

滚珠型弧面凸轮连续传动机构承载接触分析

牟世刚 冯显英 李 蕾

山东大学, 济南, 250061

摘要: 在建立滚珠型弧面凸轮连续传动机构数学模型的基础上, 得到了弧面凸轮的啮合模型, 并进行了齿面接触特性分析。弧面凸轮啮合传动时接触形式表现为球齿面与马鞍面之间的点接触, 对点接触形成的椭圆进行了分析, 确定了其方向和尺寸。利用曲面上任意点处主曲率的计算方法, 得到了接触点处主曲率的变化规律。计算了接触区域最大压应力, 分析了弧面凸轮连续传动时接触中心最大压应力的变化规律。所得结论对进一步研究滚珠型弧面凸轮连续传动理论与实际应用具有重要的指导意义, 为完善滚珠型弧面凸轮传动机构的设计与制造提供了理论依据。

关键词: 啮合特性; 接触分析; 弧面凸轮; 接触椭圆

中图分类号: TH132

DOI: 10.3969/j.issn.1004-132X.2012.04.001

Load Tooth Contact Analysis on Globoidal Cam Continuous Transmission Mechanism with Balls

Mu Shigang Feng Xianying Li Lei

Shandong University, Jinan, 250061

Abstract: Based on the mathematical models of the globoidal cam continuous transmission mechanism with balls, a meshing model was obtained and the tooth contact analysis was performed. The tooth contact form of meshing globoidal cam was a point contact between convexity and saddle surfaces. The contact ellipses of the meshing tooth surfaces were studied, and the orientations and dimensions of contact ellipses were obtained. By the solution method of the principal curvature, the equations of the contact characteristics of the contact points on the globoidal cam with balls were developed. Based on the equations, the contact spots on the globoidal cam were simulated and analyses were conducted on the rule of the principal curvature of the contact points on the pinion and the globoidal cam as well as the rule of the maximum press stress of the contact areas on the globoidal cam. The study is useful for further investigations in transmission theory and practical applications of globoidal cam with balls. The presented results provide the theoretical basis for the design and manufacture of globoidal cam with balls.

Key words: meshing characteristic; contact analysis; globoidal cam; contact ellipse

0 引言

滚珠型弧面凸轮连续传动机构是将成熟的蜗轮蜗杆传动机构与分度凸轮机构相结合, 实现点啮合化的空间传动机构, 其分度盘采用周向均布滚珠型球齿的整体结构, 构成了无侧隙、连续运动的基本模式^[1-3]。这种结构上的“三体两副”和廓面间点啮合化处理减少了传统凸轮与分度盘齿面间的相对滑动, 提高了传动效率^[4]。国内外学者对这种传动的设计、制造和试验等进行了广泛的研究。Tsay等^[5]完成了弧面凸轮的结构设计, 对这种传动机构的转矩平衡进行了实际测试。文献[6-8]对球面包络蜗杆分度凸轮机构的啮合理论、传动误差敏感性、传动效率和加工制造等进行了系统的研究。邓星桥等^[9]完成了圆柱型弧面凸轮机构参数的遗传优化设计, 并试制出了样机。

虽然国内外学者对弧面凸轮的啮合理论、效率、运动仿真、结构设计及关键零件的加工方法等都进行了不同程度的研究, 但都没有涉及对滚珠型弧面凸轮机构球齿面接触区接触特性的研究。零件的加工质量靠传动中齿面接触区的形状、位置、大小和运动平稳性来衡量, 因此传动机构的接触分析是研究机构传动特性的重要内容之一, 是完善其设计理论的重要基础。

本文以空间啮合理论为基础, 借助成熟的齿轮接触分析技术^[10-12], 分析了传动中分度盘球面齿廓和凸轮齿廓面上接触点处主曲率的变化规律, 确定了接触区的形状和接触力在瞬时啮合齿对间的分布; 将理论分析计算和有限元分析方法相结合, 建立了适用于工业实际且具有较高精度的高速齿轮传动瞬时接触应力分析的模型和方法, 系统地分析了瞬时接触应力的大小和分布情况。

收稿日期: 2011-03-14

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50875153)

1 基本方程

1.1 建立坐标系

为得到滚珠型弧面凸轮连续传动机构的啮合方程,建立图 1 所示的空间坐标系,表示弧面凸轮和球齿分度盘啮合的情况。 $S_1(o_1 i_1 j_1 k_1)$ 和 $S_2(o_2 i_2 j_2 k_2)$ 是空间中两个固定坐标系; $S_{1'}(o_{1'} i_{1'} j_{1'} k_{1'})$ 是与凸轮相固连的动坐标系,绕 k_1 轴旋转且转角为 φ_1 ,当 $\varphi_1 = 0$ 时,坐标系 $S_{1'}$ 与 S_1 重合,即 S_1 是 $S_{1'}$ 的初始位置; $S_{2'}(o_{2'} i_{2'} j_{2'} k_{2'})$ 是与分度盘相固连的动坐标系,绕 k_2 轴旋转且转角为 φ_2 ,当 $\varphi_2 = 0$ 时,坐标系 $S_{2'}$ 与 S_2 重合,即 S_2 是 $S_{2'}$ 的初始位置。 $\overline{o_1 o_2}$ 为凸轮轴线 k_1 与分度盘轴线 k_2 的垂直距离, $\overline{o_1 o_2} = a_0$, 凸轮和分度盘分别以角速度 ω_1 和 ω_2 绕 k_1 轴和 k_2 轴旋转,转角分别为 φ_1 和 φ_2 。

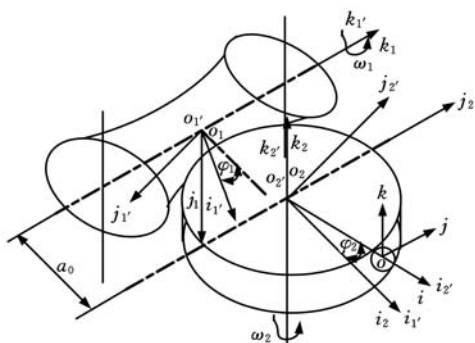


图 1 滚珠型弧面凸轮连续传动坐标系

1.2 啮合方程

分度盘球型齿廓面参数设定如图 2 所示, r 为球面半径, θ, u 为球面参数, R 为分度盘半径。点 P 为凸轮廓面与分度盘球齿面的接触点, 点 P 在分度盘固定坐标系 S_2 中的矢径为 r_2 , 则球齿面上的向量随分度盘转过 φ_2 后在分度盘坐标系 S_2 中的表达式为

$$r_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R + r \cos u) \cos \varphi_2 - r \sin u \cos \theta \sin \varphi_2 \\ (R + r \cos u) \sin \varphi_2 + r \sin u \cos \theta \cos \varphi_2 \\ r \sin u \sin \theta \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

根据齿轮啮合原理^[13]可知,在共轭接触点处两曲面间的相对运动速度 $v_2^{1,2}$ 必须垂直于其公法线 n_2 , 即啮合方程式 $\Phi(u, \theta, \varphi_2) = n_2 \cdot v_2^{1,2} = 0$, 可得滚珠型弧面凸轮连续分度机构传动的啮合方程:

$$\tan u = \frac{-Ri_{z1}}{R \cos \varphi_2 + a_0} \quad (2)$$

1.3 分度盘齿面接触线及凸轮啮合廓面方程

滚珠型弧面凸轮连续传动机构上的瞬时接触

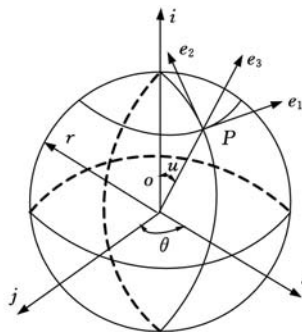


图 2 分度盘球型齿廓面参数设定

线是分度盘球齿廓面和凸轮廓面瞬时接触点的集合, 两共轭齿面上的接触点必然满足啮合方程。分度盘齿面(球齿面)上的接触线既在球面上, 又必须满足啮合方程。因此, 联立式(1)与式(2)即可得到滚珠型弧面凸轮连续传动机构接触线方程。

通过 S_2 到 S_1 的坐标变换方程, 将接触线方程变换到凸轮坐标系中, 并令 φ_1 连续变化, 即可得到球面包络的连续性凸轮传动机构的齿面方程:

$$r_1 = M_{12} r_2 \quad (3)$$

式中, M_{12} 为从坐标系 S_2 到 S_1 的变换矩阵。

2 齿廓曲面的结构特征

由滚珠型弧面凸轮传动机构工作面的特点可知, 弧面凸轮工作面为马鞍面, 弧面凸轮和滚珠的接触形式表现为马鞍面与球面的点接触, 图 3 描述了两曲面 Σ_1 和 Σ_2 在点 P 接触时的公切面 T 和主方向。其中, 凸轮廓面 Σ_1 的两个主方向为 $e_{I}^{(1)}$ 和 $e_{II}^{(1)}$, 对应的主曲率分别为 $k_I^{(1)}$ 和 $k_{II}^{(1)}$; $e_{I}^{(2)}$ 和 $e_{II}^{(2)}$ 为球齿凸面 Σ_2 的两个主方向, 对应的主曲率分别为 $k_I^{(2)}$ 和 $k_{II}^{(2)}$ 。

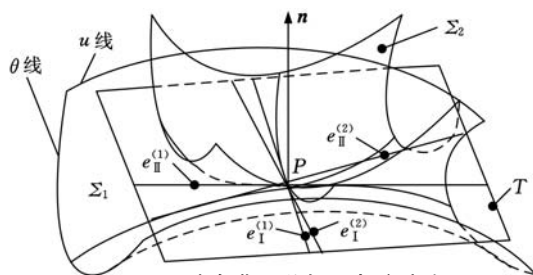


图 3 啮合曲面公切面与主方向

根据空间啮合理论^[14], 对传动中凸轮廓面和球面齿廓上接触点处的主曲率进行求解:

$$\begin{vmatrix} du^2 & -dud\theta & d\theta \\ E & F & G \\ L & M & N \end{vmatrix} = 0 \quad (4)$$

式中, E, F, G, L, M 和 N 分别为凸轮廓面和球面齿廓曲面的第一基本量和第二基本量。

曲面主曲率求解公式为

$$k_p = \frac{Ldu + 2Mdud\theta + Nd\theta}{Edu + 2Fdud\theta + Gd\theta} \quad p = I, II \quad (5)$$

分别将凸轮廓面和球面齿廓的接触点处主方向代入,即可得到凸轮廓面和球面齿廓曲面接触点处的两个接触曲面的主曲率和主方向,并得出接触点处主曲率随球面参数的变化规律。图4为凸轮廓面和球齿面啮合时接触点处凸轮廓面 Σ_1 主曲率随齿廓曲面参数 u 和 θ 的变化曲线。齿面 Σ_1 的 u 线弯曲方向($d\theta=0$)与 \mathbf{n} 的方向相反,曲面沿主方向 $e_1^{(1)}$ 的法截线向 \mathbf{n} 的反方向弯曲,对应的主曲率 $k_1^{(1)} < 0$;而沿 θ 线方向($du=0$)与 \mathbf{n} 的方向相同,沿主方向 $e_1^{(1)}$ 的法截线向 \mathbf{n} 的正方向弯曲,对应的主曲率 $k_2^{(1)} > 0$ 。

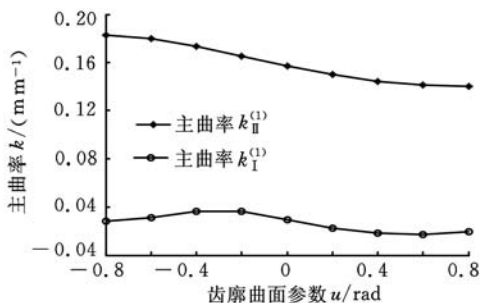


图4 弧面凸轮齿廓曲面接触点主曲率变化规律

3 承载接触分析

3.1 接触椭圆分析

由前面分析可知,弧面凸轮和滚珠的接触形式表现为球面与马鞍面的点接触,由于接触时的弹性变形,两表面接触点处瞬时接触为一椭圆形区域。接触轨迹由一组瞬时接触椭圆形成,瞬时接触椭圆的大小和方向取决于两接触曲面的主曲率和主方向^[15-16]。通过坐标变换将 Σ_1 和 Σ_2 的主方向 $e_1^{(1)}$ 和 $e_1^{(2)}$ 表示在统一的固定坐标系 S_2 中,很显然,对于瞬时接触点,主方向 $e_1^{(1)}$ 和 $e_1^{(2)}$ 位于其共切面内,如图5所示,接触椭圆的方向由 γ 确定, γ 的计算公式如下:

$$\tan 2\gamma = \frac{g_2 \sin 2\alpha}{g_1 - g_2 \cos 2\alpha} \quad (6)$$

$$g_1 = k_1^{(1)} - k_2^{(1)}, g_2 = k_1^{(2)} - k_2^{(2)}$$

式中, α 为两个接触面第一主方向 $e_1^{(1)}$ 和 $e_1^{(2)}$ 的夹角。

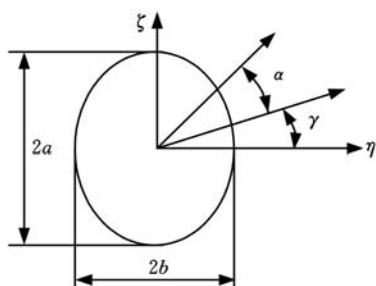


图5 接触椭圆

根据接触点主曲率和两弹性体的弹性系数与接触区域的关系可知,接触区域椭圆长短半径 a 、 b 应满足:

$$\left. \begin{aligned} a &= \mu \sqrt{\frac{3F_m(\theta_c + \theta_b)}{8 \sum \rho}} \\ b &= \nu \sqrt{\frac{3F_m(\theta_c + \theta_b)}{8 \sum \rho}} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中,系数 μ, ν 为椭圆积分函数,可通过查椭圆积分系数表^[17]获得; $\sum \rho$ 为接触处主曲率之和, $\sum \rho = k_1^{(1)} + k_2^{(1)} + k_1^{(2)} + k_2^{(2)}$ 。

θ_q 由下式计算:

$$\theta_q = \frac{4(s_q^2 - 1)}{E_q s_q^2} \quad q = c, b \quad (8)$$

式中,下标 c, b 分别表示弧面凸轮和球齿面; s_q 为材料纵向延伸与横向压缩之比的系数,均取为3; E_q 为材料的弹性模量。

接触区域最大压应力为

$$\sigma_{\max} = \frac{0.92}{\mu\nu} \sqrt{\frac{F_m (\sum \rho)^2}{(\theta_c + \theta_b)^2}} \quad (9)$$

同时,接触区域的最大弹性变形量为

$$\delta_{\max} = \frac{3JF_m(\theta_c + \theta_b)}{8\pi a} \quad (10)$$

式中, J 为椭圆积分函数,其求解方法与系数 μ, ν 相同。

3.2 接触应力分析

根据上述方程,设定工作转矩 $T_2 = 200\text{N} \cdot \text{m}$ 。根据赫兹接触理论,在MATLAB中编制仿真程序进行仿真。为了验证方法的正确性,在ABAQUS有限元软件中,采用八节点六面体线性减缩积分单元C3D8R,自由划分网格,在ABAQUS/Standard求解器中进行力学分析,得到在啮合过程中凸轮齿廓上不同位置的接触应力。

图6所示为球滚动体啞入到啞出的过程中,单、双球滚动体交替传递运动时与滚道之间的接触应力变化曲线。图7所示为有限元分析凸轮与球滚动体接触时接触椭圆的形状和方向。双滚子啞合传动时,滚动体在啞入和啞出(滚动体位置角

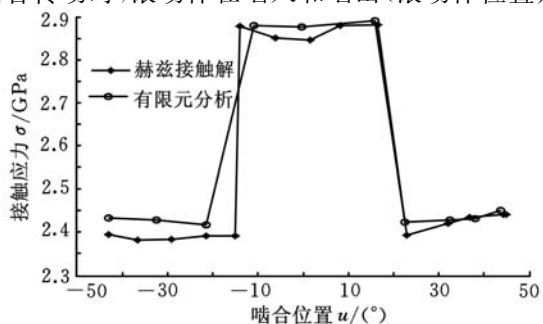


图6 啞合过程中接触应力的变化

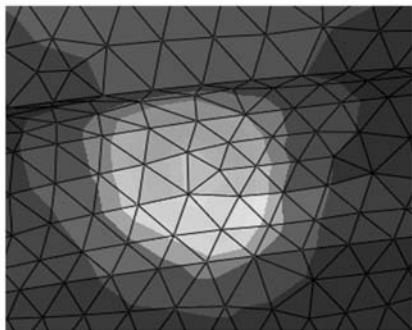


图 7 啮合过程中接触椭圆

$\pm 45^\circ$ 时接触应力最大。单滚子啮合传动时,滚子在其位置角 $\pm 15^\circ$ 时接触应力最大(为 2886.63MPa)。有限元解得到的数值解与赫兹理论得到的解析值的变化趋势基本一致,只是有限元解得到的接触应力要比赫兹理论得到的应力稍大,这是因为采用赫兹理论得到的结果是近似的,而且赫兹理论还存在很多假设,忽略了摩擦等因素。

4 结论

(1)根据曲面上任意点处主方向和主曲率的计算方法确定了传动中凸轮和分度盘球型齿廓上接触点处主曲率的变化规律,给出了传动中接触点处接触应力的计算方程。

(2)结合弹性力学的接触理论,提出了弧面凸轮和球面齿廓接触应力计算方法。该方法能够反映整个啮合过程中接触应力的变化和齿面几何(即加工设计)、载荷变化的影响,是一种简便精确的计算方法。

(3)滚珠型弧面凸轮机构啮合传动时,其齿面间接触形式表现为凸曲面与马鞍面之间的点接触,形成的接触斑点为椭圆形,点啮合化、主曲率和接触域三者密切相关,它们的量化关系在滚珠型弧面凸轮连续传动机构设计以及接触域控制等方面都将发挥重要的指导作用。

参考文献:

- [1] 张紫平. 滚珠型弧面凸轮连续传动机构啮合特性分析与动力学研究[D]. 济南:山东大学,2010.
- [2] Yao Ligang, Dai Jian S, Wei Guowu, et al. Comparative Analysis of Meshing Characteristics with Respect to Different Meshing Rollers of the Toroidal Drive[J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 41(7):863-881.
- [3] Litvin F L, Nava A, Qi Fan, et al. New Geometry of Face Worm Gear Drives with Conical and Cylindrical Worms: Generation, Simulation of Meshing, and

Stress Analysis[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002, 191 (27/28): 3035-3054.

- [4] 陈厚军. 蒙日曲面共轭原理与环面蜗杆珠轮传动技术的研究[D]. 大连:大连理工大学,2009.
- [5] Tsay D M, Ho H C, Wang K C. Design of Torque Balancing Cams for Globoidal Cam Indexing Mechanisms[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2002, 124(3):441-447.
- [6] 王其超,陶学恒,肖正扬,等. 新型球面包络蜗杆分度凸轮机构的研究[J]. 机械科学与技术,1999,18(2):252-254.
- [7] 王其超. 滚动式回转变包络点啮合环面蜗杆传动理论与技术的研究[D]. 大连:大连理工大学,2001.
- [8] 陶学恒,肖正扬. 圆柱形廓面包络蜗杆分度凸轮机构的啮合特征分析与设计[J]. 机械传动,1999,23(2):19-22.
- [9] 邓星桥,王进戈,张均富,等. 基于遗传算法的无侧隙双滚子包络环面蜗杆传动的参数优化设计[J]. 四川大学学报(工程科学版),2010,42(2):250-254.
- [10] 李婷,潘存云,张立杰,等. 球齿轮传动的齿面接触分析和应力分析[J]. 国防科技大学学报,2008,30(6):123-128.
- [11] 李政民卿,朱如鹏. 面齿轮传动的承载接触分析[J]. 南京航空航天大学学报,2010,42(2):219-224.
- [12] Liu Chiachang, Tsay Chungbiau. Contact Characteristic of Beveloid Gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37(4):333-350.
- [13] Litvin F L, Fuentes A. Gear Geometry and Applied Theory [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [14] 李瑰贤. 空间几何建模及工程应用[M]. 北京:高等教育出版社,2007:98-102.
- [15] Litvin F L, Fuentes A, Handschuh R F, et al. Face Gear Drives with Spur Involute Pinion: Geometry Generation by a Worm, Stress Analysis[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002, 191(25/26):2785-2813.
- [16] Litvin F L. 齿轮几何学与应用理论[M]. 国楷,叶凌云,范琳,译. 上海:上海科学技术出版社,2008:468-471.
- [17] 刘泽九,贺士荃. 滚动轴承应用[M]. 北京:机械工业出版社,2007:183-189.

(编辑 陈勇)

作者简介:牟世刚,男,1976年生。山东大学机械工程学院博士研究生。主要研究方向为智能检测、机械动力学。冯显英,男,1965年生。山东大学机械工程学院教授、博士研究生导师。李蕾,女,1982年生。山东大学机械工程学院博士研究生。