

# 一种过约束并联机构受力分析的方法

赵永生<sup>1,2</sup> 许允斗<sup>1,2</sup> 姚建涛<sup>1,2</sup> 金林茹<sup>1,2</sup>

1. 燕山大学河北省并联机器人与机电系统实验室, 秦皇岛, 066004

2. 燕山大学先进锻压成型技术与科学教育部重点实验室, 秦皇岛, 066004

**摘要:**将一般过约束并联机构定义的过约束称为被动过约束, 冗余驱动并联机构引入的过约束称为主动过约束, 进而将过约束并联机构分为被动过约束并联机构、主动过约束并联机构和冗余驱动过约束并联机构。详细地描述了被动过约束并联机构和冗余驱动并联机构受力分析的国内外研究现状, 提出了一种过约束并联机构受力分析的方法。该方法定义了分支约束力螺旋系刚度矩阵, 考虑连杆及驱动器的弹性变形, 推导得到了约束力螺旋系幅值的一般解析表达式。该方法适用于一般的过约束并联机构的受力分析, 通用性较强。

**关键词:**过约束; 冗余驱动; 受力分析; 约束力螺旋; 弹性变形

**中图分类号:** TH112; TP24

**DOI:** 10.3969/j.issn.1004-132X.2014.06.001

## A Force Analysis Method for Overconstrained Parallel Mechanisms

Zhao Yongsheng<sup>1,2</sup> Xu Yundou<sup>1,2</sup> Yao Jiantao<sup>1,2</sup> Jin Linru<sup>1,2</sup>

1. Parallel Robot and Mechatronic System Laboratory of Hebei Province,

Yanshan University, Qinhuangdao, Hebei, 066004

2. Key Laboratory of Advanced Forging & Stamping Technology and Science of Ministry of National Education, Yanshan University, Qinhuangdao, Hebei, 066004

**Abstract:** Overconstraint defined on the general overconstrained parallel mechanism was called as passive overconstraint herein, the overconstraint introduced by the redundantly actuated parallel mechanism was called as active overconstraint. And then the overconstrained parallel mechanism was divided into passive overconstraint parallel mechanism, active overconstraint parallel mechanism and redundantly actuated overconstrained parallel mechanisms. The research status of force analysis for the passive and active overconstrained parallel mechanisms at home and abroad was described in detail. Therefore, a force analysis method for overconstrained parallel mechanisms was proposed. For the novel method, stiffness matrix of the supporting limb's constraint wrenches was defined, a general analytical expression for the solution of the constraint wrenches was derived by taking elastic deformations of the links and actuators into account. The proposed method can be applied to force distribution of general overconstrained parallel mechanisms, so it is of relatively strong versatility.

**Key words:** overconstrained; redundantly actuated; force analysis; constraint wrench; elastic deformation

## 0 引言

近年来, 并联机器人已成为制造业的研究热点之一, 已有多种实用化的并联机器人被研制出来, 应用领域涉及机床、机器人、翻转定位装置、医疗器械、娱乐设施等方面<sup>[1]</sup>。

过约束并联机构的定义是, 若干可动连接(支路)对动平台施加各种约束中的某些约束可能与其他的约束对机构产生的制约相重复的并联机构<sup>[2]</sup>, 或者是含有公共约束或冗余约束的并联机构<sup>[3-4]</sup>。这里定义的过约束我们称之为被动过约束。一般情况下, 过约束并联机构具有刚度高和

承载能力大的优点, 可在重载工况下发挥重要的作用。如德国西马克梅尔公司生产的一种典型重载锻造操作机的悬挂机构就采用了平行 4-SS 过约束并联机构, 其夹持锻件的能力得到了很大的提高, 目前新开发的并联机床 XT 700 的本身为 2UPR+SPR 过约束三自由度并联机构<sup>[5]</sup>, 国内外一些学者开发的大量程六维力传感器也采用了过约束并联结构  $n-SS(n \geq 7)$ <sup>[6-7]</sup>。此外, 比较常见的平面连杆机构大多为过约束机构, 3-RRR 三自由度和 5R 二自由度等球面并联机构<sup>[8]</sup>以及 Orthoglide 等<sup>[9]</sup>开发的三自由度平移并联机构也均为过约束并联机构(S 表示球铰, U 表示虎克铰, P 表示移动副, R 表示转动副)。

目前, 国际上的一个研究热点是冗余驱动并联机构, 由于其主动输入数目大于其自由度数, 导

收稿日期: 2013-09-29

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51275439); 国家重点基础研究发展计划(973 计划)资助项目(2013CB733000); 河北省自然科学基金资助项目(E2012203130)

致了过约束的产生,我们称这种过约束为主动过约束。驱动冗余的引入在避免奇异位形及扩大工作空间<sup>[10]</sup>、消除运动副间隙<sup>[11]</sup>、提高机器的刚度及驱动平稳性<sup>[12-13]</sup>,尤其在提高承载能力方面<sup>[14-15]</sup>发挥了非常重要的作用,如世界上几种典型的重载锻造操作机<sup>[16-17]</sup>,还有其他重型机械<sup>[18]</sup>等均利用冗余驱动并联机构来提高其承载能力。

## 1 过约束并联机构受力分析的国内外研究现状

### 1.1 被动过约束并联机构

由于被动过约束并联机构的受力分析属于静不定问题,求解相当复杂,是目前国际上研究的热点和难点。关于被动过约束并联机构受力分析方面的研究,国内外相关文献还相当少,已有的文献一般都仅对个别具体的机构进行研究,虽然获得了一些研究成果,但尚未形成比较完整的具有普遍性的研究方法。

刘善增等<sup>[19]</sup>、Li 等<sup>[20]</sup>和胡波等<sup>[21]</sup>分别求解了 3-RRC(C 表示圆柱副)三自由度、球面 5R 二自由度和 2RPU/UPU 三自由度过约束并联机构的驱动力,但由于未将结构约束力螺旋考虑在内,所以并没有涉及静不定问题。董军等<sup>[22]</sup>和曾励<sup>[23]</sup>对平面过约束机构进行了受力分析。周玉林等<sup>[24]</sup>和张立杰等<sup>[25]</sup>利用小变形和叠加原理分别对含过约束线矢力 3-RRR 三自由度、2-RRR/RRS 三自由度和 5R 二自由度球面并联机构展开了分析。文献[6,7,26-29]研究了每个分支只提供单维轴向约束线矢力的过约束并联机构。文献[30-31]基于反螺旋理论,分别对含过约束线矢力的 4-R(CRR)对称四自由度并联机构和含过约束力偶的 4-UPU 对称四自由度并联机构进行了动力学分析。以上文献都只是针对某种特殊类型的被动过约束并联机构进行了受力分析。

### 1.2 主动过约束并联机构(冗余驱动并联机构)

由于冗余驱动并联机器人中驱动器的驱动力大小是可以主动分配的,理论上驱动力的解有无穷多个,故需要根据给定的优化目标对驱动力的大小进行优化。

Zheng 等<sup>[32]</sup>对两个机械手共同抓取一个物体提出了两种驱动力分配算法,一种是以系统能耗最小为目标,另一种则是作用在物体上的接触力最小为目标。Gardner 等<sup>[33]</sup>通过添加额外的约束方程获得了步行机驱动力分配的封闭形式。Nahon 等<sup>[34]</sup>将多个手指抓取一个物体描述为冗余驱动运动链,并应用带约束的二次规划来求解

驱动力矩,使手指输出力最小化。Tao 等<sup>[35]</sup>以驱动力矩的平方和最小为优化目标求解驱动力。邵华等<sup>[36]</sup>以能耗最小为目标函数处理平面冗余并联机构的驱动力分配问题。Merlet<sup>[37]</sup>分别基于驱动器输出速度和驱动力矩最小化对驱动力进行了优化。Zhao 等<sup>[38]</sup>提出一种加权系数法来处理多机械手抓取物体的驱动力分配问题,通过选取适当加权系数矩阵达到关节驱动力矩优化的目的。Nokleby 等<sup>[14]</sup>以机构承载能力最大化为优化目标对驱动力矩进行了优化。上述文献的研究中,优化目标均没有将系统的弹性变形考虑在内,而机器人在重载或高速运动情况下分支的驱动器、连杆及铰链等的弹性变形不可小觑,特别是对于冗余驱动并联机器人,变形过大且控制的数学模型未包含这些变形,将会导致机器不能运作。

Gao 等<sup>[39]</sup>考虑分支的变形求解了多足步行机和多手臂机械手的接触力,但其接触力的性质为点接触,使问题得到了简化。Kock 等<sup>[40]</sup>将部分构件考虑成柔性体,建立了一种平面二自由度冗余驱动并联机构的动力学模型。除文献[39-40]之外,鲜有将系统弹性变形考虑在内对冗余驱动并联机构进行驱动力分配的研究报道。

### 1.3 冗余驱动过约束并联机构

另外,还有一类同时含有冗余驱动与过约束的特殊并联机构,我们称之为冗余驱动过约束并联机构,这类机构融合了被动过约束并联机构与冗余驱动并联机构两者的特点,具有很好的应用前景。事实上,很多国内外学者研究的冗余驱动平面并联机构大多为冗余驱动过约束并联机构,如 2-RRR+RR 二自由度并联机构<sup>[41]</sup>、4-RRR 三自由度并联机构<sup>[42]</sup>等,张立杰等<sup>[43]</sup>提出的 2-RRR/RR 二自由度球面机构也是冗余驱动过约束并联机构,但是他们并没有对这些机构的过约束进行分析,而只从冗余驱动的角度进行分析。除了这些冗余驱动平面并联机构,国内外基本上没有报道其他的冗余驱动过约束并联机构。

## 2 一种过约束并联机构受力分析的方法

### 2.1 被动过约束并联机构

#### 2.1.1 约束力螺旋分析

同一分支中除与驱动运动副的运动螺旋外的其他所有运动螺旋互易积都等于零的力螺旋,称为该驱动副的驱动力螺旋<sup>[44]</sup>。从物理意义上讲,驱动力螺旋是由分支驱动副施加给动平台的一个约束力螺旋。特别需要注意的是,本文所研究的约束力螺旋与驱动力螺旋均特指纯约束线矢力或

纯约束力偶。

图 1 所示的 3-PRRR 正交三自由度移动过约束并联机构<sup>[9]</sup>的 3 个分支正交分布,分支中的移动副为驱动副。每个分支施加给动平台 2 个垂直于所在分支转动副轴线的约束力偶,所以动平台共受到 6 个约束力偶作用。显然这 6 个约束力偶是线性相关的,其最大线性无关数为 3,限制了动平台的 3 个转动自由度。此外,每一分支施加给动平台一个驱动线矢力,该驱动线矢力通过所在分支末端且平行于所在分支的转动副轴线。

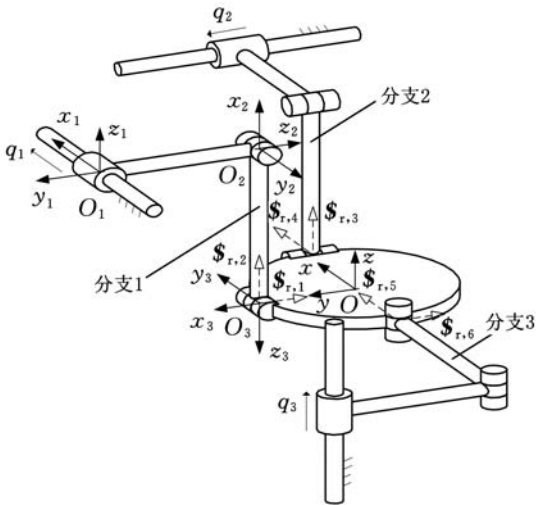


图 1 3-PRRR 正交三自由度移动并联机构

图 2 所示的 7-SS 过约束六维力传感器并联机构<sup>[7]</sup>由 7 个 SS 分支组成,每个分支施加给动平台沿分支轴线方向的约束线矢力作用,动平台共受到 7 个约束线矢力作用。这 7 个约束线矢力是线性相关的,其最大线性无关数为 6,限制了动平台所有的自由度。

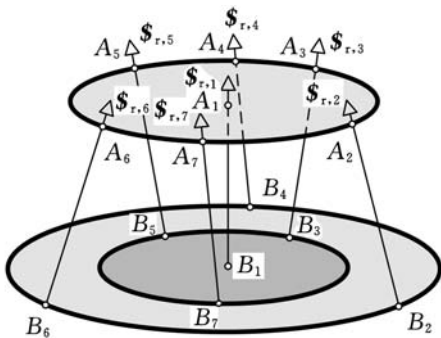


图 2 7-SS 过约束六维力传感器并联机构

图 3 所示的 5R 球面二自由度过约束并联机构<sup>[45]</sup>由 RR 分支和 RRR 分支 2 个分支组成,RR 分支 2 条转动副轴线正交于一定点 O,RRR 分支 3 个转动副也正交于定点 O。其中,RRR 分支施加给动平台 3 个线性无关的约束线矢力作用,分别表示为  $S_{r,1}$ 、 $S_{r,2}$ 、 $S_{r,3}$ ;RR 分支施加给动平台 3 个线性无关的约束线矢力和 1 个垂直所在分支

两个转动副轴线的约束力偶作用,分别表示为  $S_{r,4}$ 、 $S_{r,5}$ 、 $S_{r,6}$  与  $S_{r,7}$ 。可以发现,6 个约束线矢力是线性相关的,其最大线性无关数为 3,限制了动平台的 3 个移动自由度。约束力偶  $S_{r,7}$  与其他 6 个约束线矢力是独立的,限制了动平台 1 个垂直 RR 分支 2 个转动副轴线的转动自由度。

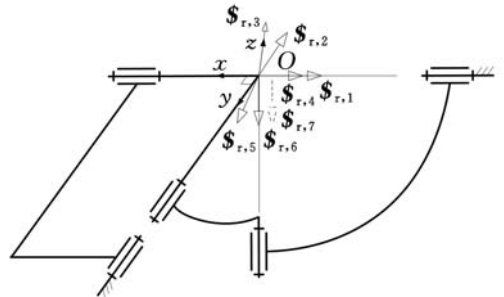


图 3 5R 球面二自由度并联机构

图 4 所示的三自由度 Tripod 并联机构<sup>[5]</sup>由 2 个 UPR 分支和 1 个 SPR 分支组成,其中 UPR 分支依次用 U 副、P 副和 R 副连接定平台与动平台,SPR 分支依次用 S 副、P 副和 R 副连接定平台和动平台。其中,UPR 分支的 R 副轴线与 U 副靠近动平台的转动轴线平行,P 副轴线垂直于 R 副轴线。2 个 UPR 分支的转动副轴线相互平行。SPR 分支连接动平台的 R 副轴线与 UPR 分支连接动平台的 R 副轴线垂直。定平台  $SU_1U_2$  为等腰三角形,底边为  $U_1U_2$ ;动平台  $R_1R_2R_3$  也为等腰三角形,底边为  $R_1R_2$ 。在初始位置, $R_1$ 、 $R_2$ 、 $U_1$ 、 $U_2$  在同一平面内,且该平面与定平台  $SU_1U_2$  和动平台  $R_1R_2R_3$  垂直,如图 4 所示。

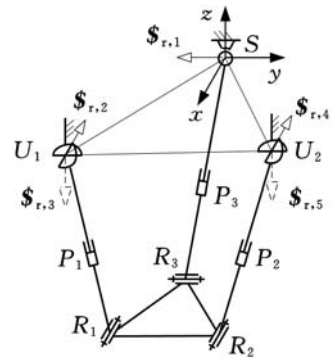


图 4 三自由度 Tripod 并联机构

经分析,SPR 分支施加给动平台的 1 个通过球副中心 S 点且平行于 SPR 分支转动副轴线的约束线矢力  $S_{r,1}$ ,每个 UPR 分支施加给动平台 1 个通过 U 副中心且平行于所在分支转动副轴线的约束线矢力和 1 个垂直于 U 副两条轴线的约束力偶,分别为  $S_{r,2}$ 、 $S_{r,3}$ 、 $S_{r,4}$ 、 $S_{r,5}$ 。可以发现,  $S_{r,2}$ 、 $S_{r,3}$ 、 $S_{r,4}$  和  $S_{r,5}$  是线性相关的,其最大线性无关数为 2,限制了动平台 1 个平行 UPR 分支

转动副轴线的移动自由度和 1 个垂直于 UPR 分支 U 副平面的转动自由度。 $\$_{r,1}$  与  $\$_{r,2}$ 、 $\$_{r,3}$ 、 $\$_{r,4}$  及  $\$_{r,5}$  是独立的,限制了动平台 1 个平行于 SPR 分支转动副轴线的移动自由度。

2.1.2 分支约束力螺旋系刚度矩阵求解

冗余约束使得过约束并联机构受力分析问题转变为静不定问题,所以需要考虑各支撑分支的结构刚度。

假设动平台是刚性的且不考虑运动副的弹性变形,而主要考虑支撑分支连杆的弯曲、拉伸和扭转变形。支撑分支的约束力螺旋系(包括驱动力螺旋)幅值与在该约束力螺旋系作用下分支末端产生的在各约束力螺旋轴线方向的弹性变形之间的映射矩阵为该支撑分支的约束力螺旋系刚度矩阵。求解分支约束力螺旋系刚度矩阵的具体步骤如下:

(1) 依据力递推法,求解支撑分支在其约束力螺旋系作用下所有运动副的约束反力。

(2) 利用材料力学基础知识,从支撑分支末端到基座依次求解各连杆在运动副约束反力作用下连杆末端的变形。

(3) 将支撑分支各连杆的变形叠加即可得到分支末端产生的总弹性变形,分支约束力螺旋系幅值大小与该弹性变形在分支各约束力螺旋轴线方向的投影大小之间的映射矩阵即为该支撑分支的约束力螺旋系刚度矩阵。

如上所述的 3-PRRR 正交三自由度移动过约束并联机构,设分支施加给动平台的约束力偶  $\$_{r,i}$  的幅值用  $f_i (i=1,2,\dots,6)$  表示,驱动力螺旋  $\$_{a,i}$  的幅值用  $\omega_j (j=1,2,3)$  表示,分支  $j$  末端在所在分支 2 个约束力偶和 1 个驱动力线矢作用下沿力偶轴线方向的转角变形和沿驱动线矢力轴线方向的挠度分别表示为  $\psi_{jx}$ 、 $\psi_{jz}$ 、 $\delta_{jy}$ ,则根据上述步骤可得

$$\left. \begin{aligned} [f_1 \ f_2 \ \omega_1]^T &= \mathbf{K}_1 [\psi_{1x} \ \psi_{1z} \ \delta_{1y}]^T \\ [f_3 \ f_4 \ \omega_2]^T &= \mathbf{K}_2 [\psi_{2x} \ \psi_{2z} \ \delta_{2y}]^T \\ [f_5 \ f_6 \ \omega_3]^T &= \mathbf{K}_3 [\psi_{3x} \ \psi_{3z} \ \delta_{3y}]^T \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{K}_1$ 、 $\mathbf{K}_2$ 、 $\mathbf{K}_3$  分别为分支 1、分支 2 和分支 3 的约束力螺旋系刚度矩阵,与分支连杆的材料及结构有关。

2.1.3 约束力螺旋系幅值求解

假设各支撑分支的质量可忽略,且所有的运动副是无摩擦的,则根据动平台的受力平衡,可得

$$\begin{aligned} \mathbf{\$}_F &= [\$_{r,1} \ \$_{r,2} \ \$_{a,1} \ \$_{r,3} \ \$_{r,4} \\ &\ \$_{a,2} \ \$_{r,5} \ \$_{r,6} \ \$_{a,3}] \mathbf{f} = \mathbf{G}_F^T \mathbf{f} \quad (2) \\ \mathbf{f} &= [f_1 \ f_2 \ \omega_1 \ f_3 \ f_4 \ \omega_2 \ f_5 \ f_6 \ \omega_3]^T \end{aligned}$$

其中,  $\mathbf{G}_F^T$  为  $6 \times 9$  矩阵;  $\mathbf{\$}_F$  表示作用在动平台上的外力螺旋。

根据式(2),各分支在约束力螺旋作用下其末端产生的沿各约束力螺旋轴线方向的弹性变形矢量  $[\psi_{jx} \ \psi_{jz} \ \delta_{jy}]^T$  也可表示为

$$\left. \begin{aligned} [\psi_{1x} \ \psi_{1z} \ \delta_{1y}]^T &= \\ [\$_{r,1} \ \$_{r,2} \ \$_{a,1}]^T \mathbf{D} &= \mathbf{J}_1^T \mathbf{D} \\ [\psi_{2x} \ \psi_{2z} \ \delta_{2y}]^T &= \\ [\$_{r,3} \ \$_{r,4} \ \$_{a,2}]^T \mathbf{D} &= \mathbf{J}_2^T \mathbf{D} \\ [\psi_{3x} \ \psi_{3z} \ \delta_{3y}]^T &= \\ [\$_{r,5} \ \$_{r,6} \ \$_{a,3}]^T \mathbf{D} &= \mathbf{J}_3^T \mathbf{D} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_1 &= [\$_{r,1} \ \$_{r,2} \ \$_{a,1}] \\ \mathbf{J}_2 &= [\$_{r,3} \ \$_{r,4} \ \$_{a,2}] \\ \mathbf{J}_3 &= [\$_{r,5} \ \$_{r,6} \ \$_{a,3}] \end{aligned}$$

式中,  $\mathbf{D}$  为动平台在外力螺旋作用下产生的微位移。

将式(1)和式(3)代入式(2)可得

$$\mathbf{\$}_F = \mathbf{J}_1 \mathbf{K}_1 \mathbf{J}_1^T \mathbf{D} + \mathbf{J}_2 \mathbf{K}_2 \mathbf{J}_2^T \mathbf{D} + \mathbf{J}_3 \mathbf{K}_3 \mathbf{J}_3^T \mathbf{D} = \mathbf{K} \mathbf{D} \quad (4)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{J}_1 \mathbf{K}_1 \mathbf{J}_1^T + \mathbf{J}_2 \mathbf{K}_2 \mathbf{J}_2^T + \mathbf{J}_3 \mathbf{K}_3 \mathbf{J}_3^T$$

式(4)左右两边均左乘以  $\mathbf{K}^{-1}$  可得

$$\mathbf{D} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{\$}_F \quad (5)$$

将式(3)和式(5)代入式(1)可得各支撑分支过约束力螺旋系幅值的一般解析表达式:

$$\left. \begin{aligned} [f_1 \ f_2 \ \omega_1]^T &= \mathbf{K}_1 \mathbf{J}_1^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{\$}_F \\ [f_3 \ f_4 \ \omega_2]^T &= \mathbf{K}_2 \mathbf{J}_2^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{\$}_F \\ [f_5 \ f_6 \ \omega_3]^T &= \mathbf{K}_3 \mathbf{J}_3^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{\$}_F \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

2.2 主动过约束并联机构(冗余驱动并联机构)

2.2.1 驱动力与约束力螺旋分析

冗余驱动并联机构与被动过约束并联机构的主要区别在于冗余驱动并联机构的驱动力可自由分配,而当驱动力分配考虑系统弹性变形时,需要满足变形协调方程,此时则与被动过约束并联机构的情况是一致的。

图 5 所示的锻造操作机机构 2SPS/R<sup>[17]</sup> 由动平台、2 个 SPS 驱动分支、1 个只含转动副的约束分支及基座组成。显然该锻造操作机机构只有 1 个绕转动副轴线的转动自由度,所以该锻造操作机机构为冗余驱动并联机构。经分析,约束分支 R 施加给动平台 3 个通过转动副中心且线性无关的约束线矢力和 2 个垂直与转动副轴线的约束力偶,分别表示为  $\$_{r,1}$ 、 $\$_{r,2}$ 、 $\$_{r,3}$ 、 $\$_{r,4}$ 、 $\$_{r,5}$ 。每个 SPS 驱动分支施加给动平台 1 个通过分支轴线的驱动线矢力,分别表示为  $\$_{a,1}$ 、 $\$_{a,2}$ 。

如图 6 所示的 5UPS/PRPU 五自由度冗余驱动并联机床<sup>[46]</sup>,定平台通过 5 个结构完全相同的 UPS 分支以及 1 个 PRPU 分支与动平台相连接,中间的 PRPU 分支为约束支链,其中与定平台连接的 P 副与转动副轴线平行,转动副轴线与

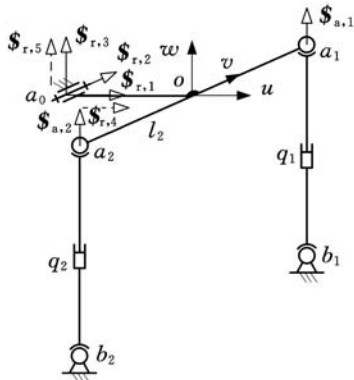


图5 冗余驱动锻造操作机机构 2SPS+R

U副靠近定平台的轴线平行,中间P副轴线垂直于R副轴线。通过控制5个UPS分支中移动副的伸缩和PRPU分支中第1个移动副在导轨上的移动来实现动平台位姿的改变。

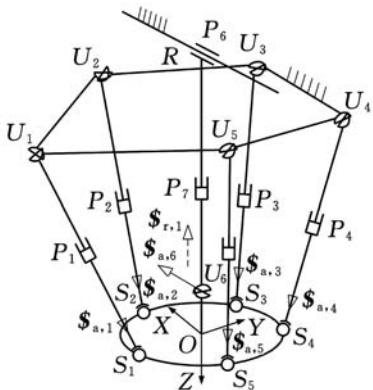


图6 5UPS/PRPU五自由度冗余驱动并联机床

经分析,PRPU分支施加给动平台1个垂直于U副两条轴线的约束力偶,表示为 $\$_{r,1}$ ,它限制了动平台的1个转动自由度,而该机床的驱动器数目为6,故存在驱动冗余。每个UPS驱动分支施加给动平台1个通过分支轴线的驱动线矢力,分别表示为 $\$_{a,1}$ 、 $\$_{a,2}$ 、 $\$_{a,3}$ 、 $\$_{a,4}$ 、 $\$_{a,5}$ ,PRPU分支驱动P副施加给动平台1个通过U副中心且平行于转动副轴线的驱动线矢力,表示为 $\$_{a,6}$ 。

2.2.2 驱动力求解

与被动过约束并联机构相比,求解冗余驱动并联机构的分支约束力螺旋系刚度矩阵时,除了考虑支撑分支连杆的弯曲、拉伸和扭转变形外,还需要考虑驱动器的弹性变形。如,5UPS/PRPU五自由度冗余驱动并联机床的 $U_1P_1S_1$ 驱动分支在驱动力螺旋 $\$_{a,1}$ 作用下,其末端变形不仅与 $U_1P_1$ 连杆和 $P_1S_1$ 连杆的拉压刚度有关,还与驱动器在其轴向的刚度有关。同理,PRPU分支在驱动力螺旋 $\$_{a,6}$ 作用下,其末端变形不仅与 $RP_7$ 连杆和 $P_7U_6$ 连杆的弯曲刚度有关,也与驱动器在其轴向的刚度有关。

求得驱动力螺旋幅值 $w$ 后,驱动力或力矩的大小 $\tau$ 可由下式<sup>[14]</sup>求得:

$$\tau = \$ \circ \$_a \cdot w \tag{7}$$

其中, $\$$ 为驱动副的单位运动螺旋, $\$_a$ 为驱动副的单位驱动力螺旋,“ $\circ$ ”为互易积运算符号。

冗余驱动过约束并联机构综合了被动过约束并联机构和冗余驱动并联机构各自的特点,既有主动过约束又有被动过约束,其受力分析需要综合上述两者的分析,限于篇幅,不再赘述。

参考文献:

- [1] 黄真,赵永生,赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京: 高等教育出版社,2006.
- [2] 安培文. 平面连杆机构的过约束及自调结构的分析与设计研究[D]. 重庆:重庆大学,2003.
- [3] Huang Z, Li Q C. Type Synthesis of Symmetrical Lower-mobility Parallel Mechanisms Using the Constraint-synthesis Method[J]. International Journal of Robotics Research,2003,22(1):59-79.
- [4] Dai J S, Huang Z, Lipkin H. Mobility of Overconstrained Parallel Mechanisms[J]. ASME Journal of Mechanical Design,2006,12(8):220-229.
- [5] 高天国,刘鹏. 新型串并联机床 LINKS-EXE 700 型加工中心结构与工作空间的分析与研究[J]. 自动化博览,2009,26(4):54-57.  
Gao Tianguo, Liu Peng. Research and Analysis on the Construction and Workspace of the LINKS-EXE 700 Serial-parallel Machine Tool[J]. Automation Panorama,2009,26(4):54-57.
- [6] Yao J T, Hou Y L, Chen J, et al. Theoretical Analysis and Experiment Research of a Statically Indeterminate Pre-stressed Six-axis Force Sensor[J]. Sensors and Actuators: A. Physical,2009,150(1):1-11.
- [7] Jia Zhenyuan, Lin Sheng, Liu Wei. Measurement Method of Six-axis Load Sharing Based on the Stewart Platform[J]. Measurement,2010,43(3):329-335.
- [8] Gosselin C M, Angeles J. The Optimum Kinematic Design of a Spherical Three-degree-of-freedom Parallel Manipulator[J]. ASME Journal of Mechanics and Transactions on Automatic Design,1989,111(2):202-207.
- [9] Kim H S, Tsai L W. Design Optimization of a Cartesian Parallel Manipulator[J]. Journal of Mechanical Design,2003,125(1):43-50.
- [10] Firmani F, Podhorodeski R P. Force-unconstrained Poses for a Redundantly-actuated Planar Parallel Manipulator[J]. Mechanism and Machine Theory,2004,39(5):459-476.

- [11] Muller A. Internal Preload Control of Redundantly Actuated Parallel Manipulators-its Application to Backlash Avoiding Control[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2005, 21(4): 668-677.
- [12] 李剑锋, 费仁元, 范金红, 等. 驱动器布位及冗余驱动对 Tricept 并联机构性能的影响[J]. 机械工程学报, 2008, 44(1): 31-39.  
Li Jianfeng, Fei Renyuan, Fan Jinhong, et al. Effects of Actuator Disposition and Redundant Actuation on Performance of the Tricept Parallel Mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(1): 31-39.
- [13] Wu Jun, Wang Jinsong, Wang Liping, et al. Study on the Stiffness of a 5-DOF Hybrid Machine Tool with Actuation Redundancy[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(2): 289-305.
- [14] Nokleby S B, Fisher R, Podhorehshi R P, et al. Force Capabilities of Redundantly-actuated Parallel Manipulators[J]. Mechanism and Machine Theory, 2005, 40(5): 578-599.
- [15] Zhao Y J, Gao F. Dynamic Performance Comparison of the 8PSS Redundant Parallel Manipulator and Its Non-redundant Counterpart—the 6PSS Parallel Manipulator[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(5): 991-1008.
- [16] 范凡, 王皓, 赵勇. 自由锻造操作机冗余驱动系统的驱动力分配与协调[J]. 机械设计, 2009, 26(9): 26-30.  
Fan Fan, Wang Hao, Zhao Yong. Distribution and Coordination of Driving Force in the Redundant Driving System of Free Forging Manipulator[J]. Journal of Machine Design, 2009, 26(9): 26-30.
- [17] Xu Y D, Yao J T, Zhao Y S. Inverse Dynamics and Internal Forces of the Redundantly Actuated Parallel Manipulators[J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 51: 172 - 184.
- [18] 何凯, 金振林, 郭为忠, 等. 新一代机械式可控金属压力机的设计[J]. 机械设计与研究, 2005, 21(4): 12-14.  
He Kai, Jin Zhenlin, Guo Weizhong, et al. The Design of a New Controllable Mechanical Metal Forming Press[J]. Machine Design and Research, 2005, 21(4): 12-14.
- [19] 刘善增, 余跃庆, 刘庆波, 等. 3-RRC 并联机器人动力学分析[J]. 机械工程学报, 2009, 45(5): 220-224.  
Liu Shanzeng, Yu Yueqing, Liu Qingbo, et al. Dynamic Analysis of 3-RRC Parallel Manipulator[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(5): 220-224.
- [20] Li Chenggang, Wang Huamin, Zhu Jianying. Dynamics Analysis of 2-DOF Spherical Parallel Mechanism[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2009, 26(2): 95-100.
- [21] 胡波, 路懿, 许佳音, 等. 新型过约束并联机构 2RPU+UPU 动力学模型[J]. 机械工程学报, 47(11), 2011: 36-43.  
Hu Bo, Lu Yi, Xu Jiayin, et al. Solving Kinematics for a Novel Over-constrained 2RPU+UPU Parallel Manipulator[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(11): 36-43.
- [22] 董军, 黄清世. 具有虚约束的平行四边形机构的受力分析[J]. 江汉石油学院学报, 1991, 13(3): 64-71.  
Dong Jun, Huang Qingshi. Force Analysis of Parallelogram Mechanism with Virtual Constraints[J]. Journal of Jiangnan Petroleum Institute, 1991, 13(3): 64-71.
- [23] 曾励. 连杆行星齿轮过约束机构的研究[D]. 重庆: 重庆大学, 1997.
- [24] 周玉林, 刘磊, 高峰. 3 自由度球面并联机构 3-RRR 静力全解[J]. 机械工程学报, 2008, 44(6): 169-176.  
Zhou Yulin, Liu Lei, Gao Feng. Static Full-solutions of Spherical Parallel Mechanism 3-RRR with 3-DOF [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(6): 169-176.
- [25] 张立杰, 李永泉. 球面 2-DOF 冗余驱动并联机器人静力学全解[J]. 机械工程学报, 2011, 47(19): 22-29.  
Zhang Lijie, Li Yongquan. Static Full-solutions of Spherical 2-DOF Parallel Manipulator with Actuation Redundancy[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(19): 22-29.
- [26] Kerr D R, Griffis M, Sanger D J, et al. Redundant Grasps, Redundant Manipulators and Their Dual Relationship[J]. Journal of Robotics System, 1992, 9(7): 973-1000.
- [27] 韩先国, 陈五一. 基于运动约束解过约束并联机构变形协调方程[J]. 力学与实践, 2005, 27(3): 65-68.  
Han Xianguo, Chen Wuyi. The Method to Solve the Compatibility Equation of Distortion of Over Constraint Parallel Manipulator Based on Kinematic Constraint[J]. Mechanics in Engineering, 2005, 27(3): 65-68.
- [28] Janusz F, Marek W. On the Unique Solvability of a Direct Dynamics Problem for Mechanisms with Redundant Constraints and Coulomb Friction in Joints[J]. Mechanism and Machine Theory, 2011, 46(3): 312-334.
- [29] Veretechy R, Parenti-Castelli V. Static and Stiffness Analyses of a Class of Over-constrained Parallel

- Manipulators with Legs of Type US and UPS [C]//2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Roma, 2007:561-567.
- [30] Huang Z, Zhao Y, Liu J F. Kinetostatic Analysis of 4-R (CRR) Parallel Manipulator with Overconstraints Via Reciprocal - screw Theory [J]. Advanced Mechanical Engineering, 2009, 2010:1-11.
- [31] 赵燕, 黄真. 含过约束力偶的少自由度并联机构的受力分析[J]. 机械工程学报, 2010, 46(5):15-21. Zhao Yan, Huang Zhen. Force Analysis of Lower-mobility Parallel Mechanisms with Over-constrained Couples[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(5):15-21.
- [32] Zheng Y F, Luh J Y S. Optimal Load Distribution for Two Industrial Robots Handling a Single Object [C]//Proceedings of the 1988 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Philadelphia, 1988:344-349.
- [33] Gardner J F, Srinivasan K, Waldron K J. A Solution for the Force Distribution Problem in Redundantly Actuated Closed Kinematic Chains [J]. ASME Journal of Dynamical Systems and Measurement Control, 1990, 112(3):523-526.
- [34] Nahon M A, Angeles J. Optimization of Dynamic Forces in Mechanical Hands[J]. ASME Journal of Mechanics and Transactions on Automatic Design, 1991, 113(2):167-173.
- [35] Tao J M, Luh J Y S. Coordination of Two Redundant Manipulators [C]// Proceedings of the 1989 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Scottsdale, 1989:425-430.
- [36] 邵华, 关立文, 王立平, 等. 冗余并联机床驱动力优化解析[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2007, 47(8):1325-1329. Shao Hua, Guan Liwen, Wang Liping, et al. Drive Force Optimization for a Redundant Parallel Machine[J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2007, 47(8):1325-1329.
- [37] Merlet J P. Redundant Parallel Manipulators[J]. Laboratory Robotics and Automation, 1996, 8(1):17-24.
- [38] Zhao Yongsheng, Ren Jingyi, Huang Zhen. Dynamic Loads Coordination for Multiple Cooperating Robot Manipulators[J]. Mechanism and Machine Theory, 2000, 35(7):985-995.
- [39] Gao X C, Song S M, Zheng C Q. A Generalized Stiffness Matrix Method for Force Distribution of Robotic Systems with Indeterminacy [J]. ASME Journal of Mechanics and Design, 1993, 115(3):585-591.
- [40] Kock S, Schumacher W. A Mixed Elastic and Rigid-body Dynamic Model of an Actuation Redundant Parallel Robot with High - reduction Gears [C]//Proceedings of the 1989 IEEE International Conference on Robotics and Automation, San Francisco, 2000:1918-1923.
- [41] Shang Weiwei, Cong Shuang, Zhang Yaoxin, et al. Active Joint Synchronization Control for a 2-DOF Redundantly Actuated Parallel Manipulator [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2009, 17(2):416-423.
- [42] 刘大伟, 王立平. 基于工作空间的 4RRR 冗余并联机构支链优化[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2010, 50(8):1239-1242. Liu Daiwei, Wang Liping. Workspace-based Architecture Optimization of a 4RRR Parallel Kinematic Machine with Actuation Redundancy[J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2010, 50(8):1239-1242.
- [43] 张立杰, 黄真. 一种球面冗余并联机器人机构设计的基础研究[J]. 中国机械工程, 2006, 17(7):681-683. Zhang Lijie, Huang Zhen. Fundamental Study on the Mechanism Design of a Spherical Parallel Manipulator with Redundancy[J]. China Mechanical Engineering, 2006, 17(7):681-683.
- [44] Joshi S A, Tsai L W. Jacobian Analysis of Limited-DOF Parallel Manipulators [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2002, 124(2):254-258.
- [45] 方鑫, 许敏, 高峰. 二自由度球面定点并联五杆机构的运动学分析[J]. 上海交通大学学报, 2009, 43(5):830-833. Fang Xin, Xu Min, Gao Feng. Kinematical Analysis of Two Degree of Freedom Spherical Fixed Point Five Bar Parallel Mechanism [J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 2009, 43(5):830-833.
- [46] 程丽. 五自由度并联机床冗余驱动理论与实验研究[D]. 秦皇岛:燕山大学, 2009.

(编辑 陈 勇)

作者简介:赵永生,男,1962年生。燕山大学机械工程学院教授、博士研究生导师。主要研究方向为并联机器人理论及其应用。出版专著1部,发表论文200余篇。许允斗,男,1985年生。燕山大学机械工程学院讲师。姚建涛,男,1980年生。燕山大学机械工程学院副教授。金林茹,女,1988年生。燕山大学机械工程学院硕士研究生。