

内高压成形过程塑性失稳起皱分析*

汤泽军 何祝斌 苑世剑

(哈尔滨工业大学材料科学与工程学院 哈尔滨 150001)

摘要: 内高压成形过程中, 管材的轴向失稳大多发生在塑性阶段, 对应的起皱临界载荷是管材进入塑性阶段时的屈服载荷与塑性起皱载荷之和。对于塑性起皱, 采用线性硬化材料模型, 将本构方程的起算点设置在理想线性强化的起始位置即屈服点, 使本构方程有线性形式, 建立管材内高压成形起皱临界应力解析表达式。以此为基础讨论力学性能及应力比等对管材内高压成形塑性起皱的影响。结果表明: 弹性模量和屈服强度是影响管材抵抗轴向起皱能力的主要力学参数, 两者变化参量 λ 决定了管材轴向抗皱能力的变化。当 $\lambda > 0$ 时, 起皱临界应力绝对值随之增大; 当 $\lambda < 0$ 时, 起皱临界应力绝对值随之减小。应力比对起皱临界应力影响存在两种情况: 当最小起皱临界应力对应的起皱失稳发生在颈缩失稳之前, 起皱临界应力绝对值随应力比绝对值的增大先减小后增大; 当最小起皱临界应力对应的起皱失稳发生于临界颈缩失稳之时, 起皱临界应力绝对值随应力比绝对值的增大单调增加。

关键词: 液压成形 起皱 缺陷

中图分类号: TG306

Analysis of Plastic Wrinkling Behavior in Tube Hydroforming Process

TANG Zejun HE Zhubin YUAN Shijian

(School of Materials Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

Abstract: Wrinkling behavior of tube in hydroforming mostly occurs in plastic state. The corresponding critical load for wrinkling is the sum of the initial yield load and the plastic wrinkling load. For plastic wrinkling, constitutive equation is in linear form when it is computed from the initial yield point using linear-hardening model. Formulation to calculate the critical stress for wrinkling during tube hydroforming process is given first. And the effects of main mechanical properties, tube dimensions and axial-circumferential stress ratio on wrinkling behavior are analyzed. The results show that: the modulus of elasticity and yield strength are the main mechanical parameters affecting the resistance to axial wrinkling, and the variables λ of the both determine the changing of resistance to axial wrinkling. When λ is greater than zero, the absolute value of critical stress for wrinkling will increase. However, when λ is less than zero, the absolute value of critical stress for wrinkling will decrease. The effect of stress ratio on wrinkling depends on the time of the smallest critical stress's arising for wrinkling. When the wrinkling corresponding to the smallest critical stress arises before necking, the absolute value of critical stress for wrinkling will decrease first and then increase as the absolute value of stress ratio increases. When it arises at necking, the absolute value of critical stress for wrinkling will increase as the absolute value of stress ratio increases.

Key words: Hydroforming Wrinkling Defect

0 前言

内高压成形是一种制造空心变断面管状零件的先进成形方法, 基本原理是通过内部加压和轴向补料使管坯贴靠到模具型腔内壁而成形为所需形状的

空心零件^[1]。内高压成形件具有质量轻、强度高和成本低等优点, 近年来在汽车、航空、航天等领域得到了广泛应用^[2-4]。

起皱是内高压成形的主要缺陷之一, 若轴向载荷过大, 管材则会出现轴向起皱。一般将起皱看成是一种缺陷, 但文献[5]中提出有益皱的概念, 认为并非所有的起皱都是有害的, 对某些皱纹形状进行控制做为预成形坯, 反而有助于提高成形极限。

内高压成形时, 多数情况下管材在轴压和内压

* 国家杰出青年科学基金(50525516)和高等学校博士学科点专项科研基金(20050213041)资助项目。20070509 收到初稿, 20071220 收到修改稿

的共同作用下变形，建立起皱的临界应力需要同时考虑轴向压力和内压的耦合对管材失稳起皱的影响。此外，管材的力学性能、几何尺寸以及工艺参数对失稳起皱都有影响。Euler 最早给出压杆弹性屈曲的临界应力的计算公式，TIMOSHENKO^[6-7]推导了预测管材在受轴向载荷作用下发生起皱失稳时的临界应力解析式。为了将塑性变形考虑在内，文献[7]中利用切线模量替代弹性模量修正该方程式。但是，无论采用弹性模量还是切线模量，上述理论都只能描述管材在仅受轴向力作用而无内压作用下的压缩失稳问题。

文献[8-11]较完整地考虑了失稳起皱的影响因素，分别推导了管材内高压成形过程中发生起皱失稳的临界应力解析模型。但是，这些模型公式多为超越方程或非线性方程组，计算复杂，需要借助多次迭代求解，不适合工程应用。

在内高压成形过程中，起皱多为塑性压缩失稳。本文中，将起皱过程分为弹性和塑性两个阶段求解，对塑性阶段采用切线模量使本构方程线性化，推导了塑性起皱的临界应力解析表达式，并据此讨论了管材力学性能和应力比对轴向起皱的影响。

1 轴向起皱理论分析

1.1 临界轴向应力

图 1 是内高压成形原理和起皱分析力学模型。内高压成形过程可以简化为有限长圆管受轴向载荷和内压的耦合作用，其中轴向应力 σ_z 由冲头施加，环向应力 σ_θ 由内压产生。假设内高压成形过程中：

- ① 管材变形轴对称。
- ② 满足平面应力状态。
- ③ 材料满足理想线性硬化模型(图 1c)所示。

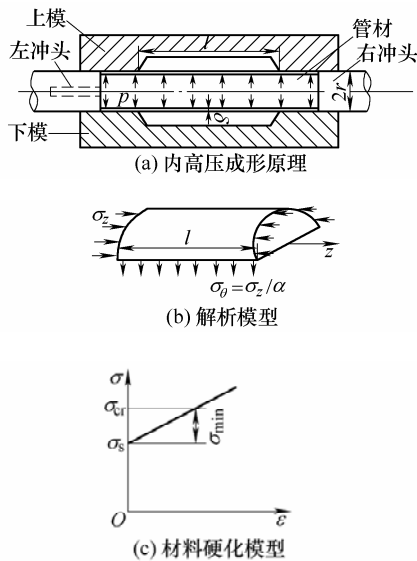


图 1 内高压成形原理和起皱分析力学模型

内高压成形过程中，管材的起皱失稳发生在塑性阶段，对应的临界载荷应是管材进入塑性阶段时的屈服载荷与塑性屈曲载荷之和，即管材内高压成形时起皱临界应力

$$\sigma_{cr} = \sigma_{zs} + \sigma_{zmin}$$

式中 σ_{zs} ——屈服时轴向应力

σ_{zmin} ——管材的塑性屈曲应力

对于塑性屈曲，当把本构方程的起算点设置在线性强化的起始位置即屈服点时，本构方程有线性形式。据此建立的管材起皱基本方程是一个线性方程，如同弹性问题一样，避免了求解塑性问题的非线性。根据这个思路，推导出圆柱壳塑性屈曲临界轴向应力^[12]

$$\sigma_{zmin} = \frac{p_{min}}{\delta} = -\frac{\alpha E \delta}{r} \frac{\sqrt{1 - \mu^2}}{\alpha + \left(\frac{l}{2\pi r m}\right)^2} \quad (1)$$

式中 p_{min} ——圆柱壳塑性屈曲临界轴向载荷

α ——轴向与环向应力比

$$\alpha = \sigma_z / \sigma_\theta$$

l, δ, r ——管材长度、厚度和半径

m ——起皱失稳轴向半波数

E ——弹性模量

μ ——泊松比

对于图 1c 中的材料模型，式(1)中的弹性模量 E 应用塑性阶段的切线模量 E_t 来代替。对于常用工程材料，可近似取切线模量 $E_t = 0.01E$ 。

内高压成形过程中管材处于平面应力状态， $\sigma_1 = \sigma_\theta$ ， $\sigma_2 = \sigma_z$ 。由 Mises 屈服准则可得管材屈服时的轴向应力为 $\sigma_{zs} = \alpha \sigma_s / \sqrt{1 + \alpha^2} - \alpha$ ，则管材起皱临界应力 σ_{cr} 可表示为

$$\sigma_{cr} = \sigma_{zs} + \sigma_{zmin} = \alpha \left[\frac{\sigma_s}{\sqrt{1 + \alpha^2} - \alpha} - \frac{\delta E_t}{r} \frac{\sqrt{1 - \mu^2}}{\alpha + \left(\frac{l}{2\pi r m}\right)^2} \right] \quad (2)$$

式(2)即为内高压成形过程中管材发生起皱失稳时临界应力的表达式，它反映了管材的力学性能(弹性模量、屈服应力)、几何尺寸(长度、直径和厚度)、内压(应力比)及失稳半波数对轴向失稳起皱的影响。

1.2 应力比 α 的取值范围

由式(1)中 $\sigma_{zmin} < 0$ ，可知 $\alpha < -\left(\frac{l}{2\pi r m}\right)^2$ 。而

在内高压成形过程中，当应力比 α 较大时，管受到

环向拉应力相对较大,容易先产生颈缩失稳(开裂)而不发生起皱失稳。因此,需要进一步确定应力比范围。

这里认为管发生起皱失稳时的环向应力 $\sigma_\theta = \sigma_{cr}/\alpha$ 小于发生颈缩失稳时的临界环向应力 $\sigma_{\theta m}$, 即 $\sigma_{cr}/\alpha \leq \sigma_{\theta m}$ 时, 相应的应力比为应力比 α 的上限。

内高压成形过程中,发生颈缩失稳时的等效应变^[12]

$$\bar{\varepsilon}_{\max} = 2n\sqrt{1+\alpha^2-\alpha}/(1+\alpha)$$

为和文献[12]保持一致,在计算 $\sigma_{\theta m}$ 时材料选用幂指数硬化模型,即 $\bar{\sigma} = K\bar{\varepsilon}^n$, 将其代入 Mises 屈服准则可得

$$\sigma_{\theta m} = K \left(\frac{2n\sqrt{1+\alpha^2-\alpha}}{1+\alpha} \right)^n / \sqrt{1+\alpha^2-\alpha}$$

因此,当发生临界起皱失稳时,环向应力满足

$$\sigma_\theta = \sigma_{cr}/\alpha \leq K \left(\frac{2n\sqrt{1+\alpha^2-\alpha}}{1+\alpha} \right)^n / \sqrt{1+\alpha^2-\alpha} \quad (3)$$

解不等式(3)得 $\alpha \in (-\infty, \alpha_1] \cup [\alpha_2, +\infty)$, 其中 $\alpha_1 < 0$, $\alpha_2 > 0$ 。故内高压成形过程中发生临界起皱失稳的应力比取值范围为 $\alpha \in (-\infty, \alpha_1]$ 。

2 力学性能对内高压过程临界压缩失稳起皱的影响

由式(2)可知,对管材的轴向起皱有影响的力学性能参数主要是材料的弹性模量和屈服应力。设 α, l, r, δ, m 为常数,则临界轴向应力函数变为 $\sigma_{cr} = F(\sigma_s, E_t)$ 。假设两种管坯材料 (σ_{s1}, E_{t1}) 、 (σ_{s2}, E_{t2}) , 其起皱临界应力为 σ_{cr1} 、 σ_{cr2} 。为方便讨论,令

$$\Delta\lambda_{cr} = \frac{\frac{\delta}{r} \sqrt{\frac{1}{3(1-\mu^2)}} \sqrt{1+\alpha^2-\alpha}}{\alpha + \left(\frac{l}{2\pi r m} \right)^2} \quad (4)$$

式中 $\Delta\lambda_{cr}$ 是一个只与管材的尺寸及应力比有关,而与材料的弹性模量和屈服应力无关的量。引入比值 $\Delta\lambda = \Delta\sigma_s/\Delta E_t$, 则由式(2)得临界轴向应力差值为

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{cr} = \sigma_{cr2} - \sigma_{cr1} &= \left[\frac{\sigma_{s2} - \sigma_{s1}}{\sqrt{1+\alpha^2-\alpha}} - \right. \\ &\quad \left. (E_{t2} - E_{t1}) \frac{\Delta\lambda_{cr}}{\sqrt{1+\alpha^2-\alpha}} \right] = \\ &\quad (\Delta\lambda - \Delta\lambda_{cr}) \Delta E_t \frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2-\alpha}} \quad (5) \end{aligned}$$

令 $\lambda = \Delta E_t(\Delta\lambda - \Delta\lambda_{cr})$, 由式(5)可知当弹性模量和屈服应力的变化满足 $\lambda < 0$ 时, $\Delta\sigma_{cr} > 0$, 即起皱临界应力绝对值随之减小;而当弹性模量和屈服应力的变化满足 $\lambda > 0$ 时, $\Delta\sigma_{cr} < 0$, 即临界轴向应力绝对值随之增大。这说明弹性模量和屈服应力单独的数值变化并不能决定管材轴向抗皱能力的变化,还需要综合考虑弹性模量和屈服应力相对变化量,即 $\Delta\lambda = \Delta\sigma_s/\Delta E_t$ 的大小。下面分两种情况举例进行讨论。

2.1 同种材料不同温度

对于某一种材料,其弹性模量和屈服应力将随温度的变化而变化。图2a为镁合金管材弹性模量和屈服应力随温度的变化。取 $r=32.5$ mm、 $l=4r=130$ mm、 $\delta=1.5$ mm, 轴向半波数为2。图2b为管材内高压成形时在不同温度下的起皱临界应力。从图2中可以看出,临界应力绝对值随弹性模量和屈服应力的降低而减小。事实上,当 $\alpha=-1.0$ 时, $\Delta\lambda_{cr}=-0.06333$; 当 $\alpha=-2.0$ 时, $\Delta\lambda_{cr}=-0.03736$, 弹性模量和屈服应力的变化都满足 $\lambda < 0$ 。故随着温度的升高,临界应力绝对值随之减小,管材抗皱能力降低。

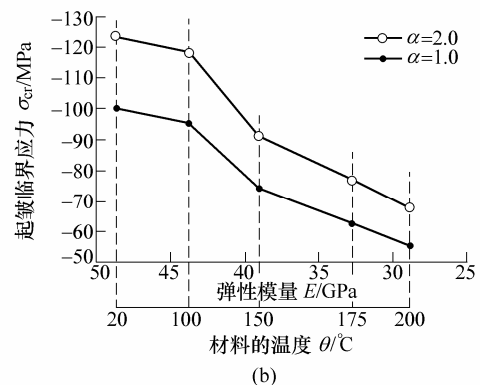
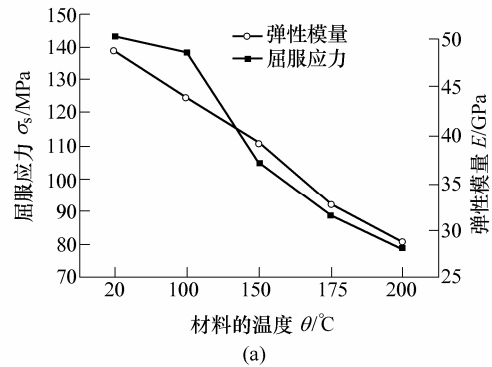


图2 不同温度下弹性模量和屈服应力对轴向起皱的影响

2.2 不同材料不同性能

对于不同的材料,弹性模量和屈服应力差别很大,抗皱能力也会有所不同。下表给出几种典型材料的力学性能。为讨论特殊情况,假设A材料存在。

图 3 是由式(2)计算得到的起皱临界应力，计算时管材几何尺寸及半波数与上面相同。从图 3 中可以看到，从镁合金变化到 A 材料再到低碳钢，临界应力绝对值先减小再增大。通过计算同样可知， $\Delta\lambda_{cr} = -0.06333$ 。从镁合金变化到 A 材料时，弹性模量和屈服应力的变化满足 $\lambda < 0$ ；从 A 材料变化到低碳钢时，弹性模量和屈服应力的变化满足 $\lambda > 0$ ，故起皱临界应力绝对值即抗皱能力从镁合金变化到 A 材料再到低碳钢，临界应力绝对值先减小再增大。

表 典型材料的力学性能

材料	弹性模量 E/GPa	屈服点 σ_s/MPa
镁合金	50	120
铝合金	70	120
A 材料	70	100
低碳钢	210	300
不锈钢	210	350

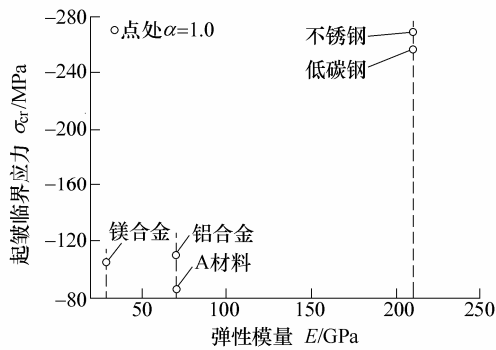


图 3 材料不同弹性模量与屈服应力对轴向起皱的影响

作为上述两种情况的特例，当屈服应力一定时， $\Delta\lambda = \Delta\sigma_s / \Delta E_t = 0$ ， $\lambda = -\Delta E_t \Delta\lambda_{cr}$ ，起皱临界应力绝对值即抗皱能力将随着弹性模量的增大而增大，如镁合金变化到铝合金；当弹性模量一定时， $\Delta E_t = 0$ ， $\lambda = \Delta\sigma_s$ ，起皱临界应力绝对值即抗皱能力将随着屈服应力的增大而增大，如低碳钢变化到不锈钢。因此，当屈服应力和弹性模量两者其中之一一定时，轴向起皱临界轴向应力绝对值即抗皱能力将随着另一个参数的增大而增大。

3 应力比(内压)对临界起皱的影响

对于给定材料、几何尺寸及变形温度的情况，管材的轴向起皱临界轴向应力只受工艺参数即应力比的影响，用函数 $\sigma_{cr} = F(\alpha)$ 表示。对该函数在 $-\left(\frac{l}{2\pi r m}\right)^2$ 和 $-\infty$ 处求导，得 $F'\left(-\left(\frac{l}{2\pi r m}\right)^2\right) < 0$ ，

$F'(-\infty) > 0$ ，故函数绝对值在 $\left(-\left(\frac{l}{2\pi r m}\right)^2, -\infty\right)$ 内先减小再增大，形状如图 4 所示。在应力比上限值 α_1 处对函数求导可得两种情况，当 $F'(\alpha_1) < 0$ 时， α_1 大于对应最小临界起皱应力的应力比 α_m ，函数 $\sigma_{cr} = F(\alpha)$ 绝对值在 $(\alpha_1, -\infty)$ 范围内先减小再增大，形状如图 4a 所示，此时起皱临界应力绝对值在应力比取值范围内随应力比绝对值的增大先减小再增大；当 $F'(\alpha_1) \geq 0$ 时， α_1 小于对应最小临界起皱应力的应力比 α_m ，函数 $\sigma_{cr} = F(\alpha)$ 绝对值在 $(\alpha_1, -\infty)$ 内一直增大，形状如图 4b 所示，此时起皱临界应力绝对值在应力比取值范围内随应力比绝对值的增大一直增大。故起皱临界应力随着应力比变化情况可以由 $F'(\alpha_1)$ 的正负来判断。即，当 $F'(\alpha_1) < 0$ 时，起皱临界应力绝对值随着应力比绝对值的增大先减小再增大；当 $F'(\alpha_1) \geq 0$ 时，起皱临界应力绝对值随着应力比绝对值的增大而增大。

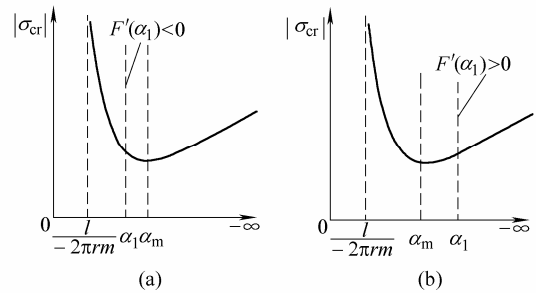


图 4 应力比变化对临界起皱应力的影响

α_1 实际对应临界起皱和临界颈缩同时发生理想状态时的应力比。因此 $F'(\alpha_1)$ 的正负实际反映对应最小临界应力的起皱失稳的发生时刻。即当 $F'(\alpha_1) < 0$ 时，该起皱失稳发生在颈缩失稳之前；当 $F'(\alpha_1) \geq 0$ 时，该起皱失稳发生于颈缩失稳之时。

图 5 显示了铝合金管材起皱临界应力随应力比和内压变化的两种情况。图 5a 和图 5b 分别是起皱临界应力随应力比和内压变化的曲线。当管几何尺寸取 $r = 32.5 \text{ mm}$ 、 $l = 2r = 65 \text{ mm}$ 、 $\delta = 1.5 \text{ mm}$ 时， $F'(\alpha_1) = F'(-0.164) = 73.9$ ，起皱临界应力绝对值随应力比绝对值的增大而增大，随着内压的减小而增大，如图 5 中实线表示；当管几何尺寸取 $r = 32.5 \text{ mm}$ 、 $l = 6r = 195 \text{ mm}$ 、 $\delta = 1.5 \text{ mm}$ 时， $F'(\alpha_1) = F'(-0.345) = -250.4$ ，临界轴向应力绝对值随应力比绝对值的增大先减小后增大，随内压的增大先减小后增大，如图 5 中虚线表示。

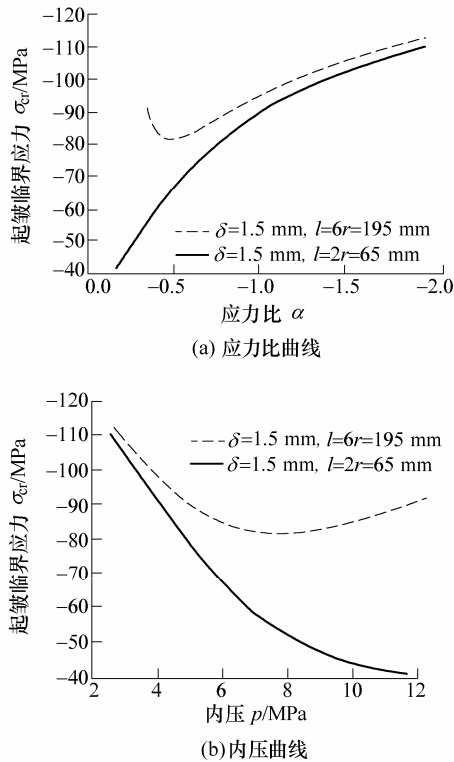


图 5 铝合金管材轴向起皱临界应力情况

4 结论

提出了一种求解内高压成形起皱临界应力的新方法,假设内高压成形过程中管材的起皱失稳发生在塑性阶段,将塑性阶段近似为线性而采用和弹性阶段类似的方法求解,推导了塑性起皱失稳的临界应力解析公式。该公式能够同时反映管材力学性能、几何尺寸及应力比对起皱的影响,为形式简单的代数式,便于分析讨论不同因素的影响。

(1) 当弹性模量和屈服应力变化参量 $\lambda > 0$ 时,起皱临界应力绝对值随之增大,即管材抗皱能力增强;当 $\lambda < 0$ 时,起皱临界应力绝对值随之减小,即管材抗皱能力减弱。

(2) 当屈服应力和弹性模量两者之一不变时,起皱临界应力绝对值即抗皱能力将随着另一个参数的增大而增大。

(3) 起皱临界应力绝对值随应力比的变化分两种情况:当 $F'(\alpha_1) < 0$ 时,即最小起皱临界应力对应的起皱失稳发生在颈缩失稳之前,临界轴向应力绝对值随应力比绝对值的增大先减小后增大;当 $F'(\alpha_1) > 0$ 时,即最小起皱临界应力对应的起皱失稳发生于颈缩失稳之时,临界轴向应力绝对值随应力比绝对值的增大一直增大。

参 考 文 献

[1] DOHMAN F, HARTL C. Hydroforming—research and

practical application[C]//J. Mat. Proc. Technol., 1997, 71(1): 174-186.

[2] KOC M. Development of guidelines for part, process and tooling design in the tube hydroforming (THF) process[D]. Columbus, USA: The Ohio State University, 1998.

[3] KOC M, ALTAN T. An overall review of the tube hydroforming technology[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2001, 108 (3): 384-393.

[4] DOHMAN F, HARTL C. Hydroforming components for automotive applications[J]. Fabricator, 1998, 28(2): 30-38.

[5] 王小松, 苑世剑, 王仲仁. 内高压成形起皱行为的研究[J]. 金属学报, 2003, 39(12): 1 276-1 280.

WANG Xiaosong, YUAN Shijian, WANG Zhongren. Research on wrinkling behavior in tube hydroforming[J]. Acta Metallurgica Sinica, 2003, 39(12): 1 276-1 280.

[6] TIMOSHENKO S. Theory of plates and shells[M]. New York: McGraw-Hill, 1959.

[7] TIMOSHENKO S. Theory of structure[M]. New York: McGraw-Hill, 1945.

[8] KIM S, KIM Y. Analytical study for tube hydroforming. Journal of Materials Processing Technology[J]. 2002, 128(6): 232-269.

[9] 吴洪飞, 苑世剑, 王仲仁. 初始缺陷和比例加载路径对圆柱壳弹塑性稳定性的影响[J]. 机械工程学报, 2003, 39(2): 53-57.

WU Hongfei, YUAN Shijian, WANG Zhongren. Effects of initial imperfection and proportional load path on elastoplastic stability of cylindrical shell[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(2): 53-57.

[10] 吴洪飞, 苑世剑, 王仲仁. 轴压管材弹塑性稳定性分析的通用方程推导[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2002, 34(1): 35-39.

WU Hongfei, YUAN Shijian, WANG Zhongren. Derivation of general equations for elastoplastic stability of cylindrical shell under axial compression[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2002, 34(1): 35-39.

[11] CHU E, XU Y. Hydroforming of aluminum extrusion tubes for automotive applications. Part I: buckling, wrinkling and bursting analyses of aluminum tubes[J]. International Journal of Mechanical Structure, 2004, 46(2): 263-283.

[12] 苑世剑, 盖秉政. 双轴载荷作用下管材塑性屈曲[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2004, 36(8): 1 071-1 073.

YUAN Shijian, GAI Bingzheng. Plastic buckling of cylindrical shells under biaxial load[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2004, 36(8): 1 071-1 073.

作者简介: 汤泽军, 男, 1981 年出生, 博士研究生。

苑世剑, 男, 1963 年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为管材内高压成形研究。

E-mail: syuan@hit.edu.cn