

谐波小波包方法及其对转子亚频轴心轨迹的提取*

李舜酩

(南京航空航天大学能源与动力学院 南京 210016)

摘要: 转子轴心轨迹,特别是亚频轴心轨迹的提取,在转子故障识别中是十分重要的。分析了谐波小波的优势,在研究了谐波小波的频段分解基础上,提出了谐波小波包变换的频段分析表达式,并给出了实现方法,实现了谐波小波的任意频段“任意细化”能力。对转子振动信号进行了频域细化分析,并用谐波小波包变换对实际的高速转子振动信号进行了分析,在得到细化频谱的同时,直接实现了常规方法难以实现的转子亚频信号的轴心轨迹提取,得到了满意结果,为转子故障信号的分析创造了条件。

关键词: 谐波小波包 转子 亚频信号 轴心轨迹

中图分类号: TH113.1 TN911.6

0 前言

转子的轴心轨迹是转子故障诊断的重要特征依据之一。而在频谱分析中出现亚频信号,是转子出现某些故障的标志。但由于噪声以及其他各种因素的影响,在基于 Fourier 变换的信号分析中,需要对转子的轴心轨迹进行提纯,且亚频信号的轴心轨迹难以得到。

二进小波及二进小波包变换中,可以成功地进行非平稳信号、奇异信号的分析与检测,为转子故障特征信号的分析创造了条件。同时在信号的时域定位方面也取得较好的效果。并且由于二进小波包的优良特性,使信号的频段提取和时频分析比基于 Fourier 变换的各种方法具有明显的优势^[1]。但二进小波变换和二进小波包变换是采用隔点采样,即二抽一采样。这虽然达到无冗余存储且可以重建信号的目的,但随着分解层数的增加,各层、各频段序列的采样频率也减半,在数据点数太少时,信号细节也存在着失真问题。另一方面,最常用的 Lemarié-Meyer 小波和 Daubechies 类小波不具有明显的时域和频域表达式,因而只能给出滤波器系数的数值,进行二抽一采样的小波分解与小波包分解算法。这对于信号的细节分析和频域分析是不方便的。第三方面,二进小波分析的相位定位特性不好,信号在频域具有明显的移相特性^[2]。

如果不希望在进行若干层分解,使信号数据点减少后对某一感兴趣的频段展开分析,而是希望在不减少数据量的情况下对信号频域的频段进行展开

分析(或称细化分析),以便发现细微之处的异常,为转子的故障特性分析提供依据,则上述的“二进”特性的小波变换和小波包变换就难以为之了。考虑到谐波小波频域定位特性,探索用谐波小波对信号的频域频段进行细化分解,提取感兴趣频段的数据点,并重构信号、合成轴心轨迹,来解决“二进”特性所不能解决的问题。

1 谐波小波变换

由实函数 $\psi_e(x)$ 和 $\psi_o(x)$ (其中,角标 e 和 o 分别表示该实数是变量 x 的偶函数和奇函数)

$$\begin{cases} \psi_e(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\psi}_e(\omega) \exp(i\omega x) d\omega = \\ \quad [\sin(4\pi x) - \sin(2\pi x)] / (2\pi x) \\ \psi_o(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\psi}_o(\omega) \exp(i\omega x) d\omega = \\ \quad -[\cos(4\pi x) - \cos(2\pi x)] / (2\pi x) \end{cases} \quad (1)$$

组合成的一个复函数

$$\psi(x) = \psi_e(x) + \psi_o(x) \quad (2)$$

其频域波形 $\hat{\psi}(\omega) = \hat{\psi}_e(\omega) + \hat{\psi}_o(\omega)$ 具有极好的紧支特性和盒形特征,如图 1 所示。因此可以考虑对时域或频域的微弱信号直接进行提取,而不必通过滤波得到有用的信号。由此可定义复函数

$$\hat{\psi}(\omega) = [\exp(i4\pi x) - \exp(i2\pi x)] / (i2\pi x) \quad (3)$$

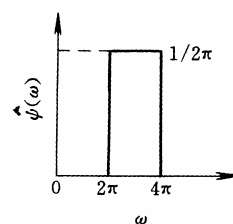


图 1 复函数 $\hat{\psi}(\omega)$ 的频谱特性

* 山东省自然科学基金资助项目(Y2000A01)。20030918 收到初稿, 20040410 收到修改稿

为谐波小波^[3]。 $\psi(x)$ 的实数部分和虚数部分如图 2 所示。用 $(2^j x - k)$ 代替式(2)中的 x (其中 j, k 均为整数), 则式(2)可写为

$$\psi(2^j x - k) = \psi_e(2^j x - k) + \psi_o(2^j x - k) \quad (4)$$

小波的形状没有改变, 但它在水平方向上的尺度被压缩了 2^j , 并且它的位置在新尺度上被传递了 k 个单位(在原尺度下是 $k/2^j$ 个单位)。这与二进小波变换在形式上一致。可以看出, j 的值决定了小波的分解层, 在 $j=0$ 层, 小波的 Fourier 变换出现在 $2\pi \sim 4\pi$ 之间; 在第 j 层, Fourier 变换谱出现在带宽 $2^{j+1}\pi \sim 2^{j+2}\pi$ 之间。 j 层频带带宽大于基本频带带宽。令 $m=2^j, n=2^{j+1}$, 则相应的小波变为

$$\psi_{m,n}(x) = \frac{\exp(in2\pi x) - \exp(im2\pi x)}{i2\pi(n-m)x} \quad (5)$$

式(5)即是谐波小波在时域上的一般表达式。由式(5)可看出, 谐波小波在分解过程中不产生移相, 具有相位锁定功能。

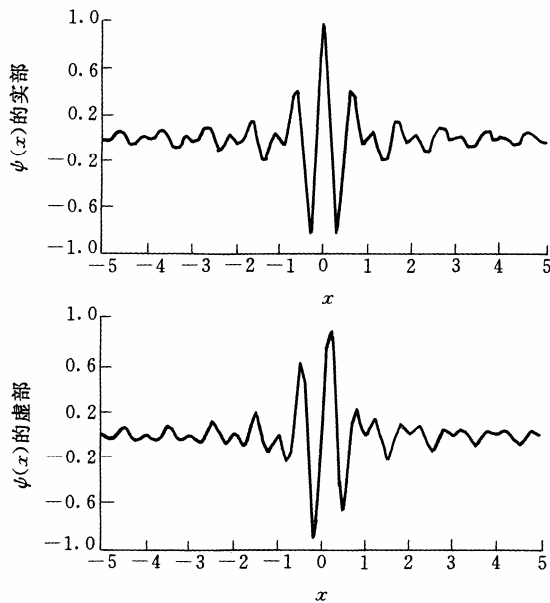


图 2 谐波小波函数

重新定义 m, n 的取值: $m, n \in R^+$ 且 $m < n$ 。即 m, n 在正实数域内可以取非整数。给定谐波小波位移步长 $k/(n-m)$, 则式(5)变为

$$\psi_{m,n}\left(x - \frac{k}{n-m}\right) = \left\{ \exp\left[im2\pi\left(x - \frac{k}{n-m}\right)\right] - \exp\left[in2\pi\left(x - \frac{k}{n-m}\right)\right] \right\} / \left[i2\pi(n-m)\left(x - \frac{k}{n-m}\right) \right] \quad (6)$$

此即带宽为 $(n-m)2\pi$, 分析中心在 $x=k/(n-m)$ 的谐波小波的一般表达式。对于时间离散信号 $f^d(r)$, $r=0, 1, 2, \dots, N-1$, 其谐波小波变换可写为

$$W_f(m, n, k) = \frac{n-m}{N} \sum_{r=0}^{N-1} f^d(r) \bar{\psi}_{m,n}\left(r - \frac{k}{n-m}\right) \quad (7)$$

此即信号的离散谐波小波变换表达式。其频域表达式为

$$\hat{W}(m, n, \omega) = \hat{f}(\omega) \hat{\psi}_{m,n}[(n-m)\omega] \quad (8)$$

由于谐波小波有明显的频域表达式, 则可以求出 $f^d(r)$ 的频域值, 然后由式(8)求得 $\hat{W}(m, n, \omega)$, 再由逆 Fourier 变换即可求得在 m, n 决定的尺度下的信号的谐波小波变换 W 。

2 谐波小波包及其实现

谐波小波时频表达式(7)或式(8)中的 m, n 决定了小波变换中的层次, 起着与二进小波变换中 2^{-j} 的 j 相同的作用。具体地说, 若 f_h 为最高分析频率, 则

$$n-m = 2^{-j} f_h \quad n, m, j \in Z_+ \quad (9)$$

很显然 $n \geq m$ 。在谐波小波变换中, 可设如下条件

$$\begin{cases} n = 2m & m \neq 1 \\ n = 1 & m = 0 \end{cases} \quad (10a)$$

由此在式(9)中令 $m = 2^{-j} f_h$, 则 $n = 2m = 2^{1-j} f_h$, 由此给出谐波小波分解的频域分布图如图 3 所示。

同样, 若令 $m=0$, 则由式(9)得

$$n = 2^{-j} f_h, \quad m = 0 \quad (10b)$$

或者若令 $n = f_h$, 则由式(9)得

$$m = f_h(1 - 2^{-j}) \quad (10c)$$

由以上 3 种情况可看出, 随着分解层数的增加, 分析频域变小, 但有若干频段不能在同一分解层内得到, 也就是只得到细化后的一部分频段和信号。这与二进小波变换的特性是一致的(但比二进小波变换灵活)。

Newland 在其谐波小波分析中给出了各层上小波所在的频段^[3], 其特点是随着分解层数的增多, 分析频段逐渐趋向于高频, 同样也有若干频段不能在同一分解层内得到。

以上 4 种情况给出了 m 和 n 的可能取值。4 种情况谐波小波分析的结果都不能任意选取感兴趣的分析频段。也就是说不能实现任意频段“任意细化”的小波分解功能。为此, 采用二进小波包的分解思想来实现自适应任意细化的谐波小波包分解。由式(9)令分析频带宽为

$$B = 2^{-j} f_h \quad (11)$$

$$\left. \begin{matrix} m = sB \\ n = (s+1)B \end{matrix} \right\} \quad s = 0, 1, 2, \dots, 2^j - 1 \quad (12)$$

则在任意分解层上均能在整个分析频域内得到某一个频段的分析结果。由此可得到谐波小波包的频域分布,如图4所示。

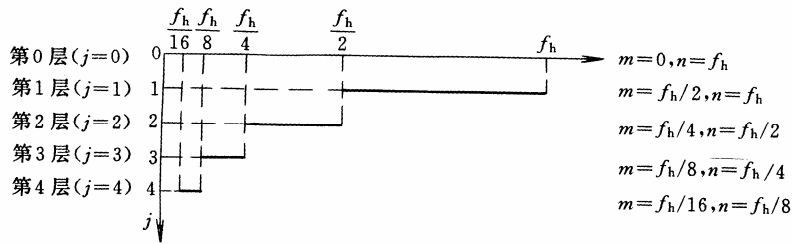


图3 当 $m=2^{-j}f_h, n=2m$ 时谐波小波分解的频域分布

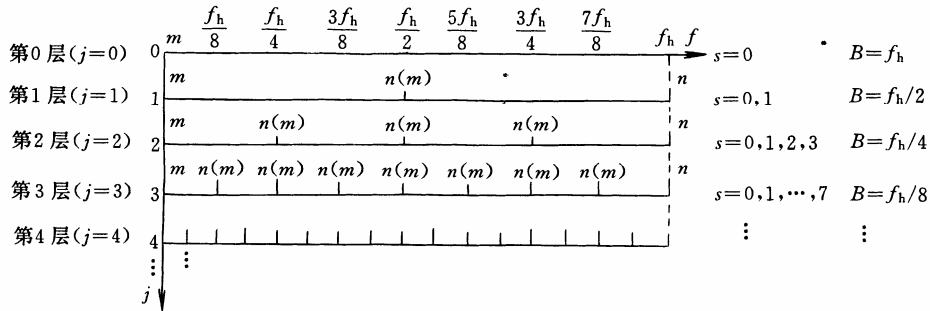


图4 谐波小波包的频段分布图

由图4可看出,如果对哪个频段的信号感兴趣,可以将信号分解到相应的层,并由式(11)和式(12)确定所要分析信号频段的上、下限。由此得到谐波小波包变换的实现过程如下。

(1) 根据先验知识和分析带宽、频段范围确定感兴趣的频率成份所在的分解层和频段值,即由式(11)和式(12)确定层数 j 和频段值 s 。

(2) 计算谐波小波的频域频段值

$$\hat{\psi}_{m,n}[(n-m)\omega] = \begin{cases} 1/[(n-m)2\pi] & 2\pi m \leq \omega < 2\pi n \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (13)$$

(3) 对离散时间序列信号 $f^d(r)$ 进行 FFT, 求得其频域离散值 $\hat{f}^d(\omega)$ 。

(4) 由式(8)计算所确定的频段的小波变换。可以直接对所确定频段的变换信号进行频域特征分析。

(5) 进行逆 FFT, 得到小波变换后的时域信号, 从而对所确定频段的变换信号进行时域特征分析。

可以看出, 谐波小波包变换是非常简洁, 容易实现的。

3 转子亚频轴心轨迹的谐波小波包提取

为从转子的各倍频提取轴心轨迹, 人们已进行了多方面的研究, 并且也已取得明显的效果^[4,5]。但是, 以往的轴心轨迹提取方法不能任意细化到各个

感兴趣的频段, 且实现起来相对复杂。利用谐波小波分析在频域的优良特性和谐波小波包的频段任意细化功能, 在不同分解层和同一层上不同频段的局部频谱进行细化分析, 并进行逆变换, 然后重构信号, 可提取到在某一个或某几个感兴趣频段的轴心轨迹。

某转子稳态运转时出现亚频谱峰, 采集 x 方向上的振动信号的频谱分析结果如图5所示。可以看出, 转子的基频在 230 Hz 附近。而在 60 Hz、120 Hz 附近各有一个明显的亚频谱峰。

由于基频信号和各倍频信号能量大, 在同一截面上互相垂直的两个信号同时采样, 得到时域波形后可以对基频信号和各倍频信号的轴心轨迹进行方便的提纯。但亚频信号的能量贡献小, 时域波形不稳定, 再加上有噪声的影响, 导致轴心轨迹提取困难。

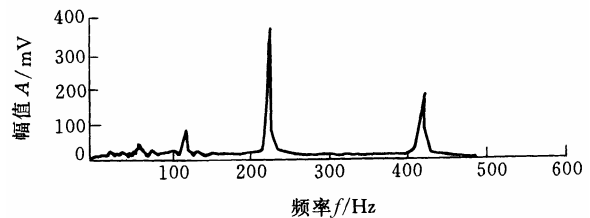


图5 某转子稳态运转时的幅值谱

小波分析的消噪特性^[6]可以方便地消除噪声对亚频信号提取的影响。从前面的谐波小波分析和谐波小波包分析结果看出, 谐波小波包具有任意频段

任意细化的功能。这样,即使只有微弱能量的转子亚频信号也可以得到提取,从而构成转子亚频信号的轴心轨迹。

针对图 5 中信号采样转子的同一截面,沿 x 、 y 两个方向同时采样,得到时域波形如图 6 所示。对该两个时域数字信号进行谐波小波包分解,并提取 60 Hz、120 Hz 两个位置频段的时域信号,合成轴心轨迹。其中,最高分析频率 $f_h = 512$ Hz,用谐波小波分解到第 5 层 ($j=6$),则带宽 $B=2^{-5} f_h = 512/32 = 16$ Hz。这样 60 Hz 和 120 Hz 分别落在第 2 频段(16~31 Hz)和第 8 频段(112~127 Hz)。

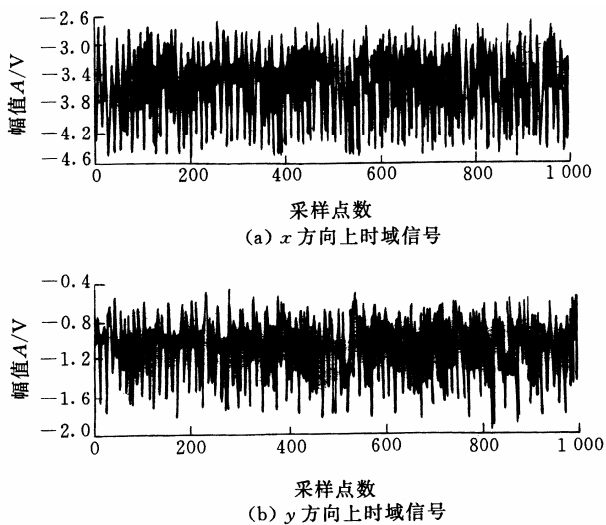


图 6 某转子稳态运转时的时域振动波形

图 7 给出了该两个频段时域信号合成的轴心轨迹。由此图可以看出,轴心轨迹都是清晰的椭圆,没有杂乱的线条。可见,用谐波小波包对信号分解后进行精确的频段提取,再进行重构,合成得到的轴心轨迹不再需要进行额外的提纯。

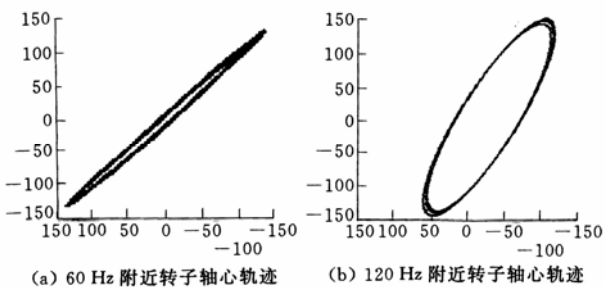


图 7 60 Hz、120 Hz 附近转子信号的轴心轨迹

当然还可以再增加分解层数,使分析频段更加精确,也可进一步消除噪声。不过,应使分析频率尽量不要落在频段边界,以免出现波形畸变。该例中若分解到第 6 层,则第 17 频段为 120~127 Hz,则亚频谱峰 120 Hz 恰好频段的落在边界上。这样不利于分析。

为验证谐波小波包分析的正确性,图 8 给出了 60 Hz 和 120 Hz 处 x 方向振动信号重构的结果。可以看出,重构信号可以较好地反应出此两处的振动特性。

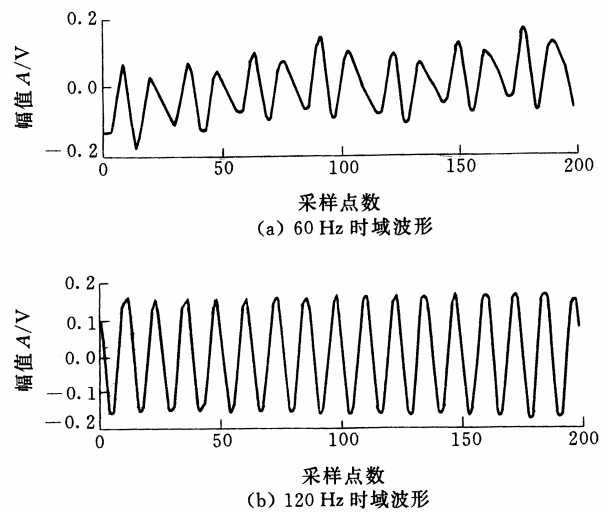


图 8 60 Hz 和 120 Hz 处转子 x 方向振动信号重构后的时域波形

4 结论

通过对谐波小波的分析,建立了谐波小波包分析模型,给出了其实现过程,并用谐波小波包直接实现了转子亚频轴心轨迹的提取。具体表现在以下四个方面。

(1) 谐波小波包具有任意频段信号分解能力和精确的分析频段定位能力,也就是谐波小波包对信号具有任意频段“任意细化”的分解功能。这是以往小波分析方法所不具备的。

(2) 谐波小波包既有谐波小波的相位锁定优点,对于信号分析的频域定位十分方便,又有简洁明了的表达和运算特点。具有很好的实用性。

(3) 用谐波小波包不但能够对转子的基频和倍频振动信号在频域进行频段提取,而且可以方便地提取能量微弱的转子亚频信号,可直接重构得到轴心轨迹。这是以往轴心轨迹提取方法所难以完成的。

(4) 由谐波小波包变换得到的频域特征信号可以较好地重构原始时域特征信号。

参 考 文 献

- [美]崔锦泰. 小波分析导论. 程正兴译. 西安: 西安交通大学出版社, 1995
- 李舜酩. 高速旋转机械运行状态检测与故障诊断方法的研究: [博士学位论文]. 西安: 西安交通大学, 1998

- 3 Newland D E. Harmonic wavelet analysis. In: Proc. R. Soc. Land. A, 1993, 443: 203~225
- 4 黄文虎, 夏松波, 刘瑞岩. 设备故障诊断原理、技术与应用. 北京: 科学出版社, 1996
- 5 张正松, 付尚新, 冯冠平, 等. 旋转机械振动监测及故障诊断. 北京: 机械工业出版社, 1991
- 6 Newland D E. Random Vibrations, Spectral and Wavelet Analysis, 3rd Edition. New York: Longman, Harlow and John Wiley, 1993

HARMONIC WAVELET PACKETES METHOD AND USED ON ACCURATE OBTAINING THE ORBIT OF ROTOR SUB-FREQUENCY SIGNAL

Li Shunming

(College of Energy and Power Engineering,
Nanjing University of Aeronautics and
Astronautics, Nanjing 210016)

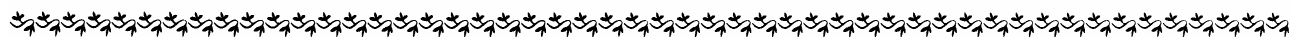
Abstract: The advantage of harmonic wavelet is analyzed. On the basis of research for part decomposition in frequency domain, the expression for harmonic wavelet packets transform on frequency section is put forward. The realizing method of harmonic wavelet packets transform is given out. The ability of harmonic wavelet analysis on arbitrary detail of frequency section is realized. The vibration signal of rotor is analyzed in detail frequency section. The real vibration of high speed rotor is analyzed by harmonic wavelet packets transform. At the same time of obtaining detail spectrum, the orbit of rotor's sub-frequency signal is accurate obtaining directly. This is difficult in general method. The satisfied results are received. This provides the new method for signal analysis of rotor fault.

Key words: Harmonic wavelet packet Rotor

Sub-frequency Orbit

作者简介: 李舜酩, 男, 1962年出生, 博士, 教授。主要从事振动与噪声分析、振动监测与诊断和信号处理方面的研究。

E-mail: smli@nuaa.edu.cn; lishunming69@sohu.com



(上接 132 页)

zone is formed round the carburetor nozzle, the lower pressure in the carburetor plunger full-opened is lowest than semi-opened, but the airflow velocity in the carburetor plunger full-opened is bigger than semi-opened. The throat of a nozzle has the maximum velocity. The twin vortices is obvious in cylinder and inlet pipe entrance. The asymmetry vortices is also obvious in the carburetor plunger semi-opened. The asymmetric velocity still exists on the cross section located the 2 diameter distance form

cylinder head bottom. The characteristic of pressure field is sameness with velocity field.

Key words: Flow field dynamics Engine

Three-dimensional steady flow

Numerical simulation

作者简介: 蒋炎坤, 男, 1964年生, 工学博士, 副教授。主要研究方向为发动机CAD/CFD、结构分析与设计、非线性科学及其应用, 发表论文30余篇。

E-mail: jykhus@hust.edu.cn或jykhus@public.wh.hb.cn