

基于正向杜邦指标线的五坐标侧铣加工*

吴宝海¹ 王尚锦²

(1. 西北工业大学现代设计与集成制造技术教育部重点实验室 西安 710072;

2. 西安交通大学能源与动力工程学院 西安 710049)

摘要: 为实现叶轮类零件的多坐标侧铣加工, 通过引入正向杜邦指标线, 利用鼓锥形刀对自由曲面的五坐标侧铣加工进行研究。针对具有严格凸切削刃的侧铣加工刀具, 提出不发生局部干涉的充要条件是切触点处刀具曲面的正向杜邦指标线位于被加工曲面的正向杜邦指标线之内。给出利用鼓锥形刀侧铣加工自由曲面时实施干涉检查的判断准则以及消除干涉的修正方法, 推导出具有严格凸切削刃的刀具在给定的残留高度下侧铣加工带宽的计算方法。在此基础上, 利用等残留高度法实现鼓锥形刀侧铣加工自由曲面无干涉刀具轨迹的生成。算例表明, 在相同残留高度下, 鼓锥形刀侧铣较之球头刀加工效率提高 37.44%, 说明侧铣加工是提高切削效率和加工质量的一种有效途径。

关键词: 正向杜邦指标线 侧铣加工 鼓锥形刀 残留高度

中图分类号: TP391.7

0 前言

五坐标机床由于在三个平动轴的基础上增加了两个转动轴, 使其加工适应性、加工精度和效率在理论上大大提高, 同时也增加了编程难度。目前, 对五坐标加工的研究主要集中在自由曲面的端铣加工^[1-2]和直纹面的侧铣加工^[3-4]。对自由曲面的侧铣加工研究较少, 其主要原因在于干涉避免的复杂性。ELBER 等^[5]在给定精度下利用分片直纹面逼近自由曲面的思想给出了一种适用于凸曲面和双曲面曲面的棒铣刀侧铣加工方法, 该方法尚不能扩展到完整自由曲面的加工。CAI 等^[6]提出了一种用于自由曲面侧铣加工的鼓锥刀, 并基于等残留高度法实现了刀具轨迹的规划, 收到良好效果。对叶轮这类空间形状复杂、流道扭曲狭长的工件, 侧铣加工方式是一种最能有效减少碰撞干涉的选择。侧铣加工可以实现大曲率半径的刀具参与切削, 能够有效提高加工效率和加工质量。WU^[7]认为侧铣加工有助于提高叶片几何参数的均匀分布, 可以减小应力集中并有助于气动性能的提高。因此, 自由曲面的五坐标侧铣加工成为曲面加工中的一个重要问题。

在平底刀的五坐标端铣加工中, 刀具在切削刃处为 C^0 连续, 刀具与被加工曲面只在刀具底部外圆处发生切触。因此, 当满足在垂直于走刀方向的平面上刀具的法曲率大于被加工曲面的法曲率时, 则

认为不会发生过切^[2]。而当采用鼓锥形刀进行侧铣加工时, 刀具曲面与被加工曲面在切触点处相切, 为避免干涉需保证在切触点处任意方向上刀具都不会过切被加工曲面, 仅保证垂直于走刀方向的法曲率满足不过切的条件是不充分的。

为此, 针对鼓锥形刀五坐标侧铣加工自由曲面的无干涉轨迹生成进行了研究, 引入了正向杜邦指标线的概念, 给出了具有严格凸切削刃的刀具加工自由曲面时不发生干涉的充要条件, 并根据给定的残留高度, 推导了鼓锥形刀侧铣加工带宽的计算方法。在此基础上, 利用等残留高度法对一个自由曲面形式的离心压缩机叶片进行了具体的无干涉刀具轨迹生成的计算。

1 严格凸切削刃刀具侧铣加工自由曲面的可加工性研究

所谓严格凸切削刃是指连接切削刃上任意两点的线段, 除端点外, 其余部分均位于切削刃形成的曲面之内^[8]。鼓锥刀如图 1 所示^[6], 其刀杆半径为 r , 切削刃为一半径为 R 的圆弧形成的回转面, 显然, 该回转面为一严格凸曲面。以切触点 C 为坐标原点建立局部坐标系, 如图 2 所示, x 轴表示切削进给方向 f , y 轴表示被加工曲面 S 在 C 点的外法矢方向 n , 令 $b=f \times n$, 以 z 轴表示。在切触点处, 刀具表面与被加工曲面保持相切。

刀具曲面 Σ

$$\sigma = \sigma(x, y, z)$$

* 高等学校博士点基金资助项目(20020698042)。20051202 收到初稿, 20060718 收到修改稿

被加工曲面 S

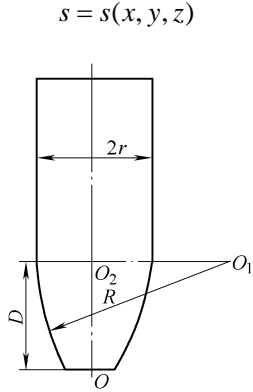


图1 鼓锥刀示意图

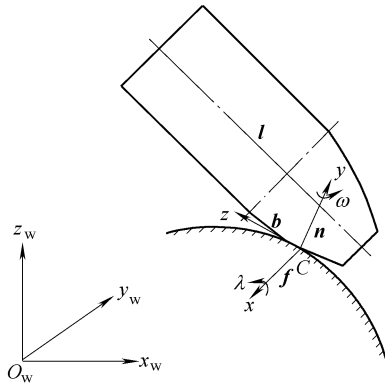


图2 加工中的局部坐标系

将被加工曲面 S 在局部坐标系中作二阶泰勒展开, 则 C 点的切平面 T_C 和密切抛物面 m_C 在局部坐标系中分别为^[9]

$$y = 0$$

$$y = \frac{1}{2}(s_{xx}x^2 + 2s_{xz}xz + s_{zz}z^2)$$

式中 s_{xx} —— 曲面 s 对 x 的二阶偏导数
 s_{xz} —— 曲面 s 对 x, z 的二阶混合偏导数
 s_{zz} —— 曲面 s 对 z 的二阶偏导数
 $y = 1/2$ 的平面与上述密切抛物面的交线在切平面 T_C 上的投影 i_C 为

$$s_{xx}x^2 + 2s_{xz}xz + s_{zz}z^2 = 1$$

则 i_C 即为曲面 S 在切触点 C 的正向杜邦指标线^[6]。其几何意义为, 过点 C 沿给定的切方向 $d\mathbf{r} = \mathbf{r}_u du + \mathbf{r}_v dv$ 画一线段 CN , 使其长度为 $\sqrt{1/\kappa_n}$, (κ_n 为该方向的法曲率且 $\kappa_n > 0$), 则对于切平面上所有的方向, N 点的轨迹即为曲面在 C 点的正向杜邦指标线, 如图 3 所示。

对被加工曲面 S , κ_{1s} 、 κ_{2s} 分别为曲面的最大最小主曲率, $K = \kappa_{1s}\kappa_{2s}$ 为高斯曲率。则有如下情况^[10]。

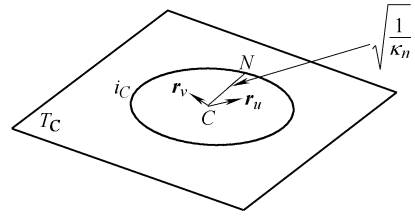


图3 正向杜邦指标线的几何意义

(1) $K > 0$, 该点为椭圆点。

1) $\kappa_{1s} > 0, \kappa_{2s} > 0$ 时, 称为凹椭圆点, 曲面朝向法矢方向弯曲, 其正向杜邦指标线为一椭圆。

2) $\kappa_{1s} < 0, \kappa_{2s} < 0$ 时, 称为凸椭圆点, 曲面朝向法矢反向弯曲, 其正向杜邦指标线不存在。

(2) $K < 0$, 该点为双曲线点, 曲面分别朝法矢量两侧弯曲, 其正向杜邦指标线为一双曲线。

(3) $K = 0$, 该点为抛物点。

1) $\kappa_{1s} = 0, \kappa_{2s} < 0$ 称为凸抛物点, 正向杜邦指标线不存在。

2) $\kappa_{1s} > 0, \kappa_{2s} = 0$ 时, 曲面朝向法矢量方向弯曲, 其正向杜邦指标线为两条平行直线。

3) $\kappa_{1s} = 0, \kappa_{2s} = 0$ 时, 称为平点, 其正向杜邦指标线不存在。

刀具曲面为一严格凸曲面, 因此其正向杜邦指标线始终为一椭圆。对凸椭圆点、凸抛物点和平点, 刀具在任意方向均位于被加工曲面上方, 不会产生干涉; 在其他情况中, 当刀具曲面的正向杜邦指标线位于被加工曲面的正向杜邦指标线内时, 表明刀具曲面在任意方向上的曲率均大于被加工曲面的曲率, 不会有干涉发生。对凸椭圆点、凸抛物点和平点, 定义其正向杜邦指标线为无穷大, 因此, 在切触点处, 当刀具曲面的正向杜邦指标线位于被加工曲面的正向杜邦指标线内时, 则刀具不会过切被加工曲面; 反之, 若没有过切的发生, 说明在切触点处沿任意方向刀具曲面的曲率均大于被加工曲面的曲率, 刀具曲面的正向杜邦指标线位于被加工曲面的正向杜邦指标线之内。因此可得以下几点。

定理: 在切触点 C , 刀具曲面 Σ 不会过切被加工曲面 S 的充要条件是刀具曲面 Σ 的正向杜邦指标线位于被加工曲面 S 的正向杜邦指标线之内。

定义 Δ 表示由刀具曲面 Σ 与被加工曲面 S 之差构成的曲面, 其表达式为 $y = \sigma(x, z) - s(x, z)$ 。上述的定理等价于曲面 Δ 的正向杜邦指标线为一椭圆^[8]。对侧铣加工, 如图 4 所示, i_s 和 i_Σ 分别为被加工曲面和刀具曲面的正向杜邦指标线, 令 \mathbf{e}_{1s} 、 \mathbf{e}_{2s} 为曲面 S 在 C 点的最大、最小主方向, 对应的坐标轴分别为 x_{1s} 、 x_{2s} , \mathbf{e}_{1t} 、 \mathbf{e}_{2t} 为刀具曲面 Σ 在 C 点的最大、

最小主方向, e_{1s} 到 e_{1t} 的角度为 θ 。 κ_{1t} 、 κ_{2t} 为刀具曲面 Σ 在 C 点的最大、最小主曲率。

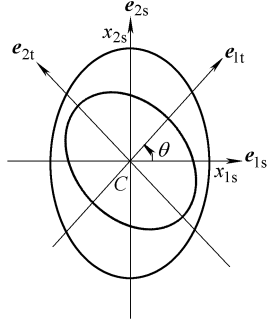


图 4 曲面 S 和刀具 Σ 在 C 点的正向杜邦指标线

在坐标系 $Cx_{1s}x_{2s}y$ 中, 曲面 S 的密切抛物面为

$$y = \frac{1}{2}(\kappa_{1s}x_{1s}^2 + \kappa_{2s}x_{2s}^2)$$

刀具曲面 Σ 的密切抛物面为

$$y = \frac{1}{2}\kappa_{1t}(x_{1s}\cos\theta + x_{2s}\sin\theta)^2 + \frac{1}{2}\kappa_{2t}(-x_{1s}\sin\theta + x_{2s}\cos\theta)^2$$

因此, 曲面 Δ 为

$$y = (\kappa_{1t}\cos^2\theta + \kappa_{2t}\sin^2\theta - \kappa_{1s})x_{1s}^2 + 2(\kappa_{1t} - \kappa_{2t})\sin\theta\cos\theta x_{1s}x_{2s} + (\kappa_{1t}\sin^2\theta + \kappa_{2t}\cos^2\theta - \kappa_{2s})x_{2s}^2$$

令

$$a = \kappa_{1t}\cos^2\theta + \kappa_{2t}\sin^2\theta - \kappa_{1s}$$

$$b = (\kappa_{1t} - \kappa_{2t})\sin\theta\cos\theta$$

$$c = \kappa_{1t}\sin^2\theta + \kappa_{2t}\cos^2\theta - \kappa_{2s}$$

则曲面 Δ 的正向杜邦指标线为

$$ax_{1s}^2 + 2bx_{1s}x_{2s} + cx_{2s}^2 = 1$$

该式为一椭圆的充要条件是^[11]

$$\begin{cases} b^2 - ac < 0 \\ a + c > 0 \end{cases} \quad (1)$$

将 a 、 b 、 c 代入式(1)得到利用刀具 Σ 加工曲面 S 不发生过切的充要条件为

$$\begin{cases} (\kappa_{1t} - \kappa_{2t})(\kappa_{1s} - \kappa_{2s})\sin^2\theta - (\kappa_{1t} - \kappa_{1s})(\kappa_{2t} - \kappa_{2s}) < 0 \\ \kappa_{1t} + \kappa_{2t} - (\kappa_{1s} + \kappa_{2s}) > 0 \end{cases} \quad (2)$$

2 刀具与加工曲面主方向夹角的计算

如图 2 所示, 在切削过程中, 刀具初始刀轴矢量与 z 轴相同为 $(0,0,1)$, 刀具首先绕 x 轴旋转 λ 角, 然后绕 y 轴旋转 ω 角, 旋转矩阵分别为

$$M_\lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\lambda & \sin\lambda \\ 0 & -\sin\lambda & \cos\lambda \end{bmatrix}$$

$$M_\omega = \begin{bmatrix} \cos\omega & 0 & -\sin\omega \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\omega & 0 & \cos\omega \end{bmatrix}$$

则刀轴矢量 l 在局部坐标系 $Cxyz$ 中为

$$l = (0,0,1)M_\lambda M_\omega$$

此时, 切触点处刀具的主曲率分别为

$$\kappa_{1t} = \frac{1}{R\cos\lambda + r - R} = \frac{1}{r - R(1 - \cos\lambda)} \quad (3)$$

$$\kappa_{2t} = \frac{1}{R} \quad (4)$$

在刀具未旋转时, 刀具的最大主方向 e_{1t} 同 x 轴相同, 最小主方向 e_{2t} 同 z 轴相同。由于刀具绕 x 的旋转只改变切触点在切削刃上的位置而不改变刀具的主方向, 只有在绕 y 旋转的过程中, 其主方向才发生改变, 因此刀具旋转后在局部坐标系 $Cxyz$ 中的主方向分别为

$$e_{1t} = (1,0,0)M_\omega$$

$$e_{2t} = (0,0,1)M_\omega$$

一般情况下, 曲面 S 在 C 点的最大、最小主方向 e_{1s} 、 e_{2s} 为工件坐标系中的值, 为方便计算需要得到其在局部坐标系 $Cxyz$ 中的值。令

$$a_{11} = x(1) \quad a_{21} = x(2) \quad a_{31} = x(3)$$

$$a_{12} = y(1) \quad a_{22} = y(2) \quad a_{32} = y(3)$$

$$a_{13} = z(1) \quad a_{23} = z(2) \quad a_{33} = z(3)$$

则由工件坐标系向局部坐标系的变换矩阵为

$$M_t = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

因此, 在局部坐标系 $Cxyz$ 中, 曲面的主方向 e'_{1s} 、 e'_{2s} 分别为

$$e'_{1s} = e_{1s}M_t$$

$$e'_{2s} = e_{2s}M_t$$

则刀具曲面和被加工曲面主方向的夹角为

$$\theta = \arccos(e_{1t} \cdot e'_{1s})$$

考察曲面和刀具的最大主方向 e'_{1s} 和 e_{1t} , 若由 e'_{1s} 到 e_{1t} 的角度为逆时针, 则 $\theta = \theta$; 若由 e'_{1s} 到 e_{1t} 的角度为顺时针, 则 $\theta = -\theta$ 。

将 θ 、 κ_{1t} 和 κ_{2t} 代入式(2)即可判断在当前刀具位置侧铣加工曲面时是否有过切的发生。如果式(2)不满足, 说明有过切存在。由于刀具绕 x 方向的旋转不改变刀具的主方向, 因此, 可以通过调整 ω 角以减小 θ 角来消除干涉。当 $\theta = 0$ 仍存在干涉时, 说

明当前刀具半径过大，应予以换刀。

3 鼓锥形刀侧铣加工带宽的计算

当给定残留高度 h ，刀具曲面同被加工曲面的差值应满足 $\sigma - s = h$ ，即

$$ax_{1s}^2 + 2bx_{1s}x_{2s} + cx_{2s}^2 = 2h \quad (5)$$

式(5)在切平面上为一椭圆，如图 5 所示，当给定残留高度为 h 时，相应的加工带宽即为该椭圆两条平行于走刀方向的切线 l_1 、 l_2 之间的距离 d 。

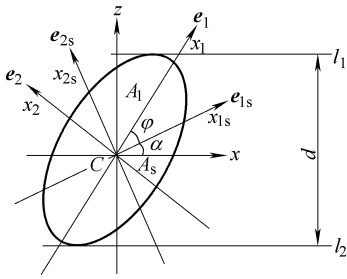


图 5 加工带宽的计算

在坐标系 $Cx_{1s}x_{2s}$ 中，由式(5)确定的椭圆不变量为^[11]

$$\begin{aligned} I_1 &= a + c \\ I_2 &= ac - b^2 \\ I_3 &= 2h(b^2 - ac) \end{aligned}$$

其特征值为

$$\zeta = \frac{a + c \pm \sqrt{(a - c)^2 + 4b^2}}{2}$$

结合式(2)，该椭圆的长轴应为 $\zeta_1 = (a + c - \sqrt{(a - c)^2 + 4b^2})/2$ 的主方向，因此，椭圆长轴与被加工曲面最大主方向 e_{1s} 之间的夹角 φ 满足

$$\tan \varphi = \frac{-(a - c) + \sqrt{(a - c)^2 + 4b^2}}{2b}$$

椭圆的长半轴 A_1 和短半轴 A_s 分别为

$$\begin{aligned} A_1 &= \sqrt{\frac{-I_3}{\zeta_1 I_2}} = \sqrt{\frac{h(a + c + \sqrt{(a - c)^2 + 4b^2})}{ac - b^2}} \\ A_s &= \sqrt{\frac{-I_3}{\zeta_2 I_1}} = \sqrt{\frac{h(a + c - \sqrt{(a - c)^2 + 4b^2})}{ac - b^2}} \end{aligned}$$

如图 5 所示，在以切触点 C 为坐标原点，以椭圆的主轴方向为坐标轴构成的坐标系 Cx_1x_2 中，椭圆方程为

$$\frac{x_1^2}{A_1^2} + \frac{x_2^2}{A_s^2} = 1$$

过椭圆上一点 (x_{10}, x_{20}) 的椭圆切线方程为^[10]

$$\frac{x_{10}x_1}{A_1^2} + \frac{x_{20}x_2}{A_s^2} = 1 \quad (6)$$

假定该切线的斜截式方程为

$$x_2 = kx_1 + g \quad (7)$$

由式(6)、(7)可得

$$g = \pm \sqrt{k^2 A_1^2 + A_s^2}$$

图 5 中，切线 l_1 、 l_2 的斜率 $k = -\tan(\alpha + \varphi)$ ，其中 α 为 e_{1s} 与走刀方向 f 之间的夹角，则加工带宽

$$d = \frac{2\sqrt{k^2 A_1^2 + A_s^2}}{\sqrt{1 + k^2}} = \frac{\sqrt{A_1^2 \tan^2(\alpha + \varphi) + A_s^2}}{\sqrt{1 + \tan^2(\alpha + \varphi)}} = \frac{2\sqrt{A_1^2 \sin^2(\alpha + \varphi) + A_s^2 \cos^2(\alpha + \varphi)}}{\sqrt{1 + \tan^2(\alpha + \varphi)}} \quad (8)$$

4 刀具切触点轨迹的计算

得到加工带宽 d 后，即可根据等残留高度法进行鼓锥刀的侧铣加工路径规划，文献[1]、[6]对此进行了详细的研究，本文仅给出刀具轨迹的生成步骤。

(1) 给定一个初始的 (λ_0, ω_0) 和鼓锥刀参数。

(2) 取曲面较长的边界线为初始轨迹，将初始轨迹按步长精度离散为切触点系列。

(3) 针对得到的切触点列，根据式(2)判断当前刀位是否发生干涉，当干涉不存在或可以消除时，根据式(8)计算相应的加工带宽；否则，修改刀具参数。

(4) 根据当前的切削带宽计算切触点沿行距方向的下一条轨迹线上的对应点。

(5) 将所得到的对应点拟合成一条新的轨迹，并重新规划该轨迹上的切触点。

(6) 重复步骤(3)、(4)、(5)的操作，直到覆盖整个曲面。

5 算例分析

针对一自由曲面形式的离心压缩机三元叶片，进行刀具轨迹规划。刀具参数为 $R=70 \text{ mm}$ ， $r=16 \text{ mm}$ ， $D=25 \text{ mm}$ 。取 $(\lambda_0, \omega_0) = (-5^\circ, 5^\circ)$ ，经验证该刀具参数及摆角不会与被加工曲面发生干涉。给定残留高度 $h=0.1 \text{ mm}$ ，所得切触点轨迹如图 6 所示，切触点轨迹线总长 3198.0 mm ；在同等碰撞干涉条件下，当采用球头刀对该叶片进行等残留高度加工，刀具半径为 16 mm ，切触点轨迹线总长度为

5 112.2 mm, 如图 7 所示。因此, 鼓锥刀侧铣效率较之球头刀提高 37.44%。同时, 在相同的残留高度下, 轨迹线数目的减少还意味着表面质量的提高。

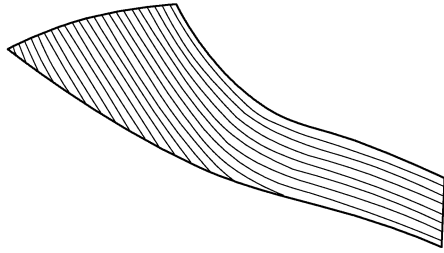


图 6 鼓锥刀侧铣叶片切触点轨迹分布

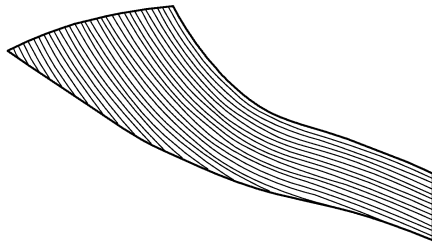


图 7 球头刀加工叶片切触点轨迹分布

6 结论

侧铣加工是叶轮这类空间形状复杂、流道扭曲狭长的工件加工中最能够有效避免碰撞干涉的一种加工方式。利用鼓锥形刀对自由曲面的五坐标侧铣加工进行了研究, 得到的结论主要如下。

(1) 具有严格凸切削刃的刀具侧铣加工时不发生过切的充要条件是刀具曲面的正向杜邦指标线位于被加工曲面的正向杜邦指标线之内。

(2) 给出了在允许的残留高度下加工带宽的计算公式。

(3) 在以上结论的基础上, 利用等残留高度法实现了鼓锥形刀侧铣加工自由曲面无干涉刀具轨迹的生成。

(4) 通过对一个自由曲面形式的叶片进行具体的刀具轨迹规划表明, 在相同的残留高度下, 鼓锥形刀侧铣较之球头刀加工效率提高 37.44%, 可见侧铣加工是提高切削效率和加工质量的一种有效途径。

参 考 文 献

- [1] LEE Y S. Non-isoparametric tool path planning by machining strip evaluation for 5-axis sculptured surface machining[J]. *Computer-Aided Design*, 1998, 30(7): 559-570.
- [2] RAO A, SARMA R. On local gouging in five-axis sculptured surface machining using flat-end tools[J]. *Computer-Aided Design*, 2000, 32(7): 409-420.
- [3] TSAY D M, CHEN H C, HER M J. A study on five flank machining of centrifugal compressor impellers[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2002, 124(7): 177-181.
- [4] BEDI S, MANN S, MENZEL C. Flank milling with flat end milling cutters[J]. *Computer-Aided Design*, 2003, 35(3): 293-300.
- [5] ELBER G, FISH R. 5-axis freeform surface milling using piecewise ruled surface approximation[J]. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 1997, 119(3): 383-387.
- [6] CAI Y L, XI G, WANG S J. Efficient tool path planning for five-axis surfaces machining with a drum-taper cutter[J]. *International Journal of Production Research*, 2003, 41(15): 3 613-3 644.
- [7] WU C Y. Arbitrary surface flank milling of fan, compressor, and impeller blades[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1995, 117(3): 534-539.
- [8] YOON J H, POTTMANN H, LEE Y S. Locally optimal cutting position for 5-axis sculptured surface machining[J]. *Computer-Aided Design*, 2003, 35(1): 69-81.
- [9] 孟道骥, 梁科. 微分几何[M]. 北京: 科学技术出版社, 2002.
- [10] WANG X C, YU Y. An approach to interference-free cutter position for five-axis free-form surface side finishing milling[J]. *Journal of Material Processing Technology*, 2002, 123(2): 191-196.
- [11] 丘维声. 解析几何[M]. 第 2 版. 北京: 北京大学出版社, 1996.

5-AXIS FLANK MACHINING SCULPTURED SURFACES BASED ON SIGNED DUPIN INDICATRIX

WU Baohai¹ WANG Shangjin²

(1. Key Laboratory of Contemporary Design and Integrated Manufacturing Technology, Education Ministry of China, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072;

2. School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

(下转第 201 页)