

# 基于复值过程高阶累积量谱的轴心 轨迹分析的研究\*

李允公 刘 杰 朱启兵 张金萍 闻邦椿

(东北大学机械工程与自动化学院 沈阳 110004)

摘要：用复值过程表示轴心轨迹，将复值过程高阶累积量理论引入轴心轨迹分析这一研究领域。结合轴心轨迹的形状讨论了轴心轨迹复值过程的频域特点。证明了混杂在轴心轨迹中的高斯复噪声和实虚部非相关随机噪声的高阶累积量为零，定性说明了该理论亦可有效抑制宽带和窄带噪声。定义了双谱的工频切片和半工频切片。给出了利用双谱幅值谱及其工频切片分析轴心轨迹的计算方法，并将该方法用于转子不对中故障轴心轨迹的分析，验证了该方法同时具有对轴心轨迹的提纯和特征提取的功能。利用工频切片方法对多种故障的轴心轨迹进行了特征提取，其结果表明该方法可将不同故障的轴心轨迹转化为量值的组合，符合机械故障智能诊断的需要。

关键词：轴心轨迹 高阶累积量 复值过程 特征提取

中图分类号：TH113

## 0 前言

轴心轨迹是至今为止少有的几个与多种机械故障具有一一对应关系的重要特征信息之一。目前针对轴心轨迹的研究主要包括两个方面：轴心轨迹的提纯，其实质是降低或去除噪声，已有的方法有低通滤波、小波理论和改进的短时傅里叶变换等。

轴心轨迹的特征提取，即用量值或量值的组合来表征不同的轴心轨迹，已有的方法主要包括不变性矩方法<sup>[1]</sup>、小波变换和 AR 模型方法、隐 Markov 模型法等。但是，针对轴心轨迹的已有研究中，多是只针对一个方面，同时具有提纯和特征提取两个功能的方法尚不多见。

与传统的二阶统计量相比，高阶统计量(包括高阶累积量及其谱和高阶矩及其谱)在有效抑制噪声的同时，还保留了信号中的相位信息，并且谱的结构简洁，因此，近 20 年来，高阶统计量理论在雷达、声纳、生物医学等众多领域获得广泛应用<sup>[2,3]</sup>。首次将高阶统计量引入轴心轨迹的分析，并将轴心轨迹表示为时域复值过程，研究了复值过程高阶累积量及其谱的降噪能力和用其分析轴心轨迹的可行性，定义了高阶累积量谱的工频和半工频切片，提出了分析轴心轨迹的具体方法，分析结果表明，该方法同时具有对轴心轨迹的提纯和特征提取两种功能，具有很好的应用前景。

## 1 高阶统计量

### 1.1 基本概念

给定  $n$  维随机变量  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ，其联合分布函数为  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ，则第一联合特征函数为

$$F(w_1, w_2, \dots, w_n) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2, \dots, x_n) \times \exp[j(w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n)] dx_1 dx_2 \dots dx_n = E\{\exp[j(w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n)]\} \quad (1)$$

第二联合特征函数为

$$Y(w_1, w_2, \dots, w_n) = \ln F(w_1, w_2, \dots, w_n) \quad (2)$$

则  $r$  阶矩( $r = k_1 + k_2 + \dots + k_n$ )定义为

$$m_{k_1 k_2 \dots k_n} = E(x_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n}) =$$

$$(-j)^r \frac{\partial F(w_1, w_2, \dots, w_n)}{\partial w_1^{k_1} \partial w_2^{k_2} \dots \partial w_n^{k_n}} \Big|_{w_1=w_2=\dots=w_n=0} = \text{mom}(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3)$$

$r$  阶累积量( $r = k_1 + k_2 + \dots + k_n$ )定义为

$$c_{k_1 k_2 \dots k_n} = (-j)^r \frac{\partial Y(w_1, w_2, \dots, w_n)}{\partial w_1^{k_1} \partial w_2^{k_2} \dots \partial w_n^{k_n}} \Big|_{w_1=w_2=\dots=w_n=0} = \text{cum}(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (4)$$

对于零均值实随机过程  $x(t)$ ，其  $r$  阶矩定义为

$$m_{rx}(t_1, t_2, \dots, t_{r-1}) = \text{mom}(x(t), x(t+t_1), \dots, x(t+t_{r-1})) \quad (5)$$

$r$  阶累积量定义为

$$c_{rx}(t_1, t_2, \dots, t_{r-1}) = \text{cum}(x(t), x(t+t_1), \dots, x(t+t_{r-1})) \quad (6)$$

则  $r$  阶矩谱和  $r$  阶累积量谱分别为

\* 国家自然科学基金资助项目(50275024)。20040410 收到初稿，20041010 收到修改稿

$$M_{rx}(\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{L}, \mathbf{w}_n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} m_{rx}(\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \mathbf{L}, \mathbf{t}_{r-1}) \times \exp[-j(\sum_{i=1}^{r-1} \mathbf{w}_i \mathbf{t}_i)] d\mathbf{t}_1 \mathbf{L} d\mathbf{t}_{r-1} \quad (7)$$

$$S_{rx}(\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{L}, \mathbf{w}_n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} c_{rx}(\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \mathbf{L}, \mathbf{t}_{r-1}) \times \exp[-j(\sum_{i=1}^{r-1} \mathbf{w}_i \mathbf{t}_i)] d\mathbf{t}_1 \mathbf{L} d\mathbf{t}_{r-1} \quad (8)$$

累积量矩有很多显著优点<sup>[4,5]</sup>, 实际应用中主要使用高阶累积量及其谱。

### 1.2 高阶累积量的重要性质

(1) 累积量关于它的变元是对称的, 即

$$\text{cum}(x_{i_1}, \mathbf{L}, x_{i_k}) = \text{cum}(x_{i_k}, \mathbf{L}, x_{i_1}) \quad (9)$$

式中  $(i_1, \mathbf{L}, i_k)$  是  $(1, \mathbf{L}, k)$  的一种排列。

(2) 如果随机变量  $\{x_i\}$  和  $\{y_i\}$  独立, 则

$$\text{cum}(x_1 + y_1, \mathbf{L}, x_i + y_i) = \text{cum}(x_1, \mathbf{L}, x_i) + \text{cum}(y_1, \mathbf{L}, y_i) \quad (10)$$

(3) 如果  $k$  个随机变量  $\{x_i\}$  ( $i=1, \mathbf{L}, k$ ) 的一个子集同其他部分独立, 则

$$\text{cum}(x_1, \mathbf{L}, x_k) = 0 \quad (11)$$

## 2 轴心轨迹的表达方式

轴心轨迹的表达方式一定程度上决定了轴心轨迹特征提取的方法。目前绝大部分的研究将轴心轨迹的识别归结为图形的模式识别问题, 使用较多的是基于不变性矩<sup>[1]</sup>的各种方法, 其基础公式为

$$m_{pq} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x^p y^q f(x, y) dx dy \quad (12)$$

式中  $p, q=1, 2, \mathbf{L}$ ,  $f(x, y)$  为图形在  $R^2$  平面上的分布密度。可知, 不变性矩实质为变量  $x$  和  $y$  的互高阶矩。这种方法结果简洁, 但对噪声较为敏感<sup>[1]</sup>, 需要在识别之前先进行轴心轨迹的提纯, 而且计算结果无法揭示机械系统更多的动态特性。

若从轴心轨迹的产生方式看, 设  $x(t)$  和  $y(t)$  分别为故障在两监测方向引发的振动, 可将轴心轨迹视为一复值过程  $z(t) = x(t) + jy(t)$ , 这就为在频域、延时域分析轴心轨迹提供了可能。而且从智能化故障诊断的角度看, 无须利用  $x(t)$  和  $y(t)$  拟合出轴心轨迹, 即可忽略图形信息的描述, 直接利用复值过程  $z(t)$  进行故障诊断的特征提取, 用量值或量值的组合来表征故障和机械系统的运行状况。

## 3 高阶累积量对复值噪声的抑制作用

实际的检测信号中不可避免的要混杂有噪声, 此时可设轴心轨迹复值过程为

$$z(t) = [x(t) + n_x(t) + m_x(t)] + j[y(t) + n_y(t) + m_y(t)] \quad (13)$$

式中,  $x(t)$  和  $y(t)$  为两监测方向上故障引发的振动信号;  $n_x(t)$  和  $n_y(t)$  为工程中最常见的高斯分布平稳相关噪声, 可认为是同源噪声, 即噪声在  $x$  和  $y$  两方向的分量;  $m_x(t)$  和  $m_y(t)$  为非相关噪声, 其噪声源不同, 可认为是传感器性能、信号传输线路特性差异和机械系统在  $x$  和  $y$  两方向相互独立的干扰因素等原因所致。同时易知,  $x(t) + jy(t)$ 、 $n_x(t) + jn_y(t)$  和  $m_x(t) + jm_y(t)$  是相互独立的。

$z(t)$  的  $r$  阶累积量为

$$c_{rz}(\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \mathbf{L}, \mathbf{t}_{r-1}) = \text{cum}(z(t), z(t + \mathbf{t}_1), \mathbf{L}, z(t + \mathbf{t}_{r-1})) = \text{cum}(x(t) + jy(t), x(t + \mathbf{t}_1) + jy(t + \mathbf{t}_1), \mathbf{L}, x(t + \mathbf{t}_{r-1}) + jy(t + \mathbf{t}_{r-1})) + \text{cum}(n(t) + jn(t), n(t + \mathbf{t}_1) + jn(t + \mathbf{t}_1), \mathbf{L}, n(t + \mathbf{t}_{r-1}) + jn(t + \mathbf{t}_{r-1})) + \text{cum}(m(t) + jm(t), m(t + \mathbf{t}_1) + jm(t + \mathbf{t}_1), \mathbf{L}, m(t + \mathbf{t}_{r-1}) + jm(t + \mathbf{t}_{r-1})) \quad (14)$$

首先考察  $n_x(t) + jn_y(t)$  的高阶累积量。因  $n_x(t)$  和  $n_y(t)$  的平稳性,  $n_x(t + \mathbf{t}_k)$  和  $n_y(t + \mathbf{t}_k)$  ( $k$  为自然数, 且  $1 \leq k \leq r-1$ ) 分别与  $n_x(t)$  和  $n_y(t)$  具有相同的分布函数。可将复值过程作为矢量过程去计算其高阶累积量, 对于  $n$  维矢量过程  $\mathbf{P}(t) = [p_1(t), p_2(t), \mathbf{L}, p_n(t)]^T$ , 其  $r$  阶累积量的定义有两种形式<sup>[4]</sup>, 一种定义为: 令

$$\mathbf{w}_i = [w_{i1}, w_{i2}, \mathbf{L}, w_{in}]^T \quad i=1, 2, \mathbf{L}, r$$

$$\mathbf{P} = [p_1(t), p_2(t + \mathbf{t}_1), \mathbf{L}, p_n(t + \mathbf{t}_{r-1})]^T$$

则累积量生成函数为  $\ln E[\exp(j\mathbf{w}_i^T \mathbf{P})]$ , 然后即可求累积量。另一种定义方式是直接定义矢量元素的互累积量

$$c_{p_i, p_j, \mathbf{L}, p_k}(\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \mathbf{L}, \mathbf{t}_{r-1}) = \text{cum}(p_i(t), p_j(t + \mathbf{t}_1), \mathbf{L}, p_k(t + \mathbf{t}_{r-1})) \quad (15)$$

式中,  $i, j, \mathbf{L}, k$  为  $[1, n]$  的整数。由第二种定义式可知, 对于  $n_x(t) + jn_y(t)$ , 其  $r$  阶累积量为

$$c_{n_a, \mathbf{L}, n_b}(\mathbf{t}_1, \mathbf{L}, \mathbf{t}_{r-1}) = \text{cum}(n_a(t), \mathbf{L}, n_b(t + \mathbf{t}_{r-1})) = (-j)^r \left. \frac{\partial^r F(\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{L}, \mathbf{w}_{2r})}{\partial w_1^{k_1} \partial w_2^{k_2} \mathbf{L} \partial w_{2r}^{k_r}} \right|_{w_1=w_2=\mathbf{L} w_{2r}=0} \quad (16)$$

上式中,  $a$  和  $b$  可任取为  $x$  和  $y$ 。上式也可认为是求  $2r$  维高斯矢量  $[n_x(t), n_y(t), n_x(t + \mathbf{t}_1), n_y(t + \mathbf{t}_1), \mathbf{L}, n_x(t + \mathbf{t}_{r-1}), n_y(t + \mathbf{t}_{r-1})]$  的  $r$  阶累积量, 其特征函数为

$$F(\mathbf{w}) = \exp(j\mathbf{a}^T \mathbf{w} - 0.5\mathbf{w}^T \mathbf{B} \mathbf{w}) \quad (17)$$

式中  $\mathbf{a} = [a_1, a_2, \mathbf{L}, a_{2r}]^T$ ,  $\mathbf{a} = [a_1, a_2, \mathbf{L}, a_{2r}]^T$  为均

值矢量， $B$  为协方差矩阵

$$B = \begin{bmatrix} \text{cov}(n_x(t), n_x(t)) & L \\ M \\ \text{cov}(n_y(t + t_{r-1}), n_x(t)) & L \\ \text{cov}(n_x(t), n_y(t + t_{r-1})) & \\ M \\ \text{cov}(n_y(t + t_{r-1}), n_y(t + t_{r-1})) \end{bmatrix}_{2r \times 2r}$$

第二特征函数

$$Y(w) = \ln F(w) = ja^T w - 0.5w^T B w \quad (18)$$

由上式知， $Y(w)$  是自变量  $w_i$  的二次多项式，因此当  $r = 3$  时，有

$$c_{n_a L n_b}(t_1, L, t_{r-1}) = 0 \quad (19)$$

因此，高斯分布的复值噪声的高阶累积量恒等于零，即轴心轨迹复值过程中的  $n_x(t) + jn_y(t)$  被剔除了。

对于非相关噪声  $m_x(t) + jm_y(t)$  的高阶累积量，可先生成一  $2r$  维矢量

$$M = [m_x(t), m_y(t), m_x(t + t_1), m_y(t + t_1), L, m_x(t + t_{r-1}), m_y(t + t_{r-1})]$$

由高阶累积量的变元对称性， $M$  可改写为

$$M = [m_x(t), m_x(t + t_1), L, m_x(t + t_{r-1}), m_y(t), m_y(t + t_1), L, m_y(t + t_{r-1})]$$

因  $m_x(t)$  和  $m_y(t)$  的非相关性，则  $M$  中的两个子集  $[m_x(t), m_x(t + t_1), L, m_x(t + t_{r-1})]$ ， $[m_y(t), m_y(t + t_1), L, m_y(t + t_{r-1})]$  是相互独立的，由高阶累积量性质可直接得到

$$\text{cum}(m_x(t), m_y(t), m_x(t + t_1), m_y(t + t_1), L, m_x(t + t_{r-1}), m_y(t + t_{r-1})) = 0 \quad (20)$$

说明轴心轨迹复值过程的高阶累积量同样可以剔除实虚部非相关复值噪声。

以上的分析是从噪声的相关性和概率统计特性角度出发，在理论上证明了高斯分布复值噪声和实虚部非相关复值噪声的高阶累积量恒等于零；如果从随机噪声的频域特性考虑，由于高阶累积量包括了多延时域的自相关与互相关，无论对于宽带噪声还是窄带噪声，一般情况下，随机噪声的  $r$  阶累积量在  $r-1$  维延时域只经短暂振荡即趋于零。综上所述，高阶累积量可有效抑制轴心轨迹复值过程的随机噪声。

需要指出的是，根据复值过程的特点，复值过程高阶累积量的定义不是唯一的<sup>[6]</sup>，如对于轴心轨迹复值过程  $z(t)$  的四阶累积量，既可定义为

$$c_{3z}(t_1, t_2, t_3) = \text{cum}(z(t), z^*(t + t_1), z^*(t + t_2), z(t + t_3))$$

也可定义为

$$c_{3z}(t_1, t_2, t_3) = \text{cum}(z(t), z(t + t_1), z^*(t + t_2), z^*(t + t_3))$$

式中 \* 表示共轭。显然各种定义是不等价的，但就抑制高斯噪声和非相关噪声而言，其结果是相同的。

### 4 轴心轨迹复值过程的频域特性

忽略噪声，对于大多数具有倍频振动特征的机械故障，设转轴的旋转周期为  $T$ ，且有  $w_0 = 2\pi/T$ ，轴心轨迹可设为

$$z(t) = \sum_{i=1}^N A_i \cos(iw_0 t + f_i) + j \sum_{i=1}^N B_i \sin(iw_0 t + j_i) \quad (21)$$

式中  $i=1, L, N$ ， $N$  为正整数，理论上对应  $z(t)$  所含谐波分量的最高阶数，工程实际中对应截断频率内  $z(t)$  所含谐波分量的最高阶数。 $z(t)$  的傅里叶级数的复指数函数式为

$$\begin{aligned} Z(nw_0) &= \frac{1}{T} \int_0^T (x(t) + jy(t)) \exp(jnw_0 t) dt = \\ &= \frac{1}{T} \left\{ \left[ \sum_{i=1}^N A_i \cos f_i \int_0^T \cos(iw_0 t) \cos(nw_0 t) dt + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. j \sum_{i=1}^N A_i \sin f_i \int_0^T \sin(iw_0 t) \sin(nw_0 t) dt \right] + \right. \\ &\quad \left. j \left[ \sum_{i=1}^N B_i \sin j_i \int_0^T \cos(iw_0 t) \cos(nw_0 t) dt - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. j \sum_{i=1}^N B_i \cos j_i \int_0^T \sin(iw_0 t) \sin(nw_0 t) dt \right] \right\} = \\ &= \frac{1}{2} [(A_n \cos f_n + B_n \cos j_n) + \\ &\quad j(A_n \sin f_n + B_n \sin j_n)] \end{aligned} \quad (22)$$

则

$$|z(nw_0)| = \sqrt{A_n + B_n + 2A_n B_n \cos(f_n - j_n)} / 2 \quad (23)$$

由式(21)和式(22)知，轴心轨迹复值过程的傅里叶系数的模同时包含了构成轴心轨迹的两路信号的幅值和两路信号的相位差信息，这就为用模的大小判断轴心轨迹的形状提供了可能，如对于频率为  $nw_0$  的振动引发的轴心轨迹，设  $A_n = \max\{A_n, B_n\}$ ， $a = |z(nw_0)| / A_n$ ，则轴心轨迹为圆时  $a = 1$ ，轴心轨迹为椭圆时  $0 < a < 1$ ，具体数值与  $B_n / A_n$  和  $f_n - j_n$  有关。

### 5 双谱的工频切片

目前在机械故障诊断中用到最多的是三阶累积量谱(双谱)，对于轴心轨迹复值过程  $z(t)$ ，其双谱为

$$B_z(\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2) = \frac{1}{T} Z(\mathbf{w}_1) Z(\mathbf{w}_2) Z^*(\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2) \quad (24)$$

可见, 双谱为三维空间曲面。考虑到大多数机械故障引发的振动有明显的倍频振动分量, 则可用双谱域的部分信息进行轴心轨迹的特征提取, 设转轴工作的工频为  $\mathbf{w}_r$ , 定义双谱的工频切片为

$$B(\mathbf{w}_r, \mathbf{w}) = \frac{1}{T} Z(\mathbf{w}_r) Z(\mathbf{w}) Z^*(\mathbf{w}_r + \mathbf{w}) \quad (25)$$

同时, 一些故障引发的振动有明显的频率为工频的整分数的振动, 所以定义双谱的半工频切片为

$$B(\mathbf{w}_r/2, \mathbf{w}) = \frac{1}{T} Z(\mathbf{w}_r/2) Z(\mathbf{w}) Z^*(\mathbf{w}_r/2 + \mathbf{w}) \quad (26)$$

式(25)和式(26)是在频域直接定义工频和半工频切片, 以工频切片为例, 其时域(实质是延时域)表示为

$$c_{z3}(\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2) = \text{cum}(z(t), z_r(t + \mathbf{t}_1), z(t + \mathbf{t}_2)) \quad (27)$$

式中  $z_r(t + \mathbf{t}_1) = A_1 \cos[\mathbf{w}_r(t + \mathbf{t}_1) + \mathbf{f}_1] + jB_1 \sin[\mathbf{w}_r(t + \mathbf{t}_1) + \mathbf{f}_1]$

$c_{z3}(\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2)$  的二维傅里叶变换为

$$\begin{aligned} B_z(\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2) &= \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} z(t) z_r(t + \mathbf{t}_1) z(t + \mathbf{t}_2) \times \\ &\quad \exp[-j(\mathbf{w}_1 \mathbf{t}_1 + \mathbf{w}_2 \mathbf{t}_2)] d\mathbf{t} d\mathbf{t}_1 d\mathbf{t}_2 = \\ &= \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} z(t) \exp[j(\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2)t] dt \int_{-\infty}^{+\infty} z_r(t + \mathbf{t}_1) \times \\ &\quad \exp[-j\mathbf{w}_1(t + \mathbf{t}_1)] dt_1 \int_{-\infty}^{+\infty} z(t + \mathbf{t}_2) \times \\ &\quad \exp[-j\mathbf{w}_2(t + \mathbf{t}_2)] dt_2 = \\ &= \frac{1}{T} Z^*(\mathbf{w}_r + \mathbf{w}_2) Z(\mathbf{w}_2) Z(\pm \mathbf{w}_r) \quad (28) \end{aligned}$$

则在正频率域范围内有值处即为双谱的工频切片。

工频或半工频切片的幅值谱可在一横坐标为频率  $\mathbf{w}$ , 纵坐标为幅值的坐标系中表示, 如对于双谱的工频切片, 坐标系为  $(\mathbf{w}, |B_z(\mathbf{w}_r, \mathbf{w})|)$ 。

## 6 轴心轨迹的识别

### 6.1 抑制噪声功能的验证

在转子试验台上制造一转子不对中故障, 转子转速 2 500 r/min, 采样频率 2 kHz, 采样点数 10 000, 由于电器、电路、测试系统和机械联接等众多因素的干扰, 得到一混杂有强烈噪声的轴心轨迹(转子不工作时测得的干扰噪声方差为  $0.218 \text{ mm}^2$ ) 如图 1 所示。图 2 为  $x$  方向振动响应幅值谱, 转子不对中故障振动响应在频域的主要特征是工频和工频的二倍频, 但由于噪声的干扰, 图 2 中无法识别出工频的二倍频, 即 83.34 Hz。图 3 为该轴心轨迹对应的复值过程的双谱幅值谱, 可见, 在频率  $f = (41.67, 41.67)$  Hz 处有一

清晰谱峰。结合式(28), 说明信号中存在频率分别为  $f_r = f_2 = 41.67 \text{ Hz}$  和  $f_3 = 41.67 + 41.67 = 83.34 \text{ Hz}$  两个谐波成分, 即 83.34 Hz 的周期分量在三阶累积量的计算过程中被识别出来, 而在频率为  $f = (41.67, 83.34) \text{ Hz}$  处没有谱峰, 说明信号中不存在  $f_3 = (41.67 + 83.34) \text{ Hz} = 125.01 \text{ Hz}$  的三阶谐波分量。同时, 图 3 中其他部分幅值极其微弱, 说明信号中混杂的噪声成分被有效抑制了, 验证了轴心轨迹复值过程的高阶累积量具有强大的抑制噪声的能力。

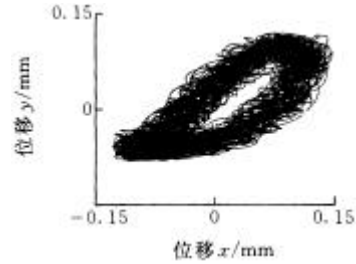


图 1 混有噪声的轴心轨迹

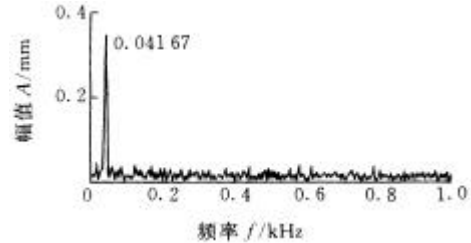


图 2  $x$  方向幅值谱

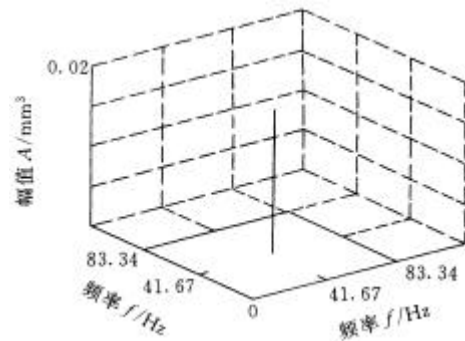


图 3 轴心轨迹复值过程的双谱幅值谱

### 6.2 基于工频切片的轴心轨迹识别步骤

以轴心轨迹复值过程双谱的工频切片为主要依据识别轴心轨迹的类型, 计算方法仿照经典法中的直接估计法。不同之处在于, 对多段数据的 FFT 结果作统计平均得到  $\bar{Z}'(\mathbf{w})$ , 各频率处的幅值按照第 4 节中的方法进行局部归一化得到  $\hat{Z}'(\mathbf{w})$ , 找出  $\bar{Z}'(\mathbf{w})$  的幅值谱中最大幅值设为  $A_{\max}$ , 计算  $\hat{Z}'(\mathbf{w}) = |\bar{Z}'(\mathbf{w})|/A_{\max}$ , 用  $\hat{Z}'(\mathbf{w})$  计算双谱的工频切片。由于减少泄漏最简便而且有效的方法是提高 FFT 的点数, 因此 FFT 的点数定为 4 096, 数据段为 10 段, 这在工程应用中是不难办到的。

按照上述计算方法，分析了各种类型的轴心轨迹数据，分析结果表明，不同类型轴心轨迹复值过程的双谱的工频或半工频切片幅值谱上各频率处的幅值有明显不同，部分分析结果如下表所示。

表 双谱的半工频和工频切片部分频率处的幅值

幅值 A/mm 轴心轨迹 $o$	频率 $f/Hz$	$w_r/2$	$w_r$	$2w_r$
		0.75	0	0
0		0.331 0	0.010 0	0
0		0.500 0	0	0
0		0.431 2	0.020 0	0
0		0.675 2	0.102 1	0
0		0.235 0	0.001 0	0
0		0	0	0

## 7 结论

将复值过程的高阶累积量引入轴心轨迹的识别，复值过程的高阶累积量可有效抑制混杂在轴心轨迹中的高斯噪声和实虚部非相关噪声。对于机械故障诊断，高阶累积量谱的一些信息是冗余的，定义了双谱的工频切片和半工频切片，这两种切片有效的识别了绝大部分轴心轨迹。综上，从智能故障诊断的角度看，复值过程高阶累积量谱兼具对轴心轨迹的提纯和特征提取功能。

### 参 考 文 献

- 1 韩西京, 李录平, 史铁林, 等. 旋转机械轴心轨迹的自动识别. 振动、测试与诊断, 1997, 17(3): 20~25
- 2 沈民奋, 孙丽莎. 现代随机信号与系统分析. 北京: 科学出版社, 1998
- 3 Yang D M, Stronach A F, Macconnell P, et al. Third-order spectral techniques for the diagnosis of motor bearing condition using artificial neural networks. Mechanical Systems and Signal Processing, 2002, 16(2): 391~411
- 4 张贤达. 时间序列分析——高阶统计量方法. 北京: 清华

大学出版社, 1996

- 5 陈进, 姜鸣. 高阶循环统计量理论在机械故障诊断中的应用. 振动工程学报, 2001, 14(2): 125~134
- 6 张贤达. 现代信号处理. 北京: 清华大学出版社, 1995

## STUDY OF ORBIT ANALYSIS BASED ON COMPLEX PROCESS HIGH ORDER CUMULANT SPECTRUM

Li Yungong Liu Jie Zhu Qibing  
Zhang Jinping Wen Bangchun

(School of Mechanical Engineering & Automation,  
Northeastern University, Shenyang 110004)

**Abstract :** The orbit is expressed as complex process, the theory of complex process high-order cumulant is used in analysis of orbit. The frequency domain characteristic of orbit complex process is discussed combining with shape of orbit. It's proved that the high-order cumulant of gauss complex noise and noncorrelative noise between Re-part and Im-part is zero, and it is explained that this theory can depress broad noise and narrow band noise. The operating frequency slicing and half operating frequency slicing of bispectrum are defined. The numerical value calculating method of analyzing orbit using bispectrum and slicing of bispectrum is put forward. This method is introduced in the identification of orbit of non-concentric rotor, the analysis result show that this method has two function at the same time, which are orbit purifying and fault signature extracting. The operating slicing of bispectrum is used to analysis the orbit of several faults, the results show that different orbit can be transformed into different value or vectors.

**Key words:** Orbit High order cumulant Complex process  
Signature extracting

作者简介: 李允公, 1976 年出生, 博士研究生。主要研究方向为机械故障诊断与状态监测。

E-mail : lyneu@126.com