

# 核函数主元分析及其在齿轮故障诊断中的应用\*

李巍华 廖广兰 史铁林

(华中科技大学机械学院机电信息工程系 武汉 430074)

摘要: 提出了基于核函数主元分析的齿轮故障诊断方法。该方法通过计算齿轮振动信号原始特征空间的内积核函数来实现原始特征空间到高维特征空间的非线性映射。通过对高维特征数据作主元分析, 得到原始特征的非线性主元, 以所选的非线性主元作为特征子空间对齿轮工作状态进行分类识别。用齿轮在正常状态、裂纹状态和断齿状态下的试验数据对该方法进行了检验, 比较了主元分析与核函数主元分析的分类效果。结果表明, 核函数主元分析能有效的检测裂纹故障的出现, 正确区分不同的故障模式, 更适于提取故障信号的非线性特征。

关键词: 故障诊断 模式分类 特征提取 核函数主元分析

中图分类号: TH17 TP18

## 0 前言

机械故障诊断过程本质上是一个故障模式识别的过程<sup>[1,2]</sup>, 见图 1。随着设备结构日益复杂, 故障类别越来越多, 反映故障状态的特征也相应增加。在实际诊断过程中, 为了使诊断准确可靠, 对于测试信号总希望通过预处理获得尽可能多的特征参数。但是当太多的特征输入分类器时, 会引起训练过程耗时费工, 甚至妨碍训练的收敛性, 最终影响分类精度。因此要从故障特征集中提取对状态敏感的特征子集, 这一工作就是特征提取。

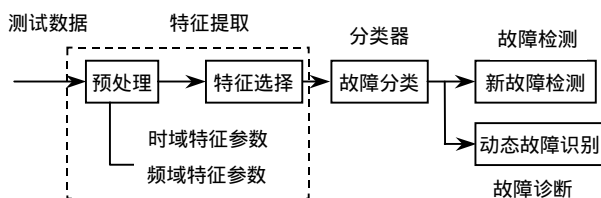


图 1 机械设备故障诊断关键技术

特征提取方法有多种。常用的主元特征提取就是依据输入变量的线性变换, 由输入变量互相关矩阵的主要特征值的大小来确定坐标变换和变量压缩, 其目的是在数据空间中找出一组  $m$  个正交矢量。它们最大可能地表示数据方差, 以便将数据从原始的  $n$  维空间映射到这组正交矢量所组成的  $m$  维子空间上, 从而完成降维任务 ( $m < n$ )。然而输入变量的变化往往会改变主元特征值的结果, 对于模式类别具有复杂边界的情况, 特征提取计算复杂, 而且基于线性相关的方法难于处理不同模式类别与

特征矢量间的随机关联问题<sup>[3]</sup>。

基于核函数的主元分析方法是 Schölkopf 等在研究支持矢量分类算法提出的<sup>[4,5]</sup>。它通过某种事先选择的非线性映射将输入矢量  $X$  映射到一个高维特征空间  $F$ , 使输入矢量具有更好的可分性, 然后对高维空间中的映射数据做线性主元分析, 从而得到数据的非线性主元。将系统介绍核函数主元分析的计算方法, 着重讨论此方法在故障诊断的应用, 并用齿轮在正常、裂纹和断齿状态下的振动信号进行事例研究, 取得了较好的效果。

## 1 主元分析与核函数主元分析

### 1.1 主元分析

对于数据矩阵  $X_{n \times m}$ , 每一列对应于一个矢量, 每一行为观测样本, 可以表示为

$$X = TP^T = t_1 p_1^T + t_2 p_2^T + \dots + t_a p_a^T \quad a < m \quad (1)$$

式中  $t_i$ ——得分矢量

$p_i$ ——负荷矢量

得分矢量是两两正交的, 负荷矢量也是两两正交的并且负荷矢量的模为 1。每一个得分矢量实际上是矩阵  $X$  在与此得分矢量相应的负荷矢量方向上的投影, 也就是通常所说的主元。

$$t_i = X p_i \quad (2)$$

对矩阵进行主元分析实质上就是对矩阵的协方差矩阵进行特征矢量分析。实际分析中, 通常假设数据为零均值的。这样假设并不失一般性, 对于非零均值矩阵可通过中心化将其转化为零均值矩阵。

零均值数据矩阵  $X$  的协方差矩阵可以表示为

$$C = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i x_i^T \quad (3)$$

对  $C$  做特征矢量分析, 即对下式求解

\* 国家重大基础研究专项基金(G1998020320)和湖北省自然科学基金(2000J125)资助项目。20020711 收到初稿, 20030120 收到修改稿

$$\lambda p_i = Cp_i \quad (4)$$

如果将  $C$  的非零特征值  $\lambda_i$  从大到小排列, 那么与这些特征值相对应的特征矢量  $p_i$  就是矩阵  $X$  的负荷矢量, 从而由式(2)可以求得矩阵  $X$  的主元。

然而, 主元分析方法是基于高斯统计假设的, 对于非线性问题, 结果往往差强人意。

## 1.2 核函数主元分析

设原始空间  $R$  通过非线性映射  $\Phi$  映射到空间  $F$ , 原始数据  $x_i$  在映射空间  $F$  的像为  $\varphi(x_i)$ , 假设映射数据是零均值的, 那么映射数据  $\varphi(X)$  的协方差矩阵可以表示为

$$\bar{C} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varphi(x_i) \varphi(x_i^T) \quad (5)$$

对矩阵  $\bar{C}$  做特征矢量分析。设其特征值为  $\lambda$ , 特征矢量为  $V$ , 则有  $\lambda V = C\bar{V}$ , 将每个样本与该式做内积, 可得

$$\lambda[\varphi(x_k) \cdot V] = [\varphi(x_k) \cdot \bar{C}V] \quad k=1, \dots, n \quad (6)$$

$\bar{C}$  的特征矢量  $V$  可以用  $\varphi(x_i)$  线性表示为

$$V = \sum_{j=1}^n \alpha_j \varphi(x_j) \quad (7)$$

式中  $\alpha_j$  —— 相关系数

代入式(6), 可得

$$\lambda \sum_{j=1}^n \alpha_j [\varphi(x_k) \cdot \varphi(x_j)] = \quad (8)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \alpha_j [\varphi(x_k) \cdot \sum_{i=1}^n \varphi(x_i)] [\varphi(x_j) \cdot \varphi(x_j)]$$

定义一个  $n \times n$  维矩阵  $K$

$$K_{ij} = [\varphi(x_i) \cdot \varphi(x_j)] \quad (9)$$

注意到  $K$  是一个对称阵, 则式(8)可以表示为  $n\lambda K\alpha = K\alpha$ , 即

$$n\lambda\alpha = K\alpha \quad (10)$$

结合式(7)可知, 由矩阵  $K$  的特征矢量  $\alpha$  可以求出  $\bar{C}$  的特征矢量  $V$ , 得到映射空间的主元方向。矩阵  $K$  可以通过选择核函数来确定。

对矩阵  $K$  实行对角化, 用  $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_m$  表示其特征值,  $\alpha^1, \alpha^2, \dots, \alpha^m$  为相应的特征矢量, 设  $\lambda_p$  为第一个不为零的特征值, 通过  $V$  的归一化对  $\alpha^p, \dots, \alpha^m$  标准化, 令

$$V^k V^k = 1 \quad k = p, \dots, m \quad (11)$$

将式(7)代入上式可得

$$\sum_{i,j=1}^n \alpha_j^k \alpha_j^k [\varphi(x_i) \cdot \varphi(x_j)] = \quad (12)$$

$$\sum_{i,j=1}^n \alpha_j^k \alpha_j^k K_{ij} = \alpha^k K \alpha^k = \lambda_k (\alpha^k \cdot \alpha^k) = 1$$

为了提取主元特征, 计算映射数据在特征矢量

$V^k$  上的投影

$$[V^k \cdot \varphi(x)] = \sum_{j=1}^n \alpha_j^k [\varphi(x_j) \cdot \varphi(x)] \quad (13)$$

式中  $x$  —— 原始空间的输入矢量

$\varphi(x)$  —— 高维空间的映射矢量

这一投影就是通过非线性映射  $\Phi$  所求得的矩阵  $X$  的非线性主元。

上述算法是在假设映射数据为零均值的情况下推导的, 实际上这一假设通常并不成立, 因此需要对映射数据中心化, 将式(10)中的  $K$  用  $\tilde{K}$  来代替<sup>[4]</sup>

$$\tilde{K}_{ij} = \tilde{\varphi}(x_i^T) \cdot \tilde{\varphi}(x_j) =$$

$$[\varphi(x_i) - \frac{1}{n} \sum_{p=1}^n \varphi(x_p)] [\varphi(x_j) - \frac{1}{n} \sum_{q=1}^n \varphi(x_q)] =$$

$$K_{ij} - \frac{1}{n} \sum_{p=1}^n l_{ip} K_{pj} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_{iq} l_{qj}$$

$$+ \frac{1}{n^2} \sum_{i,j=1}^n l_{ip} K_{pq} l_{qj}$$

式中  $p, q, i, j = 1, 2, \dots, n$

核函数主元分析是一种非线性方法, 它引入某种非线性映射将原空间中的非线性问题转化为映射空间中的线性问题。这一非线性映射是在原空间中利用核函数内积运算实现的, 而无需关注具体的映射形式, 因此称作核函数主元分析。线性主元是原始变量的线性组合, 它使数据点到它所代表的直线间距离的和为最小, 而非线性主元则使数据点到它所代表的曲线或者曲面间距离的和最小。通过核方法可将线性主元分析拓展到非线性领域, 从而为机械故障诊断提供了又一种有效的方法。

原始空间中的输入数据是反映齿轮箱工作状态的征兆集, 每一组数据对应于一组状态征兆, 即一组数据对应于一个反映齿轮工作状态的特征矢量。按照时间顺序将多个特征矢量组合在一起, 就形成了原始空间的输入征兆集。通过对输入征兆集作核函数主元分析, 就可得到易于对齿轮故障分类识别的新的特征子集——非线性主元。

## 1.3 核函数的选择

支持矢量分类中, 不同的内积核函数将形成不同的分类算法, 目前研究最多的核函数主要有 3 类:

(1) 多项式核函数,  $k(x, y) = [(x \cdot y) + b]^d$ , 得到的是  $d$  阶多项式分类器。

(2) 径向基核函数,  $k(x, y) = \exp[-\|x - y\|^2 / 2\sigma^2]$ , 所得分类器与传统 RBF 方法的主要区别在于, 这里每个基函数中心对应一个支持矢量, 它们及输出权值都是由算法自动确定。

(3) 神经网络核函数,  $k(x, y) = \tanh[v(x \cdot y) + c]$ , 采用 Sigmoid 函数作为内积, 实际就是包含一个隐层的多层感知器, 隐层节点数由算法自动确定, 而且不存在困扰神经网络方法的局部极小点问题。

研究发现, 支持向量本身对于不同的方法具有一定的不敏感性<sup>[4,5]</sup>, 即选用不同的核函数得到的分类结果非常相近。为简化计算, 选择了径向基核函数对原始状态征兆集进行核函数主元分析。除此之外, 多项式内积函数, Sigmoid 内积函数都是可以采用的。试验也证明了这一点, 限于篇幅, 此处省略图例。

所选径向基内积函数为

$$k(x, y) = \exp[-\|x - y\|^2 / 2] \text{ (即 } \sigma^2 = 1)$$

## 2 试验分析

在机械故障诊断中, 齿轮箱故障诊断是比较有代表性的。不仅由于它使用领域广泛, 而且当齿轮箱出现早期故障时, 故障信息非常微弱, 故障特征难于提取。核函数主元分析不仅可以提取齿轮箱振动信号的非线性特征, 而且还用作故障模式分类器, 试验表明它对于新故障检测和故障模式分类都非常有效。

齿轮试验数据采集自陕西汽车齿轮厂生产的 6J90T 型变速箱, 该齿轮变速箱实现 5 个前进挡和一个倒挡, 所有传动齿轮均为斜齿轮。齿轮箱振动加速度信号通过安装在轴承座部位的加速度传感器获取, 经放大后, 由安装于便携式计算机内的 A/D 卡采集并存储在计算机的硬盘上。图 2 所示为 6J90T 型汽车变速箱的传动简图, 试验所用的是最常用的前进第三挡, 传动路线如图中虚线所示。输入功率 194 kW, I 轴输入转矩 900 N·m, 输入转速 1 270 r/min。试验共进行了约 182 h, 最后齿数为 24 的小齿轮发生断齿。在试验中, 断齿齿轮经历了裂纹产生、扩展、直至最后断裂的全过程, 可以认为在断齿前较短时间内齿轮处于裂纹状态。分别测取齿轮正常、裂纹和断齿时的信号各 40 组进行处理。

描述齿轮工作状态的指标众多, 选择了 11 个常用的统计指标构成齿轮状态原始特征集, 它们分别是振动信号的最大峰值、绝对均值、有效值、均方值、方差、斜度、峭度及量纲一的指标峰值因子、波形因子、脉冲因子和裕度因子, 特征参数的具体计算方法参见参考文献 [1,2]。这些参数主要由时域特征和幅域特征构成, 没有考虑频域特征。因为主要目的在于分析齿轮箱振动状态与工作模式的对

应关系, 而不是分析其状态发生变化的原因。

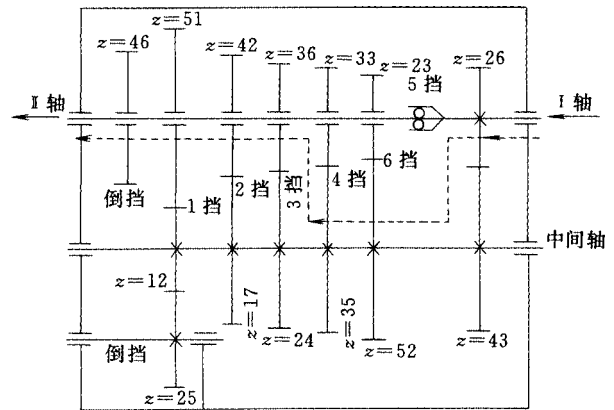


图 2 6J90T 型汽车变速箱的传动简图

### 2.1 齿轮裂纹检测

齿轮在不同状态下的振动加速度信号如图 3 所示, 可以看出齿轮在断齿时的信号主要由周期性冲击成分构成, 明显不同于其他两种信号。而从正常状态与裂纹状态的时域信号看, 除了振幅稍有增大外很难发现二者的不同, 即使作频谱分析, 也难以找到明显的差别。这是因为当齿轮的轮齿发生早期裂纹时, 表现出的调制是很微弱的, 并且裂纹的发展常常导致齿轮箱振动发生非线性行为。传统的功率谱方法无法有效提取相关特征信息, 使得齿轮裂纹检测成为一个非常困难的问题。

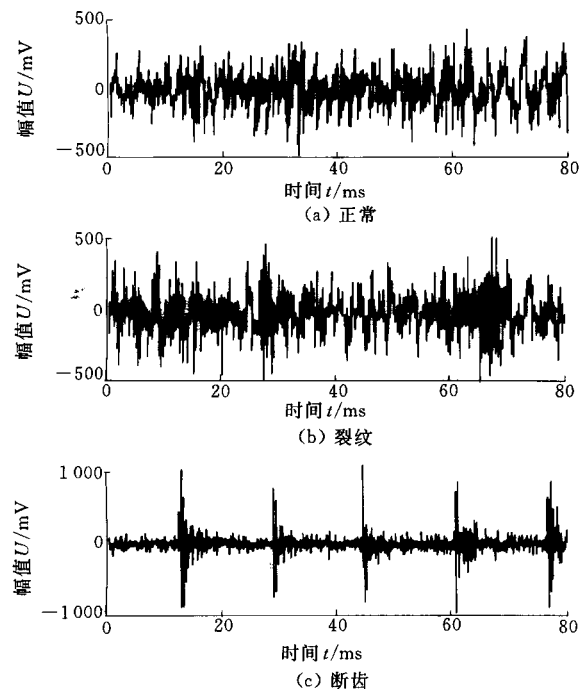


图 3 齿轮在不同状态时的振动时域信号

在裂纹检测中, 选取 20 组正常状态的数据求出相应的状态特征集, 得到正常状态的原始特征矢量矩阵。利用上节所选的径向基核函数求取原始特征

矢量的非线性主元。

图 4 是用正常状态时 20 组数据的原始特征集进行训练, 正常与裂纹两种不同状态的 20 组数据特征集测试, 比较线性主元分析与核函数主元分析得到的结果。图 4 中 PC 代表线性主元, KPC 代表核函数求得的非线性主元, 二者均为量纲一的参量。从左到右依次为 1-2、1-3 及 2-3 主元方向特征矢量的投影图。显而易见, 传统的主元分析虽然可以降低特征集合维数, 但是在主元投影图上, 正常

状态与裂纹状态的主元特征数据混杂在一起, 所得线性主元并不能识别由于轮齿产生裂纹引起的振动异常。而核函数主元分析的检测效果却有明显的改善, 正常状态数据的主元特征自聚类, 裂纹状态下的主元特征相对较分散, 但却远离正常状态聚类中心, 两类数据明显属于不同聚类。核函数主元分析的第三主元虽然贡献率很小, 但是在 2-3 主元投影图上仍然可以清楚的识别裂纹状态。

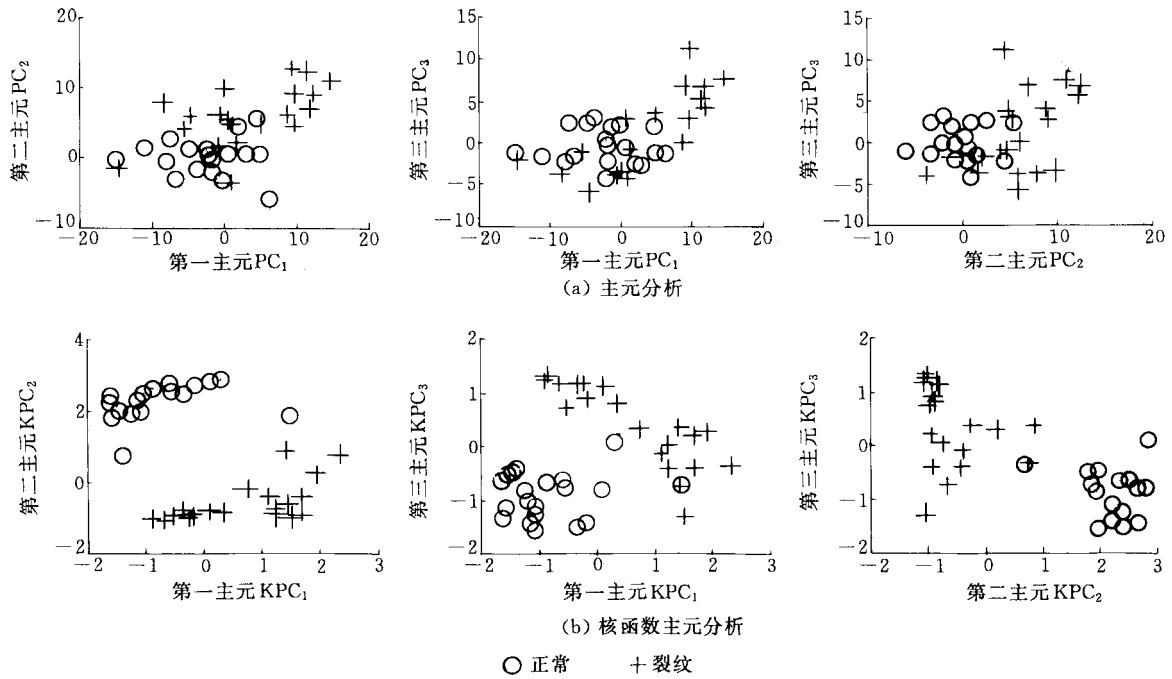


图 4 主元分析与核函数主元分析分别用于齿轮裂纹检测

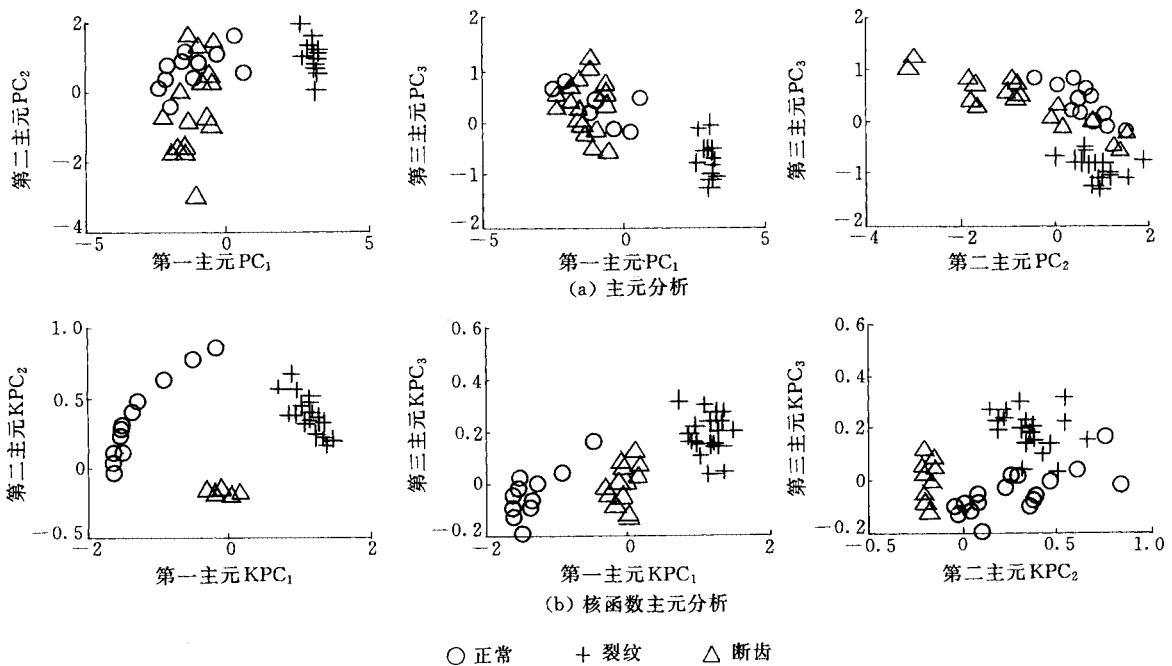


图 5 主元分析与核函数主元分析用于齿轮故障模式分类

## 2.2 齿轮故障模式分类

由图1可见,一个好的故障分类器不但要检测新故障的出现,而且能对设备运行中发生的故障进行动态识别。以齿轮箱3种工作状态的20组数据的特征矢量作训练,用3种状态的另外20组数据的特征矢量作为输入测试核函数主元分析的分类识别能力。图5是将主元分析与核函数主元分析用于不同工作状态下的齿轮振动特征矢量模式分类的结果。由图5可见,线性主元分析对于3类模式难以区分,在1-2主元投影、1-3主元投影上裂纹状态特征数据点自聚类,但是正常状态与断齿状态的特征数据点基本没有可分性。2-3主元投影图上3种状态的特征数据点混杂在一起,更加难以区分。而在核函数主元分析的投影图中,无论是1-2主元投影,还是1-3主元投影,3类模式各有自己的聚类中心,类间散布远大于类内散布,各类数据清晰可辨。2-3主元投影分类效果相对较差,类间距较小,这是由于第一主元携带了原始特征矢量的最大变异信息。

## 2.3 结果分析

对高维特征矢量进行主元分析的核心思想就是省却变异不大的变量方向,对高维数据降维处理以简化计算,但同时还要保证所选择的主元个数可以对工作过程进行充分描述,使反映机械运行状态的特征信息损失最少。理论上,由于原始特征矢量可以通过核方法映射到一个无限维空间,因此所获取的非线性主元数目也将极为庞大。实际计算中,往往求取与原始空间维数相同的非线性主元,按照前 $a$ 个非线性主元累积贡献率大于85%的原则选取,主元贡献率的计算方法参见参考文献[6]。

主元对特征集贡献率的大小表示了它所携带的原始特征变异信息的大小,贡献率越大,表明它对特征信息的解释能力越强,对原始变量的综合能力也越好。由表可见,线性主元分析第一个主元携带的变异信息就超过95%。但是无论用于裂纹检测还是用于模式分类效果都很不理想,原因在于随着齿轮裂纹故障的发生、发展到出现断齿,振动发生非线性行为,线性主元分析方法不再适用。并且原始特征集中存在重叠信息,夸大了某些特征对于工作状态的影响。而核函数主元分析适于对非线性数据进行处理,它的前2个主元的累积贡献率虽然小于线性主元的累积贡献率,但是携带的变异信息大于85%,可以用来描述齿轮箱的工作状态,用于状态识别。由图4、图5可以看到,核函数主元分析在1-2主元投影及1-3主元投影图上,不同工作状态的特征矢量投影均有各自的聚类中心,不同类别之间散布较远。无论是裂纹检测还是模式分类,采用核

函数主元分析的识别效果明显优于采用线性主元分析的结果。

表 前3个主元累积贡献率 %

主元数目	线性主元分析			核函数主元分析		
	1	2	3	1	2	3
裂纹检测	98.97	99.95	99.99	67.91	85.98	94.00
模式分类	99.26	99.95	99.97	71.12	88.13	95.58

核函数主元分析通过核方法将线性主元分析拓展到非线性数据处理领域,利用内积运算求取原始特征的非线性主元,却无需考虑非线性映射的具体形式。这样即使变换空间维数增加很多,求解分类问题却没有增加计算复杂度。而且,它保留了主元分析的优点,在非线性主元子空间自动按照各个主元对故障的敏感程度进行排序,根据主元的贡献率有较为直观的解释。

需要指出的是,所提的方法主要用于分析齿轮工作模式与振动信号状态特征集的对应关系,而不是探索其失效的原因。并且,仅仅依靠理论计算预测某种振动状态就是某种故障也是不充分的。对于一个成功的分类器,标定也非常关键。当积累了不同故障模式的原始数据时,通过标定建立相应的故障征兆库,从而可使分类模型更完善,用于实时监测系统的动态模式识别。

## 3 结论

核函数主元分析不仅仅在新故障检测中有出色表现,还可以用来对故障模式进行动态分类识别。如果在机器运行中检测到一种异常状态,首先计算它的聚类中心到已知故障模式聚类中心的距离,根据距离的远近判断它属于哪一种故障模式,如果它到所有已知故障模式类中心的距离都大于预定阈值,则认为这是一种新的故障模式,与之相应的数据再用于完善分类模型(即重新训练分类器获取各类模式的非线性主元)。

利用核函数主元分析方法降低原始特征空间的维数,有效地识别出齿轮裂纹故障,并对不同的故障模式进行了正确分类。试验结果表明,与传统的线性主元分析方法相比,核函数主元分析对于机械故障的非线性特征更为敏感,更适于非线性数据的处理。

## 参 考 文 献

- 1 屈梁生,何正嘉.机械故障诊断学.上海:上海科学技术出版社,1986
- 2 黄文虎,夏松波,刘瑞岩,等.设备故障诊断原理、技

- 术及应用. 北京: 科学出版社, 1996
- 3 徐章遂, 房立清, 王希武, 等. 故障诊断信息原理及应用. 北京: 国防工业出版社, 2000
  - 4 Schölkopf B, Smola A, Müller K R. Nonlinear component analysis as a kernel eigenvalue problem. *Neural Computation*, 1998(10): 1 299~1 319
  - 5 Schölkopf B, Smola A, Müller K R. Kernel principal component analysis. In: Schölkopf B, Breges C, Smola A, eds. *Advances in kernel methods—support vector learning*, Cambridge MA: MIT Press, 1999: 327~352
  - 6 王惠文. 偏最小二乘回归方法及其应用. 北京: 国防工业出版社, 1999

## KERNEL PRINCIPAL COMPONENT ANALYSIS AND ITS APPLICATION IN GEAR FAULT DIAGNOSIS

*Li Weihua Liao Guanglan Shi Tielin*  
(*Huazhong University of Science and Technology*)

**Abstract:** An approach to gear fault diagnosis is presented,

which bases on kernel principal component analysis (KPCA). In this approach, the integral operator kernel functions is used to realize the nonlinear map from the raw feature space of gear vibration signals to high dimensional feature space. By performing PCA on the high dimensional feature sets, the nonlinear principal components of raw feature space are obtained. In succession, the selected nonlinear principal components are used to construct the feature subspace for classification of gearbox working conditions. The experimental data sets of gearbox working under three conditions: normal, tooth cracked and tooth broken are used to test the KPCA based method. The classification effect of KPCA based method is compared with that of PCA based method. The results indicate that the method can perform gear crack detection efficiently and can fulfill fault classification accurately, and it is more suitable for nonlinear feature extraction from fault signals.

**Key words:** Fault diagnosis    Pattern classification  
Feature extraction  
Kernel principal component analysis

作者简介: 李巍华, 男, 1973 年出生, 博士研究生。主要研究方向为智能故障诊断和模式识别等。