

基于区间分析的 LuGre 摩擦模型参数辨识方法

刘柏希 姚昊雄 聂松辉

湘潭大学,湘潭,411105

摘要:针对 LuGre 摩擦模型参数耦合、动态参数辨识困难等问题,提出一种基于区间分析的 LuGre 摩擦模型动态参数辨识方法。首先,简要介绍了边界误差估计方法及其在系统模型为常微分方程时系统参数辨识中的应用,然后,基于两步法思想,分别采用最小二乘法和基于区间分析的边界误差估计方法对 4 个静态参数和 2 个动态参数进行了辨识。该方法有效避免了采用传统非线性辨识方法辨识 LuGre 摩擦模型动态参数时初值确定困难、对辨识结果影响大以及显性目标函数不易给出等缺陷,同时,辨识得到的参数为全局最优。最后通过实例验证了该方法的正确性和有效性。

关键词:摩擦模型;参数辨识;边界误差估计;区间分析

中图分类号:TH117

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2013.19.018

Parameter Identification of LuGre Friction Model Based on Interval Analysis

Liu Baixi Yao Haoxiong Nie Songhui

Xiangtan University, Xiangtan, Hunan, 411105

Abstract: An approach, based on bounded-error estimation via interval analysis, was presented to identify dynamic parameters of LuGre friction model herein. The approach assumed the error of measurement output data of dynamic system with LuGre friction force was bounded. Hence, the problem of parameter identification can be transformed into that of set inversion, which will be effectively solved via interval analysis. The four static parameters of LuGre friction model were estimated using least-square method in sliding regime, which decreased sharply the amounts of parameters identified using interval analysis. In comparison with the traditional estimation methods the main advantages of the proposed method are that, as it is global, it bypasses the problem of initialization. Moreover, the method avoids amount error due to transformation of measurement output data. An identification example was given to show the correctness and efficiency of the proposed method.

Key words: friction model; parameter identification; bounded-error estimation; interval analysis

0 引言

摩擦力是影响机械系统动态性能的重要因素。建立精确摩擦模型并准确确定不同工况下的模型参数,有助于开展精密机械系统摩擦补偿、轨迹跟踪和动态预测等工程应用研究^[1-2],具有重要的理论和实际意义。迄今为止,已提出了多种描述摩擦特性的数学模型^[3]。其中,LuGre 摩擦模型^[4]能够较准确地描述摩擦过程中的黏滑运动、摩擦滞后、预滑动位移、变最大静摩擦力等特性,是目前较为完善的一种摩擦模型。该模型包含 6 个参数,即鬃毛刚度系数和阻尼系数 2 个动态参数,库仑摩擦力、静摩擦力、黏滞摩擦系数和 Stribeck 速度 4 个静态参数。由于 6 个参数之间存在耦合情况,且模型中涉及的内部状态变量在实际系统中难以测量,使得 LuGre 摩擦模型的参数特别是两个动态参数的确定非常困难。Canudas

等^[5]提出了一种基于局部线性化的两步辨识法,利用最小二乘法对模型中的 4 个静态参数和 2 个动态参数分两步进行了辨识。此后,基于两步法思想,许多学者采用不同的优化方法对模型参数进行了辨识^[6]。由于系统稳态阶段的速度-摩擦力曲线即 Stribeck 曲线能够测量,且摩擦力与速度之间是线性关系,易于建立形式简单的优化目标函数,因此,上述两步法与传统优化方法结合的辨识方法能够有效地辨识模型 4 个静态参数。然而,对于模型中的 2 个动态参数,其辨识目标函数复杂,采用上述传统优化方法辨识时,辨识结果对参数初值依赖性较强,辨识收敛性难以保证,往往得到的是局部最优解。Hensen 等^[7]提出了一种辨识 LuGre 模型动态参数的频域方法。该方法以随机噪声作为系统激励,通过测得对应的频响函数,来获得预滑动阶段两个动态参数的值,但辨识效果不理想。Madi 等^[8]提出了利用区间分析方法对 LuGre 模型 6 个参数进行辨识。

本文基于两步法思想,提出一种最小二乘法

收稿日期:2012-06-01

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50905151);湖南省教育厅优秀青年资助项目(13B115)

与边界误差估计方法^[9]相结合的 LuGre 摩擦模型参数辨识方法。

1 边界误差估计方法

边界误差估计方法假定待估系统的测量误差是有界的,并借助该有界误差和实测数据建立待估系统的理论输出值区间向量。通过比较仿真计算值与该理论输出值之间的包含关系,最终获得待估系统参数的辨识值。

首先引入区间理论相关的基本概念和定义:

(1) $[\mathbf{x}] = [\underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}] = \{x_i \mid \underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i\}$, 定义为实数域 \mathbf{R} 上的区间;

(2) $[\mathbf{X}]$ 定义为实数域 \mathbf{R} 上的区间向量, 包含 n 个区间元素 $[x_1] \sim [x_n]$;

(3) $\omega([\mathbf{X}])$ 定义为区间向量 $[\mathbf{X}]$ 中最大(长)区间元素的长度。

假设包含待估参数 \mathbf{p} 的系统模型为 $y_M(\mathbf{p})$ 。待估系统实测输出数据 y 与理论输出值 $y_M(\mathbf{p})$ 之间的误差为 $e(\mathbf{p})$, 则 $e(\mathbf{p})$ 必在给定的误差区间 $[\mathbf{E}] = [e, \bar{e}]$ 内。即, 待估系统理论输出值 $y_M(\mathbf{p}) \in [\mathbf{Y}] = [y - \bar{e}, y + \bar{e}]$ 。因此, 当参数 $\hat{\mathbf{p}}$ 使得待估系统仿真输出值 $y_M(\hat{\mathbf{p}})$ 落在区间 $[\mathbf{Y}]$ 内时, 则表示该参数为满足误差要求的待估参数辨识值。所有满足误差要求的待估参数构成一个参数集 S :

$$S = \{\mathbf{p} \in [\mathbf{P}] \mid y_M(\mathbf{p}) \in [\mathbf{Y}]\} \quad (1)$$

显然, 参数集 S 的长度越小, 表明待估参数的辨识值越接近参数真实值。

式(1)进一步改写成:

$$S = y_M^{-1}([\mathbf{Y}]) \cap [\mathbf{P}] \quad (2)$$

式(2)表示的是一个集反演问题。该问题的求解可以利用集反演(set inversion via interval analysis, SIVIA)方法^[10-12]来实现。

SIVIA 方法是基于给定的初始参数区间来求解的, 该区间包含了满足边界误差要求的所有参数值。将参数代入系统模型进行求解, 获得仿真输出值解集。将该解集与包含实测数据的可行集进行比较, 并将比较结果作为进一步切分参数区间的判据, 经过多次切分, 最后得到满足精度要求的全局最优参数区间。

当系统模型为常微分方程时, 不能直接将已知参数代入系统模型计算得到仿真输出值。此时, 需要在已知参数的基础上求解微分方程, 然后利用所得结果间接计算系统仿真输出值。以下是利用 SIVIA 算法辨识常微分方程中参数的过程^[13]。

设任意 $T > 0$, 令 $I = [0, T]$ 为实数域 \mathbf{R} 上的任意闭区间。 \mathbf{x} 为任意 n 阶向量, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 。考察如下动力学系统:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= f(t, \mathbf{x}, u, \mathbf{p}) \\ y_M &= g(t, \mathbf{x}, \mathbf{p}) \\ \mathbf{x}(t_0) &= \mathbf{x}_0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中, t 为时间变量; u 为系统外激励; f, g 为状态函数和系统输出函数; \mathbf{x}_0 为初始状态。

连续函数 f 满足唯一性条件。求解该常微分方程, 得到的解的下边界和上边界分别为

$$\left. \begin{aligned} \underline{\dot{x}}_k(t) &= \inf f_k(t, \underline{x}_k(t), [x_k(t)], [\mathbf{P}]) \\ \bar{\dot{x}}_k(t) &= \sup f_k(t, \bar{x}_k(t), [x_k(t)], [\mathbf{P}]) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$k = 1, 2, \dots, n$$

且

$$\left. \begin{aligned} \underline{\mathbf{x}}(0) &= \inf \mathbf{x}_0([\mathbf{P}]) \\ \bar{\mathbf{x}}(0) &= \sup \mathbf{x}_0([\mathbf{P}]) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

对式(4)和(5)进行数值积分, 得到变量 \mathbf{x} 在不同时间节点的下边界 $\underline{x}_k(t)$ 和上边界 $\bar{x}_k(t)$, 然后回代到式(3)计算系统仿真输出值 y_M 。

2 LuGre 摩擦模型参数辨识

LuGre 摩擦模型综合了 Dahl 模型和鬃毛模型的思想, 以状态变量 z 表示鬃毛的平均变形, 系统摩擦力 F_f 表示为

$$F_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 v \quad (6)$$

$$\dot{z} = v - \sigma_0 \frac{|v|}{\alpha(v)} z \quad (7)$$

$$\alpha(v) = u_c + (u_s - u_c) e^{-(v/v_s)^2} \quad (8)$$

式中, v 为两个接触面间的相对速度; σ_0, σ_1 分别为鬃毛的平均刚度系数和阻尼系数; σ_2 为系统黏滞摩擦系数; v_s 为 Stribeck 速度; u_c 为库仑摩擦力; u_s 为静摩擦力; $\alpha(v)$ 为描述 Stribeck 负斜率效应的函数。

准确地确定 $\sigma_0, \sigma_1, u_c, u_s, \sigma_2$ 和 v_s 这 6 个参数是利用 LuGre 摩擦模型进行摩擦补偿等相关研究的关键。

为研究在黏着阶段 LuGre 模型中鬃毛的动态特性不失一般性, 取质量为 m 的物体作为研究对象。该物体放置在固定的水平面上, 受外载荷 $P(t)$ 的作用而产生水平方向的位移 x , 水平面对物体的摩擦力为 F_f , 如图 1 所示。

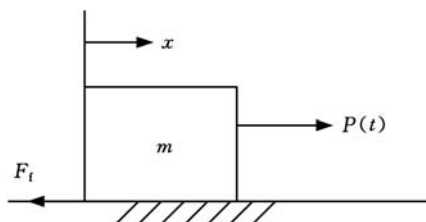


图 1 滑动系统简图

物体与固定水平面之间的相对速度 $v = dx/dt$ 。根据牛顿运动定律,该物体的运动微分方程为

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = P(t) - F_f \quad (9)$$

其中,摩擦力 F_f 由式(6)~式(8)表示。式(6)和(7)是连续的非线性常微分方程。令: $x_1 = x, x_2 = \dot{x} = v, x_3 = z$, 参数向量 $\mathbf{p} = (\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, v_s, u_C, u_S)$, 则式(6)~式(9)可以转化成形如式(10)的微分方程组:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_x(v) = v \\ \dot{x}_2 = \begin{cases} f_{v_1}(x_3, v, \mathbf{p}) & v \geq 0 \\ f_{v_2}(x_3, v, \mathbf{p}) & v < 0 \end{cases} \\ \dot{x}_3 = \begin{cases} f_{z_1}(x_3, v, \mathbf{p}) & v \geq 0 \\ f_{z_2}(x_3, v, \mathbf{p}) & v < 0 \end{cases} \end{cases} \quad (10)$$

$$F_f(x_3, \mathbf{p}) = \sigma_0 x_3 + \sigma_1 \dot{x}_3 + \sigma_2 v \quad (11)$$

$$f_{v_1}(x_3, v, \mathbf{p}) = \frac{1}{m} [P(t) - \sigma_0 x_3 - (\sigma_1 + \sigma_2)v + \sigma_0 \sigma_1 u_S \phi]$$

$$f_{v_2}(x_3, v, \mathbf{p}) = \frac{1}{m} [P(t) - \sigma_0 x_3 - (\sigma_1 + \sigma_2)v - \sigma_0 \sigma_1 u_S \phi] \quad (12)$$

$$f_{z_1}(x_3, v, \mathbf{p}) = v(1 - \sigma_0 x_3 \phi) \quad (13)$$

$$f_{z_2}(x_3, v, \mathbf{p}) = v(1 + \sigma_0 x_3 \phi) \quad (14)$$

$$\phi(v, \mathbf{p}) = \frac{1}{u_C + (u_S - u_C)\theta} \quad (15)$$

$$\theta(v, \mathbf{p}) = e^{-(v/v_s)^2} \quad (16)$$

当系统以摩擦力 F_f 作为输出时,式(10)所表达的方程组在形式上与式(3)统一。因此,SIVIA 方法可以应用到 LuGre 摩擦模型的辨识中。

考察上述系统中 6 个待辨识的参数组成的参数向量 \mathbf{p} 。一方面,随着待估参数数目的增加,辨识所耗费的时间也会增多,特别是在辨识过程中需要求解微分方程以获得仿真输出值的情况下,这种耗时增多会更加明显。另一方面,当上述系统处于稳定滑动状态时,摩擦力是滑动速度的线性表达,其中包含了 4 个静态参数 σ_2, v_s, u_C, u_S 。而稳定滑动状态下的速度-摩擦力曲线是实验可测的。因此,利用传统的线性辨识方法如最小二乘法即可较好地辨识 LuGre 摩擦模型中的 4 个静态参数。这极大程度上降低了 SIVIA 法要辨识的参数向量的维数,有利于在保证辨识精度的同时提高辨识效率,对于 LuGre 摩擦模型在摩擦补偿中的广泛应用具有重要意义。

3 辨识实例

3.1 原始系统参数

本节以文献[4]中所提系统为例来验证本文所提方法的正确性和有效性。系统模型如图 1 所

示。滑块质量 $m = 1\text{kg}$ 。系统摩擦参数如表 1 所示。

表 1 待估系统实际 LuGre 摩擦模型参数

参数	数值
鬃毛刚度系数 σ_0 (N/m)	10^5
鬃毛阻尼系数 σ_1 (N·s/m)	$\sqrt{10^5}$
黏滞摩擦系数 σ_2 (N·s/m)	0.4
静摩擦力 u_S (N)	1
库仑摩擦力 u_C (N)	1.5
Stribeck 速度 v_s (m/s)	0.001

稳态滑动阶段所施加的外力为正弦函数 $P(t) = 1.42\sin\omega t$ 。该系统对应的预滑动阶段摩擦力曲线如图 2 所示。

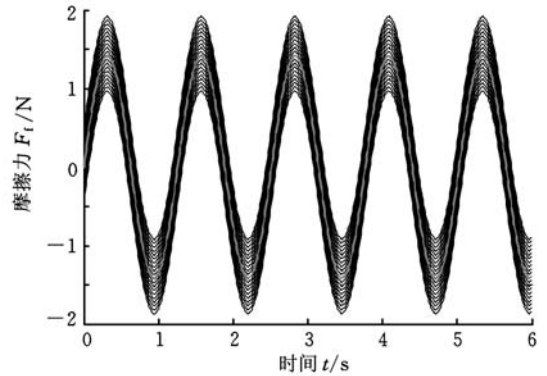


图 2 预滑动阶段摩擦力及其允许误差

3.2 静态参数辨识

对于图 1 所描述的单自由度质量系统,其稳态滑动状态下的摩擦力为^[5]

$$F_{SS} = u_C \operatorname{sgn}v + (u_S - u_C)e^{-(v/v_s)^2} \operatorname{sgn}v + \sigma_2 v \quad (17)$$

由式(17)可以看出,稳态下的摩擦力 F_{SS} 是关于速度变量 v 的线性函数,而函数的参数正是待辨识的 4 个 LuGre 摩擦模型参数。另一方面,稳态下待估系统的速度-摩擦力曲线可以通过实验获得。因此,对于该线性参数估计问题,我们可以借助最小二乘法来解决。辨识目标函数为

$$\min_{\hat{\sigma}_2, \hat{v}_s, \hat{u}_C, \hat{u}_S} \sum_{i=1}^n (F_{SSi} - \hat{F}_{SS}(v_i))^2 \quad (18)$$

式中, F_{SSi} 为离散的第 i 个摩擦力实测值; $\hat{F}_{SS}(v_i)$ 为第 i 个时间节点上由式(17)得到的摩擦力理论计算值。

辨识结果如表 2 所示。

表 2 静态参数辨识结果

参数	$v \geq 0$	$v < 0$
$\hat{\sigma}_2$ (N·s/m)	0.39	0.38
\hat{u}_S (N)	1.49	1.47
\hat{u}_C (N)	0.981	0.993
\hat{v}_s (m/s)	0.012	0.0095

3.3 动态参数辨识

在预滑动阶段,摩擦力的影响因素主要由 LuGre 摩擦模型中的鬃毛刚度系数 σ_0 和阻力系数 σ_1 来表征。为此,考察如下 LuGre 模型的线性化

形式^[5]：

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= \dot{x}_3 = v \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{m}(P(t) - F) \\ F_1 &= \sigma_0 x_1 + (\sigma_1 + \sigma_2)v \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

为保证上述线性化模型适用,实验中所施加的作用力非常小,以保证产生的预滑动速度也较小。由式(19)可以得到 $x_1 = x_3 + c$ 。 c 代表积分常数,此处则表示初始内部状态变量 z_0 。这里,黏滞摩擦系数 σ_2 已在 3.2 节中辨识得到,此处直接作为已知参数代入而不再对其辨识,且在预滑动阶段,黏滞摩擦系数 σ_2 相比鬃毛阻尼系数 σ_1 要小很多,对预滑动阶段的摩擦力影响也较小。

式(19)在形式上与式(3)统一,因此,可以利用 SIVIA 方法来辨识式(19)中的参数 σ_0 、 σ_1 、 z_0 。其初始搜索区间 $[P_0]$ 如表 3 所示。误差精度 $\epsilon = 0.0005$ 。表 3 给出了最终辨识结果。

表 3 动态参数辨识初始区间和辨识值

参数	本文方法辨识结果		文献[7]方法 辨识结果
	初始区间 $[P_0]$	辨识值 $[\hat{P}]$	
σ_0 (N/m)	$[0, 2.5 \times 10^6]$	$[0.952 \times 10^5,$ $1.031 \times 10^5]$	1.266×10^5
σ_1 (N·s/m)	$[0, 1 \times 10^3]$	$[316, 343]$	371
z_0 (m)	$[-1 \times 10^{-4},$ $1 \times 10^{-4}]$	$[-6.9 \times 10^{-5},$ $-6.52 \times 10^{-5}]$	Null

为了对比本文所提方法与已有辨识方法的辨识效果,本节同时利用文献[7]的方法对本例动态参数进行了辨识,结果如表 3 所示。

由表 3 可以看出,利用本文方法辨识所得两个动态参数的辨识结果比文献[7]中方法的结果更为接近原始数值,表明所提辨识方法辨识精度更高。而且,利用本文方法还额外获得了黏着阶段鬃毛变形情况,这也有利于对 LuGre 模型动态特性进行更为深入的研究。

4 结束语

本文提出了一种基于最小二乘法和区间分析法的 LuGre 摩擦模型参数两步辨识方法。与传统非线性参数辨识方法相比,本文所提方法的优势在于无需建立待估参数的显性目标函数,也无需对实测数据进行复杂的转换,克服了传统辨识方法中辨识结果对初值依赖性较强且不是全局最优解、辨识精度及收敛性难以保证等不足。本文给出的辨识实例,表明了本文所提方法是正确和有效的。本文所提方法为 LuGre 摩擦模型在液压、气动、机器人等精密机械系统的摩擦补偿以及低速往复运动系统轨迹跟踪和动态预测等领域中更广泛的应用提供了可靠的保障。

参考文献：

- [1] Zeng H R, Sepelri N. Tracking Control of Hydraulic Actuators Using a LuGre Friction Model Compensation[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Transactions of the ASME, 2008, 130(1): 014502(1-7).
- [2] 刘柏希, 刘宏昭. 基于 LuGre 摩擦模型的有杆抽油系统动态特性分析[J]. 中国机械工程, 2009, 20(18): 2236-2240.
Liu Baixi, Liu Hongzhao. Analysis for Dynamic Characteristics of the Sucker-rod Pumping System Based on LuGre Friction Model[J]. China Mechanical Engineering, 2009, 20(18): 2236-2240.
- [3] Dupont P H, Armstrong V, Altpeter B F. Single State Elastoplastic Friction Models [J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 2002, 47(6): 787-792.
- [4] Canudas D W C, Olsson H, Astrom K J, et al. A New Model for Control of System with Friction[J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 1995, 40(3): 419-425.
- [5] Canudas De Wit C, Lischinsky P. Adaptive Friction Compensation with Partially Known Dynamic Friction Model[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 1997, 11: 65-80.
- [6] Al-Duwaish H N. Parameterization and Compensation of Friction Forces Using Genetic Algorithms [C]//Proceedings of the 34th IEEE Industry Applications Conference. Phoenix, 1999: 653-655.
- [7] Hensen R H A, Van De Molengraaf M J G, Steinbuch M. Frequency Domain Identification of Dynamic Friction Model Parameters[J]. IEEE Transaction on Control System Technology, 2002, 10(2): 191-195.
- [8] Madi M S, Khayati K, Bigras P. Parameter Estimation for the LuGre Friction Model Using Interval Analysis and Set Inversion[C]//2004 IEEE International Conference on System, Man and Cybernetics. Hague, Netherlands, 2004: 428-433.
- [9] Jaulin L, Walter E. Set Inversion Via Interval Analysis for Nonlinear Bounded-error[J]. Automatica, 1993, 29: 1053-1064.
- [10] 潘双夏, 冯培恩, 高品. 基于区间分析的成本估算策略和方法研究[J]. 中国机械工程, 1999, 10(7): 792-795.
Pan Shuangxia, Feng Peien, Gao Pin. Research on the Method and Strategy of Product Cost Estimation Based on Range Size Analysis[J]. China Mechanical Engineering, 1999, 10(7): 792-795.

新型杆式压电电机柔轮的自由振动分析

李怀勇 许立忠

燕山大学,秦皇岛,066004

摘要:分析了柔轮在新型杆式压电电机中的自由振动。叙述了电机的工作原理,运用 Donnell 壳体理论,建立了柔轮受活齿力作用时的自由振动方程。得出了柔轮的频率方程和模态函数表达式,讨论了振动频率和模态振型随结构参数的变化规律。研究结果为该种电机的性能评价和设计提供了理论依据。

关键词:新型杆式压电电机;柔轮;活齿啮合;自由振动

中图分类号:TH132

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2013.19.019

Free Vibration Analysis of Flexible Ring for a New Bar-type Piezoelectric Motor

Li Huaiyong Xu Lizhong

Yanshan University, Qinhuangdao, Hebei, 066004

Abstract: Free vibration of flexible ring for a new type of bar-type piezoelectric motor was investigated herein. The working principles of the motor were described. The free vibration equation of the flexible ring under the meshing force was given with the Donnell shell theory. The frequency equation and modal function equations of the flexible ring were obtained. The changes of the vibration frequencies and mode shapes along with structural parameters were discussed. The results lay the foundation for performance evaluation and design of this motor.

Key words: new bar-type piezoelectric motor; flexible ring; live teeth engagement; free vibration

0 引言

微型电机系统(MEMS)是20世纪80年代末兴起的一种高新技术^[1]。杆式压电电机利用圆杆式定子的摆动实现电能到机械能的转换。因其具有结构紧凑、响应迅速、无电磁干扰、适合微型化等独特优点,在微型飞行器、精密仪器仪表、镜头聚焦系统、智能机器人、工业控制系统、航空航天等领域均有着广阔的应用前景^[2]。

1988年,日本 Kurosawa 等^[3]研制出一种新型结构的杆式电机,后被应用于 Canon 相机的镜头中;董蜀湘等^[4]也对这种新型电机进行了研究。赵淳生等^[5-6]研制了 BTRUM 系列杆式行波型单自由度超声电机。他们提出的电机传动部分的运动机理均是利用定子的弯曲振动产生摩擦力来驱动转子的旋转,从而输出能量的。近年来在驱动

转子旋转、输出力矩方面也出现了非接触式新型驱动器。1996年 Yamazaki^[7]研究了一种具有非接触式超声磁悬浮转子的新型驱动器;Isobe 等^[8]在非接触式转子的精确定位方面进行了深入的研究;刘景全等^[9]利用声流驱动和声辐射压力驱动理论对行波型非接触压电电机驱动机理进行了研究;鄂世举等^[10]通过振幅测试实验验证了非对称波的存在,并对基于不对称波驱动的非接触超声电机进行了研究。

然而,摩擦驱动式压电电机定子、转子间易磨损,电机输出功率小,效率低,寿命较短。国内外不少专家学者为避免定子、转子之间摩擦问题,提出了定子、转子之间非接触型驱动式压电电机。它具有定子、转子间无摩擦,速度高,寿命较长等优点,但比摩擦驱动式电机输出力矩小。为了降低摩擦损耗,增加电机使用寿命和提高电机输出力矩,本文依据活齿啮合原理提出了一种新型杆式压电电机。它利用活齿啮合取代定转子之间的

收稿日期:2012-06-04

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51275441)

[11] Jaulin L. Nonlinear Bounded-error State Estimation of Continuous-time System[J]. Automatica, 2002, 38: 1079-1082.

[12] Reynet, Jaulin L. A New Interval-based Method to Characterize Estimability [J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2011, 25: 288-294.

[13] Papamichail I, Adjiman C S. A Rigorous Global

Optimization Algorithms for Problems with Ordinary Differential Equations[J]. Journal of Global Optimization, 2002, 24: 1-33. (编辑 郭伟)

作者简介:刘柏希,男,1978年生。湘潭大学机械工程学院副教授、博士。主要研究方向为机构动力学、振动系统建模与分析。
姚吴雄,男,1989年生。湘潭大学机械工程学院硕士研究生。
聂松群,男,1968年生。湘潭大学机械工程学院教授、博士。