参数

规定弧齿锥齿轮齿面的法矢由实体指向空间,则轮齿凸面的法截线沿齿长和齿高都向法矢

负方向弯曲,故凸面(由凸椭圆点构成)的两个主曲率都小于 0; 轮齿凹面的法截线沿齿长向法矢正方向弯曲,沿齿高向法矢负方向弯曲,所以凹面(由双曲点构成)点的主曲率必然异号。根据齿面方程,通过对两个曲面参数分别求一阶、二阶偏导数,确定齿面的第一、第二基本量,然后求解相应的一元二次方程,确定齿面的二阶几何参数。这种方法思路很清晰,但是由于齿面方程的复杂性,计算量很大,所以较少采用。一般情况下,可以根据产形轮的二阶几何参数,利用切削过程中产形轮和齿面的线性接触关系来确定齿面的二阶几何参数<sup>[1]</sup>。

## 2 中凹盘铣刀高效数控加工弧齿锥齿轮的位置和姿态

在五轴数控加工中,刀具的位置和姿态由切触点的位置、刀具的前倾角和侧倾角确定,合理控制刀具的姿态,不仅可以避免刀具和被加工曲面的干涉,而且可以增大有效切削带宽,提高加工效率。如图 1 所示,首先在切触点处建立由进给方向单位矢量  $f$ 、被加工曲面单位法矢  $n$ ,以及和  $f$ 、 $n$  均垂直的单位矢量  $t$  所构成的活动标架,刀具绕  $t$  转动形成前倾角  $\alpha$ ,绕  $n$  转动则形成侧倾角  $\beta$ 。一般而言,先形成前倾角,再形成侧倾角,这个顺序不能随意改变,否则会造成刀尖轨迹圆和被加工曲面的干涉。图 1 中,虚线表示被加工曲面, $p$  为刀尖轨迹圆的圆心, $M$  为切触点, $u$  为刀轴的单位矢量, $\pi$  为被加工曲面切触点处的切平面。

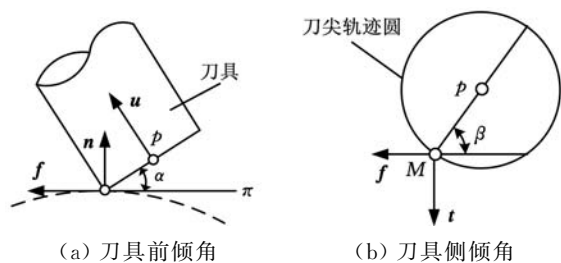


图 1 刀具姿态角

弧齿锥齿轮的齿槽空间小,球头铣刀的刀具直径不能超过最小齿底槽宽,而且改变球头铣刀姿态时,不能减小刀具包络面和被加工齿面的诱导法曲率,故切削加工难以形成较大的有效切削带宽,因此为了获得较小的加工残留高度,齿面上刀具轨迹就必须紧密排列,加工次数多,效率低。中凹盘铣刀(图 2)由于刀尖直径  $D$  较大,刀刃的切削条件得以改善,而且通过控制刀具的姿态,可以形成较大的切削宽度;刀具底面具有锥角为  $\eta$  的内凹,可以让刀具在加工凸曲面时,更加贴近被

加工曲面且刀具底面不会和已加工曲面干涉;当刀具深入齿槽加工一侧齿面时,合理设计的背锥角  $\mu$  可以避免刀背与对侧齿面产生干涉。

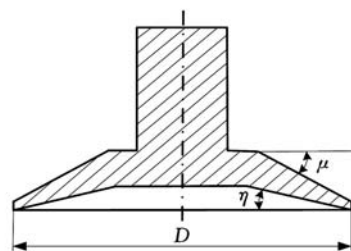


图 2 中凹盘铣刀

### 2.1 刀具侧倾角的确定

中凹盘铣刀的刀尖半径是由被加工曲面的主曲率  $k_1$  和  $k_2$  所决定的,即有

$$\frac{D}{2} < \frac{1}{\max(|k_1|, |k_2|)} \quad (2)$$

根据弧齿锥齿轮的传统加工原理和中凹盘铣刀半径的确定方法,加工时可以适当选取中凹盘铣刀的半径,然而,太小的刀尖半径会导致刀杆与齿顶的碰撞。按照这样的刀具半径选取依据,中凹盘铣刀半径还是大于弧齿锥齿轮的齿深。在切削时,刀尖会和齿槽底面会发生严重过切,如图 3a 所示。让刀具绕切触点法矢  $n$  旋转,形成侧倾角  $\beta$ ,保证低于齿顶的刀尖轨迹圆劣弧弓高  $h$  小于切触点沿  $t$  的负方向到齿槽底面的距离,如图 3b 所示。在这里,刀具侧倾角以刀尖和齿槽底面不发生干涉为原则来确定。

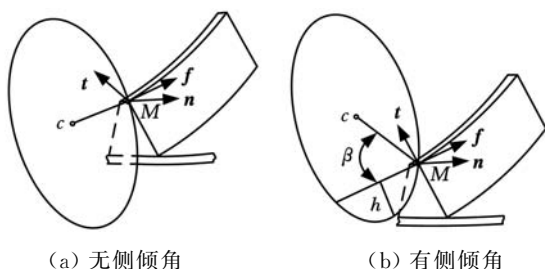


图 3 刀具侧倾角的作用

刀尖轨迹圆越过切触点深入齿槽的劣弧弓高为

$$h = D(1 - \sin\beta)/2 \quad (3)$$

切触点沿  $t$  负方向和齿槽底面的距离可以按以下步骤确定:

(1) 齿面切触点的法矢  $n$  确定后,进给方向矢量  $f$  根据所选择的切削进给方向确定,单位矢量  $t$  由  $n$  和  $f$  决定:

$$t = n \times f \quad (4)$$

(2) 由单位矢量  $t$  和切触点矢量  $r_M$  确定一条直线:

$$r = r_M + tu \quad (5)$$

式中, $u$  为曲线参数。

(3) 齿槽底面是一个圆锥面,其半锥角是被加工大轮的根锥角。齿槽底面方程为

$$g(x, y, z) = 0 \quad (6)$$

联立式(5)、式(6),就可以确定切触点沿  $t$  负方向与齿槽底面的交点,进而确定此交点和切触点的距离  $l$ 。适当缩小  $l$  并将其作为刀尖轨迹圆的劣弧高  $h$ ,可以确定刀具侧倾角  $\beta$ 。随着切触点向齿根靠近,刀具的侧倾角逐渐增大。

## 2.2 刀具前倾角的确定

数控加工中,刀具的前倾角一般是指刀具绕矢量  $t$  转动所形成的刀尖平面和切平面之间的夹角。但在本文中,由于先设置了中凹盘铣刀的侧倾角,所以刀具形成前倾角的转动轴线不能和  $t$  重合,而是要有一个夹角。使用中凹盘铣刀加工弧齿锥齿轮过程中,通过合理设置前倾角来保证大的切削带宽。

对于轮齿凸面,通过让刀具包络面和被加工齿面在垂直于切削进给方向的法曲率相等来确定刀具前倾角,可以保证较大的切削带宽。

首先,在由单位矢量  $f$ 、 $t$  和  $n$  所构成的活动标架中, $t$  和  $n$  形成的平面和  $f$  垂直。被加工齿面垂直于进给方向的法曲率通过尤拉方程确定。齿面的主曲率和主方向已经确定,单位矢量  $t$  和第一主方向  $e_1$  的夹角  $\delta$  的关系为

$$\cos\delta = e_1 \cdot t \quad (7)$$

然后,利用两个主曲率  $k_1$  和  $k_2$  以及夹角  $\delta$  来确定齿面的法曲率  $k_t$ :

$$k_t = k_1 \cos^2\delta + k_2 \sin^2\delta \quad (8)$$

刀具包络面的法曲率可以通过以下步骤来确定:

(1) 刀具没有任何旋转时,刀尖轨迹圆在  $ftn$  标架中的表达式为

$$c = \frac{1}{2} [D(\cos\psi - 1) \quad D\sin\psi \quad 0]^T \quad (9)$$

式中, $\psi$  为刀尖轨迹圆的曲线参数。

(2) 刀具绕齿面切触点法矢  $n$  转动,形成侧倾角  $\beta$ ,其坐标旋转变换矩阵为

$$L_1 = \begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta & 0 \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

(3) 刀具的前倾轴线垂直于刀心与切触点的连线。刀具绕其旋转,形成前倾角  $\alpha$ ,坐标变换矩阵为

$$L_2 = \begin{bmatrix} \sin^2\beta + \cos\alpha \cos^2\beta & (\cos\alpha - 1)\sin\beta\cos\beta & \cos\beta\sin\alpha \\ (\cos\alpha - 1)\sin\beta\cos\beta & \cos^2\beta + \cos\alpha \sin^2\beta & \sin\beta\sin\alpha \\ -\cos\beta\sin\alpha & -\sin\beta\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \quad (11)$$

(4) 刀具经过侧倾和前倾之后,刀尖轨迹圆在  $ftn$  标架中的表达式为

$$c_1 = L_2 L_1 c = \frac{D}{2} \begin{bmatrix} \cos\beta\cos\alpha(\cos\theta - 1) - \sin\beta\sin\theta \\ \sin\beta\cos\alpha(\cos\theta - 1) + \sin\beta\sin\theta \\ -\sin\alpha(\cos\theta - 1) \end{bmatrix} \quad (12)$$

(5) 经侧倾和前倾之后,刀尖轨迹圆在矢量  $t$  和  $n$  所构成平面中的投影线在切触点的曲率为

$$k_p = \frac{2\sin\alpha}{D \cos^2\beta} \quad (13)$$

联立式(8)、式(13),就可以确定加工凸面时中凹盘铣刀的前倾角  $\alpha$ 。

由于轮齿凹面和凸面曲面结构的不同,故凹面加工时,可以参考 Struz 法来确定刀具的前倾角,即

$$\alpha = \arcsin(k_e D/2) + \epsilon \quad (14)$$

其中, $\epsilon$  为一定值;对于双曲点, $k_e$  和二主曲率中取正值的一致。

在刀具的前倾角和侧倾角确定之后,刀位的表达式为

$$u = n \cos\alpha + f \sin\alpha \cos\beta + t \sin\alpha \sin\beta \quad (15)$$

$$p = r_M + R(n \sin\alpha - f \cos\alpha \cos\beta - t \cos\alpha \sin\beta) \quad (16)$$

式中, $p$  为刀尖轨迹圆的刀心矢量。

## 3 实例计算与仿真

本文以一对弧齿锥齿轮副的大轮为例,计算了齿面网格节点空间坐标和二阶几何参数,并建立了齿轮模型。然后计算了中凹盘铣刀的侧倾角和前倾角,确定了刀具位置和姿态,并通过 MATLAB 编程画图表示了刀尖轨迹圆在齿槽中的位置。根据刀位数值,计算了加工轨迹上各个插补点的切削带宽,确定了铺满全齿面的加工轨迹数量。最后用数控加工软件 VERICUT 进行了数控加工仿真,并将仿真加工结果和根据齿面网格点坐标所建立的齿轮设计模型进行了比较。弧齿锥齿轮大轮的基本几何参数和加工参数如表 1 所示。

表 1 弧齿锥齿轮大轮的基本参数和加工参数(计算数据)

基本参数		加工参数	
齿数	46	刀顶距(mm)	5.08
模数	8.22	刀盘半径(mm)	152.4
压力角(°)	20	刃倾角(°)	凸面 22/凹面 18
螺旋角(°)	35	径向刀位(mm)	149.840 296
齿宽(mm)	57.15	角向刀位(mm)	56.423 227
旋向	右旋	床位(mm)	0
轴交角(°)	90	滚比	1.050 099 5

根据大轮的基本参数确定几何参数,将齿面旋转投影到轴截面上,并进行网格划分,齿高方向均分为 5 行,齿长方向等分为 9 列,先计算网格节点的平面坐标,再通过求解式(1),确定 45 个网格

点的空间坐标,然后根据网格点的空间坐标,在软件 Pro/E 中分别建立两侧齿面模型,最后生成整个齿轮模型。计算了齿面网格节点的主曲率和主方向,并根据两侧齿面的主曲率,确定了中凹盘铣刀的最大半径(136.3756mm),最大半径显然远大于齿槽深度(一般略小于齿轮副模数的 2 倍)。

中凹盘铣刀沿齿长方向进给,将齿面和面锥交线作为第一条加工轨迹,预设加工误差,确定加工步长,逐一确定各个插补点处刀具的侧倾角和前倾角、切削带宽和刀位。然后,确定加工轨迹的最小切削带宽,以适当缩小的最小切削带宽为加工步距来确定第二条加工轨迹,同样确定其步长、刀位和最小切削带宽。以此类推,将加工轨迹铺满整个齿面。

在本例中,选择的中凹盘铣刀刀尖直径为 90mm,预设的加工误差为 0.01mm,对于凸面第一条加工轨迹,最小切削带宽为 3.9657mm。以此切削带宽作为参照,确定第二条加工轨迹,并计算其最小切削带宽。以此类推,铺满整个齿面需要 7 条加工轨迹。而凹面第一条加工轨迹的有效切削带宽为 3.0336mm,需要 6 条加工轨迹可铺满整个齿面。如果采用球头刀,由于球头刀最大直径必须小于齿槽的最小宽度,故球头刀的理论最大直径为 5.08mm。预置相同的加工误差,则第一条加工轨迹的切削带宽为 0.5369mm。随着加工轨迹向齿根靠近,切削带宽逐渐减小,至少需要 26 条加工轨迹才能完成一侧齿面的加工。

在齿面的加工过程中,刀具和齿槽底面、另一侧齿面、已加工齿面是否有干涉也至关重要。通过 MATLAB 编程,先确定出大轮的齿槽,然后根据加工轨迹上切触点的刀位,确定刀尖轨迹圆的位置。任选一条加工轨迹,并在其上选择了 5 个切触点,刀尖轨迹圆和齿槽的位置关系如图 4 所示。从图 4 可以看出,刀尖轨迹圆和齿槽底面没有干涉,和另一侧齿面有一定的距离,而且和已加工齿面没有干涉。

最后,利用数控加工仿真软件 VERICUT 进行了具有真实感的仿真加工。具体步骤是,选择合适的五轴数控机床模型,建立轮坯和中凹盘铣刀模型,再根据刀位值,后置处理并编写 G 代码,最后进行了仿真加工。数控机床模型、刀具模型以及仿真加工过程如图 5 所示。图 5 中,从轮齿的齿槽宽度可以看出,部分轮齿两侧齿面的虚拟加工已完成,而另一部分轮齿只完成了一侧齿面的加工。

为了验证所仿真加工出的齿轮是否合格,将加工后的齿轮模型和通过齿面网格点坐标所建立

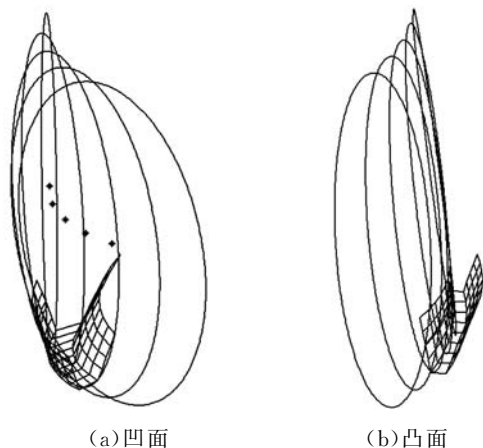


图 4 刀尖轨迹圆和齿槽的位置关系

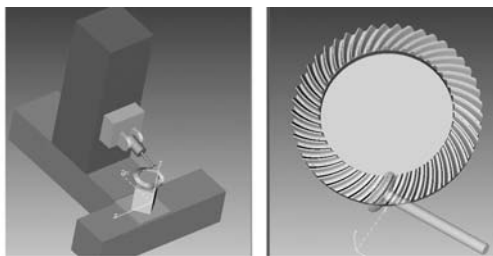


图 5 弧齿锥齿轮大轮中凹盘铣刀数控加工仿真

的齿轮设计模型进行了比对。图 6 显示的齿形为设计模型的齿形,可以看出,凸面基本没有过切干涉,凹面大端有细点状、不连续的干涉,造成这种现象的原因可能是:①齿面仅由 45 个离散点构建;②设计模型由 Pro/E 软件建立,导入 VERICUT 软件时,必须进行文件类型转换,在这个转换过程中,会导致模型本身产生一定的误差。齿槽底面上断续的黑色曲线为微量的过切干涉,这对于整个齿轮的啮合性能几乎没有任何影响。加工仿真表明,数控机床模型各个零部件之间没有干涉碰撞,大轮凸面 7 次切削完成,凹面 6 次切削完成,加工完成的齿面光滑规整。

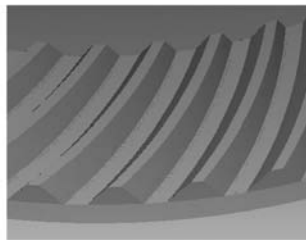


图 6 仿真加工模型和设计模型比对

#### 4 结语

本文提出的使用中凹盘铣刀高效数控加工弧齿锥齿轮大轮的方法,将非球头刀高效端铣曲面的成果用于加工弧齿锥齿轮,先设置刀具侧倾角以避开干涉,再设置刀具前倾角保证大的切削带宽,并通过实例数控仿真加工说明了该方法的可行

行性。这种加工方法具有刀具结构简单、可采用通用五轴数控机床、加工带宽大、加工轨迹少和效率高等优点,而且通过合理的刀具结构和刀位确定方法,可以避免刀具和齿槽的干涉,对大规格弧齿锥齿轮的加工具有重要意义。

#### 参考文献:

- [1] Suh S H, Jih W S, Hong H D, et al. Sculptured Surface Machining of Spiral Bevel Gears with CNC Milling[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2001, 41(6): 833-850.
- [2] 凌文峰. 螺旋伞齿轮新加工方法及关键技术的研究[D]. 北京:北京交通大学, 2008.
- [3] Kawasaki K, Tsuji Is, Abe Y, et al. Manufacturing Method of Large - sized Spiral Bevel Gears in Cyclo - palloid System Using Multi - axis Control and Multi - tasking Machine Tool[J]. The Japan Society of Mechanical Engineers Series C, 2011, 77: 728-736.
- [4] Vickers G W, Quan K W. Ball - mills Versus End - mills for Curved Surface Machining [J]. Transactions of the ASME of Engineering for Industry, 1989, 111(2): 22-26.
- [5] 王小椿, 吴序堂, 李艳斌. 密切曲率法——一种加工自由曲面的新概念[J]. 西安交通大学学报, 1992, 26(5): 51-110.
- [6] 宫虎, 曹利新, 刘健. 数控侧铣加工非可展直纹面的刀位整体优化原理与方法[J]. 机械工程学报, 2005, 41(11): 134-138.
- [7] 朱利民, 丁汉, 熊有伦. 非球头刀宽行五轴数控加工自由曲面的三阶切触法(II): 刀位规划原理[J]. 中国科学: 技术科学, 2010, 40(12): 1460-1467.
- [8] Wu C T. Establishing a Correlative Model for Improving NC Machining Process [J]. International Journal of Mechanics, 2011, 5(2): 100-112.
- [9] Litvin F L, Zhang Y. Local Synthesis and Tooth Contact Analysis of Face - milled Spiral Bevel Gears [R]. Chicago: NASA Lewis Research Center, 1991.
- [10] 李天兴, 邓效忠, 魏冰阳. 基于一维测头准双曲面齿轮齿面偏差的测量[J]. 中国机械工程, 2007, 18(8): 958-962.
- [11] Litvin F L, Chen N X, Chen J S. Computerized Determination of Curvature Relations and Contact Ellipse for Conjugate Surfaces[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1995, 125(1/4): 151-170.

(编辑 张 洋)

研究生。研究方向为齿轮的数字化设计和制造。发表论文 5 篇。  
 邓效忠, 男, 1957 年生。河南科技大学机电学院教授, 西北工业大学机电学院博士研究生导师。  
 魏冰阳, 男, 1966 年生。河南科技大学机电学院教授。  
 李天兴, 男, 1975 年生。西北工业大学机电学院博士研究生。  
 杨建军, 男, 1971 年生, 河南科技大学机电学院副教授。

(上接第 2606 页)

#### 参考文献:

- [1] 谭伟. 直接驱动机器人高性能控制器研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2000.
- [2] Colbaugh R, Glass K. Adaptive Tracking Control of Manipulators: Theory and Experiments[C]//1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation. San Diego, CA, USA: 2292-2299.
- [3] 唐晓腾, 陈力. 自由漂浮双臂空间机器人基坐标系内的一种增广变结构鲁棒控制方法[J]. 中国机械工程, 2008, 19(19): 2278-2282.
- [4] 张文辉, 齐乃明, 尹洪亮. 不确定机器人的神经网络轨迹控制[J]. 自动化与仪表, 2010, 22(5): 22-25.
- [5] Cheah C C, Slotine J J E. Adaptive Tracking Control for Robots with Uncertainties in Kinematic, Dynamic and Actuator Models[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2006, 51(6): 1024-1029.
- [6] Barambones O, Etxebarra V. Robust Neural Control for Robotic Manipulators [J]. Automatica, 2002, 38(2): 235-242.
- [7] Patino H D, Carelli R, Kuchen B R. Neural Networks for Advanced Control of Robot Manipulators [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2002, 13(2): 343-354.
- [8] Patino D, Liu D. Neural Network - based Model Reference Adaptive Control System [J]. IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2000, 30(1): 198-204.
- [9] Jiang Zhaohui, Ishita Taiki. A Neural Network Controller for Trajectory Control of Industrial Robot Manipulators [J]. Journal of Computers, 2008, 3(8): 1-8.
- [10] De Wit C C. Robust Control for Servo - mechanism under Inexact Friction Compensation [J]. Automatics, 1993, 29(3): 757-761.

(编辑 张 洋)

作者简介: 贺红林, 男, 1967 年生。南昌航空大学航空制造工程学院教授。主要研究方向为机器人技术、精密驱动和结构动力学。发表论文 50 余篇。  
 刘文光, 男, 1967 年生。南昌航空大学航空制造工程学院讲师、博士。  
 汪 洋, 男, 1992 年生。中国科学技术大学少年班学院本科生。

作者简介: 李更更, 男, 1975 年生。西北工业大学机电学院博士