

# 磁流变抛光的材料去除数学模型\*

彭小强 戴一帆 李圣怡

(国防科技大学机电工程与自动化学院 长沙 410073)

**摘要:** 对磁流变抛光液在抛光区域的固态核分布进行了理论分析。在这基础上,以 Preston 方程为根据,即被加工工件表面材料去除率与压力参数  $p$  成正比的关系,该压力由磁化压力和流体动压力组成,建立磁流变抛光的材料去除数学模型。在自研的试验装置上利用磁流变抛光方法加工 BK7 平面镜工件,验证了数学模型的合理性。

**关键词:** 磁流变抛光 Bingham 流体 Preston 方程 材料去除

**中图分类号:** TH164

## 0 前言

磁流变抛光技术是美国 Rochester 大学 W.I. Kordonski, D. Golini 及其合作者<sup>[1]</sup>将电磁学、流体动力学理论、分析化学相结合而提出的一种新型的光学零件加工方法。该方法通过外磁场对一种智能流体——磁流液的硬度和形状进行实时控制,生成一个压力区域,该区域类似于一个能够与被加工表面相吻合的“柔性抛光模”。磁流变抛光技术具有以下优点<sup>[2]</sup>: ①由于磁流变液在不停的循环使用,所以没有磨头磨损、抛光区域温度升高这些传统计算机控制抛光中的不确定因素。②由于参与抛光头不是固体抛光盘,而且其硬度可以通过磁场控制,因此,工件能获得高质量表面。且工件基本没有亚表面损伤。③磁流变抛光提供了一种可以准确控制去除量的确定性抛光策略方法的可能性,通过控制工艺参数,就能够精确的控制抛光后的光学零件面型。因此,理论上来说,通过磁流变抛光能够获得任何面型的光学零件。

为了使磁流变的确定性抛光策略成为可能,必须要开发工件表面去除函数算法,即在固定磁场强度矢量、抛光盘转动速度、磁流液成分等工艺参数不变的情况下,确定工件的去除率模型,从而以驻留时间为控制量,使磁流变抛光数控化,而得到各种面型的光学零件。

## 1 磁流变抛光液成核分析

只考虑一维流动,把抛光盘考虑为圆柱体,工

件为平面。建模时候只要考虑抛光中线轴的情景。图 1 所示的 MRF 试验装置模型,磁流变液被泵入旋转抛光盘与工件之间的抛光区域内,并由旋转抛光盘带出抛光区域。由于磁场作用,磁流变液在抛光区域内形成“柔性抛光模”对工件抛光。建立图 2 所示的磁流变抛光系统几何关系图。

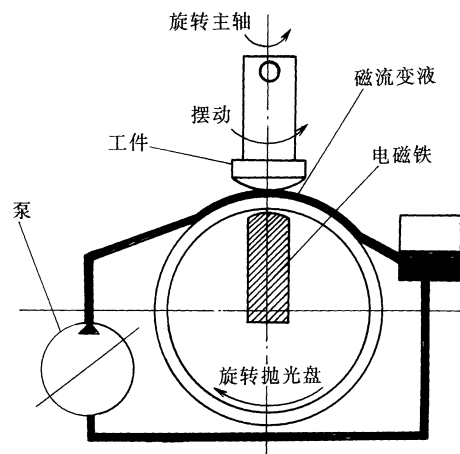


图 1 MRF 试验装置图

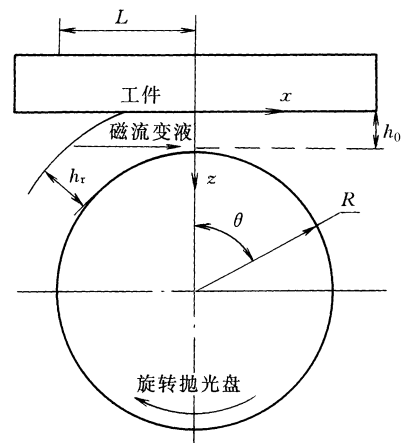


图 2 MRF 模型简图

\* 国防预研资金资助项目(18YXGFKD25)。20030406 收到初稿, 20030909 收到修改稿

因为  $h_0 / L \ll 1$ , 所以用流体动力学润滑理论来

近似建模。在图 2 所示的坐标系中, 沿  $x$  方向流动的流体可表示为

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (1)$$

式中  $p$ ——流体所受到的压力

$\tau$ ——流体所受到的切应力

参与抛光的磁流变液在磁场中有近似 Bingham 流体特性, 其本质关系为

$$\begin{cases} \tau = \eta \frac{\partial u}{\partial z} + \tau_0 \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right) & \tau > \tau_0 \\ \tau = 0 & \tau < \tau_0 \end{cases} \quad (2)$$

式中  $\tau_0$ ——磁流变液在磁场  $H$  下的屈服应力

$u$ ——抛光盘线速度

$\eta$ ——磁流变液的初始粘度

式(2)表明, 如果磁流变液切应力小于它的屈服应力, 则它将是刚性的, 在抛光区域内形成固态核。这个核的形成将使得抛光区域有节流作用而使区域内压力提高, 从而提高 MRF 的效率。由 Bingham 塑性润滑理论<sup>[3]</sup>, 加工中磁流变液固态核可能出现在进口处的工件表面和  $x=0$  处的抛光盘表面。

将式(1)沿  $z$  积分得到的切应力表达式代入式(2), 并根据边界条件, 可得

$$\tau = \frac{dp}{dx} z + \frac{\eta u}{h_0} + \tau_0 - \frac{1}{2} \frac{dp}{dx} h_0 \quad (3)$$

若压力梯度  $dp/dx=0$ , 则有

$$\tau = \frac{\eta u}{h_0} + \tau_0 \quad (4)$$

式(4)表明, 此时  $\tau > \tau_0$ 。因此, 当  $dp/dx=0$  时, 磁流变抛光液没有形成固态核, 以 Newton 流体的形式运动。A.B. Shorey<sup>[4]</sup>经过分析认为, 如果抛光盘形成固态核, 以 Newton 流体形式运动的磁流液高度  $h_{\text{core}}$  为

$$h_{\text{core}} = \sqrt{\frac{2\eta u}{-dp/dx}} \quad (5)$$

可认为, 在磁流变抛光液刚进入抛光工作区域时候,  $dp/dx > 0$ , 这时候理论上固态核出现在工件表面, 但是如果这样, 工件将无法去除材料。实际上  $dp/dx > 0$  区域, 抛光区域是没有固态核出现的<sup>[4]</sup>。到了  $dp/dx = 0$  时, 磁流变抛光液一直没有形成固态核。到  $dp/dx < 0$  区域, 磁流变抛光液在抛光盘上形成固态核, 此时的  $h_{\text{core}}$  由式(5)表示。

## 2 磁流变抛光的材料去除数学模型

MRF 通过在抛光区域形成一定的相对速度和

压力, 利用抛光磨料去除工件表面的材料, 满足 Preston 方程, 材料去除率  $r$  表示为

$$r = kp v \quad (6)$$

式中  $k$ ——Preston 系数, 在特定的工艺参数下,  $k$  为常数

$p$ ——抛光区域内工件表面所受压力

$v$ ——抛光区内磁流变抛光液与工件表面的相对速度

保持工艺参数不变,  $v$  保持不变, 则有

$$v = k_1 u \quad (7)$$

式(7)代入式(6)得

$$r = k k_1 p u = K p u \quad (8)$$

式中  $K$ ——准 Preston 系数

磁流变抛光液对工件的压力  $p$  是一较复杂的参数, 它主要由流体动压力、磁场产生的压力和液体浮力三部分组成。磁场产生的压力包括磁化压力和磁致伸缩压力。由于磁流变液是不可压缩的, 因此它在磁场中由于体积变化而引起的磁致伸缩压力近似为零。当只考虑磁化压力时<sup>[5]</sup>

$$p = p_d + p_m + p_g \quad (9)$$

式中  $p_d$ ——磁流变液的流体动压力

$p_m$ ——磁流变液的磁化压力

$p_g$ ——磁流变液的浮力, 远小于  $p_d$  和  $p_m$ , 计算时忽略

$$p_m = \frac{3\varphi\mu_0(\mu - \mu_0)}{\mu + 2\mu_0} \int_0^H H dH \quad (10)$$

式中  $\mu_0$ ——真空磁导率

$H$ ——工件表面外加磁场的磁场强度

$\mu$ ——磁性微粒的磁导率

$\varphi$ ——磁性微粒在磁流变液中占的体积比

如果系统不加磁场, 磁流变液的运动状态如 Newton 流体润滑状态一样是稳态的。对于图 2 所示的润滑问题, Reynolds 方程可以化为<sup>[6]</sup>

$$\frac{dp_d}{dx} = 6\eta\mu \frac{h - h^*}{h^3} \quad (11)$$

式中  $h^*$ —— $dp_d/dx=0$  处工件表面到抛光盘的距离

张峰<sup>[5]</sup>利用 Sommerfeld 边界条件求解式(11), 得到的结果在零点附近有较大误差。根据 Reynolds 边界条件, 解式(11)得

$$p_d = \frac{6\eta\mu\sqrt{2Rh_0}}{h_0^2} \left[ \frac{\gamma}{2} + \frac{\pi}{4} + \frac{\sin 2\gamma}{4} - 1.22575 \times \left( \frac{3\gamma}{8} + \frac{3\pi}{16} + \frac{\sin 2\gamma}{4} + \frac{\sin 4\gamma}{32} \right) \right] \quad (12)$$

式中  $\gamma$ ——代换角,  $\gamma = \arctan(x/\sqrt{2Rh_0})$

式(12)求解了系统不加磁场时候工件表面所受的流体动压力，当系统加上磁场后，抛光区域将出现粘接在抛光盘表面的固态核。由于固态核具有与抛光盘相同的速度，因此，核心的上表面与工件表面由形成了一个新的更小的间隙，在此间隙内，磁流变抛光液以 Newton 形式运动。根据式(5)，要得到小间隙  $h_{core}$  的值，必须先得到压力梯度  $dp/dx$ ，即要先知道工件表面压力分布  $p$ 。A.B. Shorey 利用 Tekscan 压力测量系统先测量得到压力  $p$ <sup>[4]</sup>，从而得到  $h_{core}$  的值。受条件限制，无法直接测量得到压力  $p$ ，在相同的工艺参数下，利用 A.B. Shorey 得到的  $h_{core}$  值来计算得到  $p$  来建立模型。即将  $h_{core}$  的最小值  $h_m$  代替式(12)中的  $h_0$ ，得到

$$p_d = \frac{6\eta\mu\sqrt{2Rh_m}}{h_m^2} \left[ \frac{\gamma_m}{2} + \frac{\sin 2\gamma_m}{4} - 1.225 \cdot 75 \times \left( \frac{3\gamma_m}{8} + \frac{3\pi}{16} + \frac{\sin 2\gamma_m}{4} + \frac{\sin 4\gamma_m}{32} + \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad (13)$$

式中  $\gamma_m$ ——准代换角， $\gamma_m = \arctan(x/\sqrt{2Rh_0})$

式(13)中  $p_d$  为近似计算，因为在  $dp/dx \geq 0$  区域并没有固态核出现。但是由于  $dp/dx \geq 0$  区域  $h$  值较大，近似认为此区域出现一层相对较薄的固态核对  $p_d$  结果影响不是很大。

将式(10)和式(13)代入式(8)就得到磁流变抛光的材料去除数学模型，根据试验结果，就能确定准 Preston 系数  $K$ 。从而，该工艺参数条件下的材料去除数学模型就确定了。

### 3 试验结果

试验装置在抛光区内产生的磁场方向如图 3 中的虚线框所示，抛光盘运动方向是垂直纸面向内。图 4 是用特斯拉计对抛光区域内工件表面的磁场测量得到的测试结果。图 4 中两黑线中间区域为抛光区域。显然，抛光区域内，水平磁场分量占主导，这使得磁流变抛光液在磁场内可以获得更大屈服应力，从而更容易产生固态核，增大工件表面流体动压力，增加切削效率。在模型计算区域  $x=0$  mm 附近，竖直磁场分量基本为零，不予考虑。计算磁化压力时将水平磁场分量代入式(10)计算， $x=0$  mm 时水平磁场分量  $H_h \approx 145 \text{ kA} \cdot \text{m}^{-1}$ 。

对一口径为 40 mm 的 BK7 平面镜为试验元件进行磁流变抛光试验，抛光时主轴不旋转，磁流变抛光液内添加 2% 的 W7 金刚石微粉。具体条件为：抛光盘半径  $R=114$  mm， $h_0=1.5$  mm，抛光盘转速  $\omega=2\pi \text{ s}^{-1}$ ， $\mu_f=1500\mu_0$ ， $\eta_f=0.5 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ，磁性微粒在磁

流变抛光液中所占的体积比是  $\phi=0.33$ 。A.B. Shorey 得到的  $h_m$  的平均值为  $0.15 \text{ mm}$ <sup>[4]</sup>。将上述条件代入式磁流变抛光的材料去除数学模型计算得到压力分布计算机模拟曲线，如图 5。由于准 Preston 系数  $K$  和  $U$  都是常数，因此，理论模拟磁流变抛光的材料去除率  $r$  与压力分布模拟曲线的趋势是一样的。

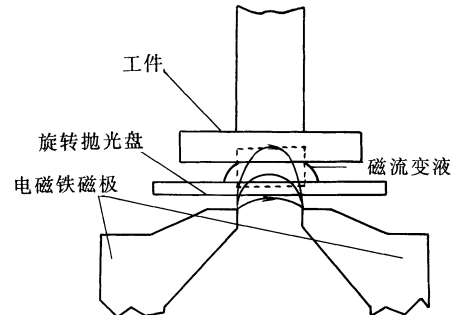


图 3 抛光区内磁场方向图

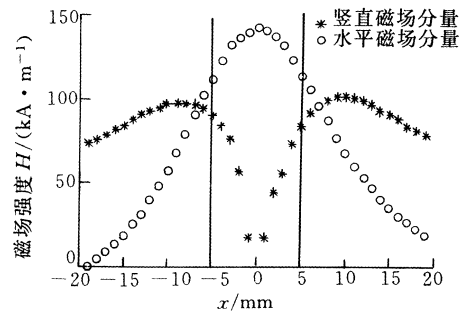


图 4 工件表面磁场分布图

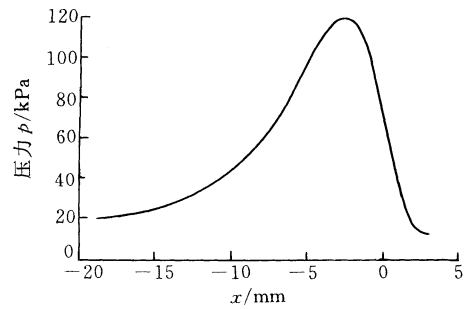


图 5 压力分布模拟曲线

平面镜试验件抛光 10 min 后如图 6 所示。由图 6 可以看出，抛光区域是倒“D”形状，用自制

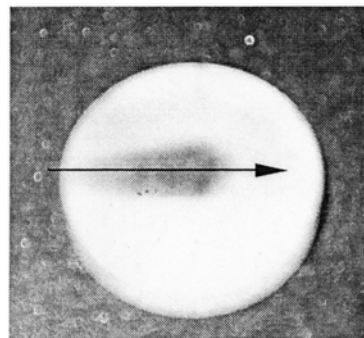


图 6 抛光后试件

的台阶沿箭头方向对工件表面的“D”形状区进行扫描,得到图 7 所示的工件实际去除量曲线。比较图 5 和图 7 可以清晰的看到,所建立的磁流变抛光材料去除率的数学模型与实际加工结果整体上吻合得较好。只是在  $x=-10$  mm 处,数学模型得出的理论抛光率与实际加工结果有一定误差。误差产生原因可能是在式(12)中简单的将  $h_0$  替换成  $h_m$  的近似处理产生的。根据图 5 与图 7 两条曲线,可以得出准 Preston 系数的平均值为  $K=1.35 \times 10^{-11} \text{ m}^2 \cdot \text{N}^{-1}$ 。

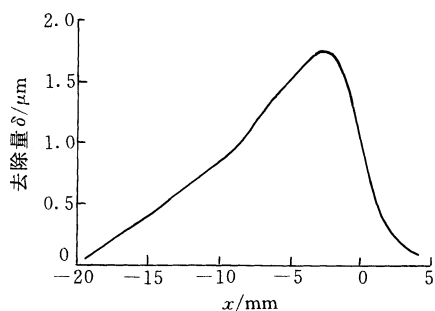


图 7 工件实际去除量曲线

## 4 结论

磁流变抛光过程类似轴承润滑过程,并且由于磁场中的磁流变抛光液具有 Bingham 流体特性,发生流变的磁流变抛光液流经抛光区域时,在抛光盘上会有固态核出现,分析了固态核的分布。由于抛光盘上的固态核,使得磁流变抛光效率大大提高。

以 Preston 方程为依据,从工件表面所受正压力出发,建立了磁流变抛光材料去除数学模型。通过试验,该模型在抛光区内能够较好的反映磁流变抛光的真实情况。根据该模型与试验结果,推出在工艺条件下准 Preston 系数的平均值为  $K=1.35 \times 10^{-11} \text{ m}^2 \cdot \text{N}^{-1}$ 。材料去除数学模型的建立,将为磁流变抛光的数控化打下坚实的基础。

## 参 考 文 献

- 1 Kordonski W I, Golini D. Fundamentals of magnetorheological fluid utilization in high precision finishing. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2001, 10(9):

683~689

- 2 Shorey A B. Understanding the mechanism of glass removal in magnetorheological finishing (MRF). *LLE Review*, 2001
- 3 平克斯 O, 斯德因李希特 B. 流体动力润滑理论. 北京: 机械工业出版社, 1980
- 4 Shorey AB. Mechanism of material removal in magnetorheological finishing of glass: [PhD Dissertation]. [s.l.]: University of Rochester, 2000
- 5 张峰, 张学军. 磁流变抛光数学模型的建立. *光学技术*, 2000, 26(2): 190~192
- 6 杨沛然. 流体润滑数值分析. 北京: 国防工业出版社, 1998
- 7 Kordonski W I, Golini D, Paul H, et al. Magnetorheological suspension based finishing technology. *Proc. SPIE*, 1998, 3 326: 527~535

## MATERIAL REMOVAL MODEL OF MAGNETORHEOLOGICAL FINISHING

Peng Xiaoqiang Dai Yifan Li Shengyi

(School of Mechtronics Engineering and Automation,  
National University of Defence Technology,  
Changsha 410073)

**Abstract:** Magnetorheological finishing (MRF) is a newly developed method for finishing optical component. The unsheared region in the flow between wheel and part which called cores is described. The distribution of the cores is analyzed. According to Preston equation, material removal model of magnetorheological finishing (MRF) is established. The pressure acting on the surface of the part is analyzed. Piece of flat surface glass is polished on the MRF experimental facility which is developed by ourselves. The reliability of the model is verified by the experiment.

**Key words:** Magnetorheological finishing Bingham flow  
Preston equation Material removal

作者简介: 彭小强, 男, 1977 年出生, 博士研究生。研究方向为精密工程与计算机控制, 发表论文 6 篇。

E-mail: pxq2000@vip.sina.com