

新型 3- $P_C R_N S$ 球面 3 自由度并联机构*

李秦川¹ 武传宇¹ 沈卫平¹ 胡旭东¹ 朱祖超¹ 黄真²

(1. 浙江理工大学浙江省现代纺织装备技术重点实验室 杭州 310018;

2. 燕山大学机器人研究中心 秦皇岛 066004)

摘要: 提出一种新型 3- $P_C R_N S$ 球面 3 自由度并联机构, 其分支运动链由一个带环形导轨的移动副 P_C , 一个转动副 R_N (下标 N 表示三个分支中转动副的轴线都交于一点) 和一个球铰 S 构成。运用约束螺旋理论, 对该机构的自由度、奇异位形和输入选取进行分析。在一般非奇异位形下, 该机构中三个 $P_C R_N S$ 分支运动链对动平台施加三个汇交于机构中心点的约束力, 约束机构动平台的 3 移动自由度, 机构具有 3 转动自由度; 在奇异位形下, 三个 $P_C R_N S$ 分支对动平台施加六个线性相关的约束力, 其最大线性无关数为五, 机构具有一个绕 z 轴的瞬时转动自由度。可选用带环形导轨的移动副 P_C 作为主动副, 此外该机构动平台绕 z 轴的转动自由度和其他转动自由度解耦。

关键词: 并联机构 螺旋理论 自由度

中图分类号: TH112

0 前言

随着并联机器人应用领域的扩展, 很多操作任务(如对准、姿态定位、轴对称的机加工等)不需要空间 6 自由度, 或者可以分解为空间几个自由度的组合, 这种情况下如果再使用一般的 6 自由度并联机器人, 势必在分析、设计、加工制造、控制和维护等方面增加不必要的成本。因此近年来少自由度并联机构成为国际并联机构学术界和工业界关注的热点和前沿^[1], 相当数量的研究集中于 3 自由度移动并联机构^[2]和球面 3 自由度并联机构^[3]。

球面 3 自由度并联机构是少自由度并联机构中极为重要的一类, 可以实现绕机构转动中心的 3 个转动自由度。这种机构可用作机器人的腰、肩、髋和腕等关节, 还可用于卫星天线和摄像定位装置, 具有重要的应用价值。球面 3 自由度并联机构以 3-3R 球面并联机构^[3]为代表, 其结构特性为所有转动副的轴线交于一点, 其动平台可以实现绕该交点的自由转动。

国内外对球面 3 自由度并联机构的研究已取得丰硕成果。其中加拿大 GOSSELIN^[4-5]领导的研究组对角台型球面并联机构机构学基本理论做了系统深入的研究, 并研制成功称为“灵巧眼”的摄像机自动定位装置; 国内天津大学黄田教授^[6]领导的研究组在球面并联机构运动学设计理论和方法上取得重要成果, 首次提出全参数解析尺度综合法, 并研制

了 3-3R 数控回转台。

在机型综合方面, ASADA 等^[7]提出一种公轴线驱动的 3 自由度球面并联机构; GOSSELIN 等^[5]提出了驱动电动机轴线共面的球面并联机构; KAROUIA 和 HERVÉ 等^[8]提出 3-UPU 转动并联机构。DI GREGORIO^[9-10]提出 3-URC 转动并联机构和 3-RRS 转动并联机构。

和其他构型的球面并联机构相比, 3-3R 球面并联机构结构最为简单, 从而决定了其在设计、分析、制造及装配等方面的优势, 得到广泛的研究和应用。

提出一种新型 3- $P_C R_N S$ 球面 3 自由度并联机构, 其分支运动链由一个带环形导轨的移动副 P_C , 一个转动副 R_N (下标 N 表示三个分支中转动副轴线都交于一点), 和一个球铰 S 构成。运用约束螺旋理论, 对该机构的自由度、奇异位形和输入选取进行分析。

1 基本概念和机构结构描述

在螺旋理论中^[11], 单位螺旋表示为 $\mathcal{S} = (s; r \times s + hs)$, s 是螺旋轴线方向的单位矢量, r 是螺旋轴线上任意一点的位置矢量, h 是螺距。一个转动副或一个力线矢可以表示为 $\mathcal{S} = (s; r \times s) = (l m n; a b c)$, l, m, n 表示转动副轴线或力线矢轴线的 3 个方向余弦。一个移动副或一个力偶矢量可以表示为 $\mathcal{S} = (0; s) = (0 0 0; l m n)$ 。

当两个螺旋 $\mathcal{S}_1 = (l_1 m_1 n_1; a_1 b_1 c_1)$ 和 $\mathcal{S}_2 = (l_2 m_2 n_2; a_2 b_2 c_2)$ 的互易积为零时, 即

$$\mathcal{S}_1 \circ \mathcal{S}_2 = l_1 a_2 + m_1 b_2 + n_1 c_2 + a_1 l_2 + b_1 m_2 + c_1 n_2 = 0$$

(1)

称 \mathcal{S}_1 和 \mathcal{S}_2 互为反螺旋或互逆。当 \mathcal{S}_1 表示一个运动螺

* 国家自然科学基金资助项目(50075074)和浙江省自然科学基金(Y104629)资助项目。20051203 收到初稿, 20060428 收到修改稿

旋，而 \mathcal{S}_2 表示一个力螺旋时，式(1)的意义为力螺旋 \mathcal{S}_2 对运动螺旋 \mathcal{S}_1 所表示的运动做功为零，即不约束该运动。在螺旋理论中，力螺旋通常以 \mathcal{S}^r 表示。

以单位运动螺旋表示少自由度并联机构中的一个分支运动链中的所有运动副，则这些单位运动螺旋构成分支运动螺旋系。相应地，所有和分支运动螺旋系相逆的线性无关的力螺旋构成分支约束螺旋系，这些力螺旋表示分支机械结构对动平台的一种机构上的约束力和力偶，称之为结构约束。它们不同于普通意义上的力和力偶，分析中不计其大小，仅考虑它们之间的线性相关性。所有分支约束螺旋的合成构成的螺旋系称为机构约束螺旋系，它决定整个机构的自由度。机构约束螺旋系由和所有分支运动螺旋系都相逆的线性无关的螺旋构成。

需要指出的是，机构约束螺旋系是瞬时的。当机构发生运动，机构约束螺旋系可能发生变化，相应地机构自由度也发生变化。因此在分析机构自由度时，需要验证机构约束螺旋系在机构发生可行的有限运动前后是否保持一致。这可以通过验证机构约束螺旋系的标准基来完成。如果机构约束螺旋系在运动前后发生变化，则称这种机构为瞬时机构。

3-PCRN_S 球面 3 自由度并联机构如图 1 所示。在分支运动链中，移动副 P_C 由一环形导轨和与之配合的滑块组成，转动副轴线平行于定平台。且所有 3 个分支中，全部 3 个转动副的轴线和环形导轨的中轴线汇交于一点，该点称为机构中心点。

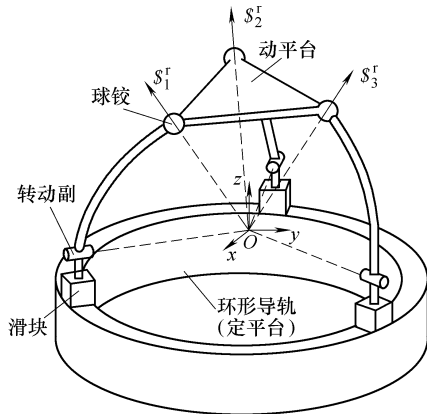


图 1 3-PCRN_S 球面 3 自由度并联机构

由图 1 显然可见，机构中心点也是动平台转动的中心点。当 3 个分支中的移动副 P_C 以相同速度运动时，机构动平台可绕 z 轴转动 360°，亦即该机构绕 z 轴的转动自由度和其他自由度是解耦的。

2 机构自由度分析

2.1 移动副 P_C 的等价转化

带有环形导轨的移动副在并联机构中的典型

应用是韩国的 Eclipse 5 面加工 6 自由度并联机床^[12]。在移动副 P_C 中，滑块实际上只能绕环形导轨的中轴线转动，其生成的刚体运动为一个转动轴线沿 z 轴且过中心点 O 的一维转动位移子群 {R(O, z)}。因此在运动学上，移动副 P_C 等价于一个轴线和环形导轨的中轴线重合的转动副，记为 R_e。

在后续的自由度分析中，以 R_eR_NS 运动链代替 P_CR_NS 运动链，以 3-R_eR_NS 机构代替 3-PCRN_S 机构。

2.2 分支运动链 R_eR_NS 对动平台施加的结构约束

选取机构中心点为分支坐标系 Oxyz 的原点，分支坐标系 Oxy 平面平行于定平台，y 轴和转动副轴线重合，z 轴和环形导轨的中轴线重合，如图 2 所示。

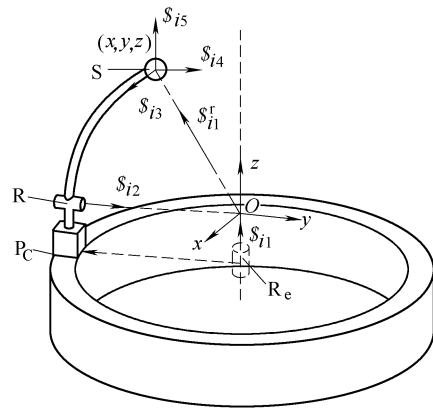


图 2 P_CR_NS(R_eR_NS)分支

在初始位形下，分支运动链中球铰 S 的中心点和转动副 R 的轴线决定的平面不能垂直于定平台，否则为奇异位形。此时球铰中心在坐标系 Oxyz 中坐标标记为(x, y, z)。分支运动螺旋系为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{i1} = (0\ 0\ 1; 0\ 0\ 0) \\ \mathcal{S}_{i2} = (0\ 1\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \mathcal{S}_{i3} = (1\ 0\ 0; 0\ z - y) \\ \mathcal{S}_{i4} = (0\ 1\ 0; -z\ 0\ x) \\ \mathcal{S}_{i5} = (0\ 0\ 1; y - x\ 0) \end{cases} \quad (1)$$

对式(1)求反螺旋可得 R_eR_NS 分支约束螺旋系为

$$\mathcal{S}_{i1}^r = (x\ y\ z; 0\ 0\ 0) \quad (2)$$

式(2)中 \mathcal{S}_{i1}^r 表示一个沿转动中心和球铰中心连线方向的力线矢，如图 2 所示。

全部 3 个 R_eR_NS 分支对动平台施加 3 个汇交于机构中心点，且过各分支球铰中心点的约束力线矢，如图 1 所示。这 3 个约束力线矢满足空间共点的几何条件，彼此线性无关，机构中不存在公共约束和虚约束，这 3 个约束力线矢构成的机构约束螺旋系的标准基为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{m1}^r = (100;000) \\ \mathcal{S}_{m2}^r = (010;000) \\ \mathcal{S}_{m3}^r = (001;000) \end{cases} \quad (3)$$

约束动平台的 3 移动自由度, 所以动平台具有 3 转动自由度。

由式(2)显然可知, 机构动平台在发生有限连续运动后, 分支约束始终具有式(2)的形式, 即为沿转动中心和球铰中心连线方向的力线矢。由于球铰中心不重合, 所以机构约束螺旋系的标准基始终具有式(3)形式, 该机构不是瞬时机机构。

机构自由度计算的一般 Grübler-Kutzbach 公式为

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i \quad (4)$$

式中 M ——机构的自由度数

d ——机构的阶

$$d = 6 - \lambda$$

λ ——机构的公共约束数

n ——机构的杆件数(包括机架)

g ——运动副数

f_i ——第 i 个运动副的自由度数

从前面分析可知, 在 3- $P_C R_N S$ 球面 3 自由度并联机构中不存在公共约束, 即 $\lambda = 0$, 由式(4)可得

$$M = 6(8 - 9 - 1) + 15 = 3 \quad (5)$$

3 奇异位形

当分支运动链中球铰 S 的中心点和转动副 R 的轴线决定的平面垂直于定平台时, 3- $P_C R_N S$ 球面并联机构处于奇异位形。此时球铰中心点在分支坐标系 $Oxyz$ 中坐标为 $(0, y, z)$, 分支运动螺旋系为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{i1} = (001;000) \\ \mathcal{S}_{i2} = (010;000) \\ \mathcal{S}_{i3} = (100;0z-y) \\ \mathcal{S}_{i4} = (010;-z00) \\ \mathcal{S}_{i5} = (001;y00) \end{cases} \quad (6)$$

对式(6)求反螺旋可得分支约束螺旋系为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{i1}^r = (010;-z00) \\ \mathcal{S}_{i2}^r = (001;y00) \end{cases} \quad (7)$$

式(7)说明在此位形下, 分支运动螺旋系中的 5 个运动螺旋线性相关, 最大线性无关数为 4, 对动平台施加两个约束力。其中一个约束力 \mathcal{S}_{i1}^r 沿转动副 R 的轴线方向且过球铰中心点; 另一个约束力 \mathcal{S}_{i2}^r 沿 z 轴方向且过球铰中心点。整个动平台受到的 6 个

约束力如图 3 所示。

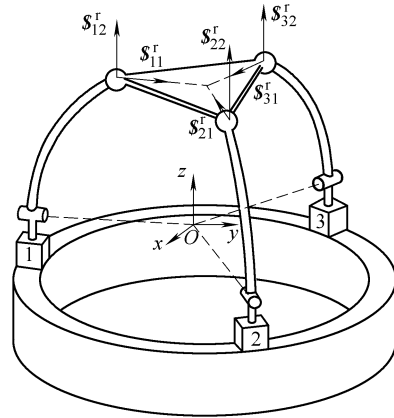


图 3 3- $P_C R_N S$ 球面并联机构奇异位形

注意到 \mathcal{S}_{i1}^r 、 \mathcal{S}_{i2}^r 和 \mathcal{S}_{i3}^r 满足共面汇交于一点的几何条件, 彼此线性相关, 最大线性无关数为 2, 机构中存在一个冗余约束。 \mathcal{S}_{i1}^r 、 \mathcal{S}_{i2}^r 和 \mathcal{S}_{i3}^r 约束该平面内的 2 移动自由度, 即 x 和 y 轴的移动自由度; \mathcal{S}_{i12}^r 、 \mathcal{S}_{i22}^r 和 \mathcal{S}_{i32}^r 满足空间平行的几何条件, 彼此线性无关, 最大线性无关数为 3, 约束动平台沿 z 轴的移动自由度和 Oxy 平面内的 2 转动自由度。机构约束螺旋系的标准基为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{m1}^r = (100;000) \\ \mathcal{S}_{m2}^r = (010;000) \\ \mathcal{S}_{m3}^r = (000;100) \\ \mathcal{S}_{m4}^r = (000;010) \\ \mathcal{S}_{m5}^r = (000;001) \end{cases} \quad (8)$$

所以动平台在此奇异位形下只有 1 绕 z 轴的瞬时转动自由度。

4 输入选取

选取 3 个分支中的移动副 P_C 作为主动副, 根据并联机构输入选取原理^[13], 如果输入选取正确, 锁住 3 个主动副后, 动平台的自由度应该为零。

锁住 3 个主动副后, 分支运动螺旋系由 4 个运动螺旋组成, 即式(1)中的后 4 个运动螺旋。对之求反螺旋可得分支约束螺旋系为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{i1}^r = (x_1 0 z_1; z_1 y_1 0 - y_1 x_1) \\ \mathcal{S}_{i2}^r = (010;-z_1 0 x_1) \end{cases} \quad (9)$$

3 个分支对动平台施加的 6 个分支结构约束如图 4 所示。 \mathcal{S}_{i1}^r 、 \mathcal{S}_{i2}^r 和 \mathcal{S}_{i3}^r 满足共面不汇交的几何条件, 彼此线性无关, 最大线性无关数为 3, 约束动平台在 Oxy 平面内的 2 移动自由度和绕 z 轴的转动自由度; \mathcal{S}_{i12}^r 、 \mathcal{S}_{i22}^r 和 \mathcal{S}_{i32}^r 无公共交线, 空间交错, 构

成一非奇异线性丛^[14], 彼此线性无关, 最大线性无关数为 3, 约束动平台余下的 3 自由度。因此在锁住 3 个移动副 P_C 后, 动平台自由度数为零, 说明输入选取正确。

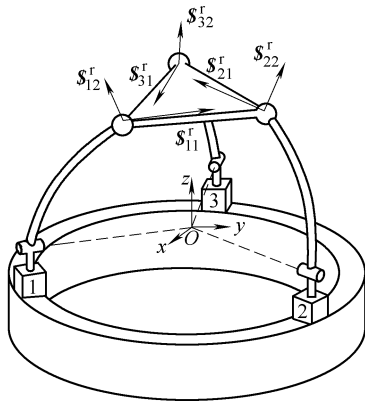


图 4 3- $P_C R_N S$ 球面并联机构输入选取

5 结论

3- $P_C R_N S$ 球面并联机构的动平台具有绕机构中心点的 3 转动自由度, 可选取 3 个带环形导轨的移动副 P_C 为主动副, P_C 的引入使得动平台绕 z 轴的转动自由度和其他转动自由度解耦, 且动平台可绕 z 轴做 360° 连续转动, 有效地增大了该机构的工作空间。当分支运动链中球铰 S 的中心点和转动副 R 的轴线决定的平面垂直于定平台时, 该机构处于奇异位形, 只有一个绕 z 轴的瞬时转动自由度。

参 考 文 献

- [1] HUANG Z. The kinematics and type synthesis of lower-mobility parallel robot manipulators[C]//Proceedings of IFToMM World Congress, Tianjin, 2004. Beijing: China Machinery Press, 2004: 65-76.
- [2] 李秦川, 黄真. 基于位移子群分析的三自由度移动并联机器人型综合[J]. 机械工程学报, 2003, 39(6): 18-21.
- [3] COX D J, TESAR D. The dynamic model of a three-degree-of-freedom parallel robotic shoulder module[C]//Proceedings of International Conference on Advanced Robotics, Ohio, 1989. New York: IEEE, 1989: 475-487.
- [4] GOSSELIN C M. On the kinematic design of spherical 3-DOF parallel manipulators[J]. The International Journal of Robotics Research, 1993, 12(4): 394-402.
- [5] GOSSELIN C M, ST-PIERRE E. Development and experimentation of a fast 3-DOF camera-orienting device[J]. The International Journal of Robotics Research, 1997, 16(5): 619-630.

- [6] 黄田, 曾宪菁. 等顶锥角 3 自由度球面并联机构的全参数解析尺度综合[J]. 机械工程学报, 2000, 36(8): 15-19.
- [7] ASADA H, GRANITO C. Kinematic and static characterization of wrist joints and their optimal design[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, St Louis, 1985. New York: IEEE, 1985: 244-250.
- [8] KAROUIA M, HERVÉ J M. A three-DOF tripod for generating spherical rotation[C]//Proceedings of Advances in Robot Kinematics, Piran, 2000. Berlin: Springer, 2000: 395-402.
- [9] DI GREGORIO R. Kinematics of a new spherical parallel manipulator with three equal legs: the 3-URC wrist[J]. Journal of Robotic Systems, 2001, 18(5): 213-219.
- [10] DI GREGORIO R. The 3-RRS wrist: a new, very simple and not overconstrained spherical parallel manipulator[C]//Proceedings of ASME Design Engineering Technical Conferences, Montreal, 2002. New York: ASME, 2002: 1 193-1 199.
- [11] HUNT K H. Kinematic geometry of mechanisms [M]. Oxford: Clarendon Press, 1978.
- [12] KIM J, PARK F C, LEE J M. New parallel mechanism machine tool capable of five-face machining[J]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 1999, 48(1): 337-340.
- [13] 赵铁石, 黄真. 欠秩空间并联机器人输入选取的理论和应用[J]. 机械工程学报, 2000, 36(10): 81-85.
- [14] 黄真, 孔令富, 方跃法. 并联机器人机构学理论及控制[M]. 北京: 机械工业出版社, 1997.

NOVEL 3- $P_C R_N S$ SPHERICAL 3-DOF PARALLEL MECHANISM

LI Qinchuan¹ WU Chuanyu¹ SHEN Weiping¹

HU Xudong¹ ZHU Zuchao¹ HUANG Zhen²

(1. Zhejiang Provincial Key Laboratory of Modern Textile Equipment and Technology, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018;

2. Robotics Research Center, Yanshan University, Qinhuangdao 066004)

Abstract: A novel 3- $P_C R_N S$ spherical 3-DOF parallel mechanism is proposed. The limb kinematic chain consists of a circular prismatic pair P_C , a revolute pair R_N , where the subscript N denotes the revolute axes in 3 limbs intersect at a common point, and a spherical joint S . Mobility, singularity and input selection of this mechanism is analyzed via screw theory. In the

general non-singular configuration, the 3 $P_C R_N S$ limb kinematic chain exerts 3 constraining forces on the moving platform, which intersect at a common point, the mechanism center. The 3 constraining forces constrains the 3 translational DOFs of the moving platform, thus the mechanism has 3 rotational DOFs. In the singular configuration, the 3 $P_C R_N S$ limb kinematic chain exerts 6 constraining forces on the moving platform, which are linearly dependent. The maximum linear independent number of the 6 constraining forces is 5, thus 5 DOFs of the moving

platform are restricted. The mechanism only has one instantaneous rotation DOF about the z axis. The circular prismatic pair can be actuated, thus the rotational DOF of the moving platform about the z axis is decoupled from the other 2 rotational DOFs.

Key words: Parallel mechanism Screw theory

Degree of freedom

作者简介: 李秦川, 男, 1975 年出生, 博士。主要从事并联机器人理论和技术研究, 发表论文 18 篇。

E-mail: lqchuan@zist.edu.cn



(上接第 43 页)

Abstract: The principle to produce the motional coordinate in time-grating displacement sensor is analyzed. In order to simplify the structure of the time-grating sensor and make its manufacture easily, its fluctuation function is analyzed and the relation and distinction between electric travelling wave and magnetic travelling wave are discussed. Then a new method to produce traveling wave is proposed based on these discussions. The method is employed with its corresponding mechanical structure to form a new type time-grating sensor. Experimental results show that the sensor can generate correct signal and the method is feasible. Thus the traditional electrical machinery

method can be replaced by a new method to produce the motional magnetic field. This new method can simplify the manufacture process greatly.

Key words: Time-grating Fluctuation function

Standing wave Travelling wave

作者简介: 彭东林, 男, 1952 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师, 重庆市首批学术学科带头人。主要研究方向为计算机辅助测试技术与仪器、智能传感器。研究成果获国家教委科技进步二等奖(被国家科委列为国家级科技成果重点推广计划)、重庆市技术发明一等奖、科技进步二等奖各 1 项(均排名第一)。发表论文 80 余篇。

E-mail: pdl@cqit.edu.cn