

用快速傅里叶变换进行球面四杆机构连杆轨迹综合*

孙建伟^{1,2} 褚金奎^{1,2}

- (1. 大连理工大学精密与特种加工教育部重点实验室 大连 116023;
2. 大连理工大学辽宁省微纳米技术及系统重点实验室 大连 116023)

摘要: 根据给出的球面四杆机构连杆轨迹的数学模型,借助傅里叶级数这一数学工具,对连杆轨迹的谐波成分进行理论分析,发现连杆轨迹的谐波成分与其相应转角函数谐波特征参数和机构尺寸参数的内在联系。确定球面四杆机构的基本尺寸型,在此基础上建立包含600余万组机构基本尺寸型的球面四杆机构连杆轨迹的谐波特征参数数值图谱库。利用傅里叶级数理论建立球面四杆机构处于空间任意位置时连杆曲线的数学方程,推导出计算机构的实际安装尺寸、连杆上点的位置和机构安装尺寸参数的理论计算公式。利用建立的谐波特征参数数值图谱和推导的理论公式解决了球面四杆机构的轨迹综合问题,最后给出算例证明本方法的可行性。

关键词: 球面机构 四杆机构 轨迹发生器 谐波成分

中图分类号: HT122

Synthesis of Coupler Curves of Spherical Four-bar Mechanism Through Fast Fourier Transform

SUN Jianwei^{1,2} CHU Jinkui^{1,2}

- (1. Key Laboratory for Precision and Non-traditional Machining Technology of Ministry of Education, Dalian University of Technology, Dalian 116023;
2. Key Laboratory for Micro/Nano Technology and System of Liaoning Province, Dalian University of Technology, Dalian 116023)

Abstract: The geometrical model of spherical four-bar mechanism is proposed, the harmonic component of the coupler curves is analysed by using the Fourier series theory. The relationship between the harmonic component of the coupler curves and the harmonic component of the rotation-angle function and the dimensional type of spherical four-bar mechanism is discovered. Based on the basic dimensional type of spherical four-bar mechanism, a numerical atlas database of harmonic characteristic parameters of the spatial four-bar mechanism comprising more than 6 millions of basic dimensional types is build up. Mathematic equations for spherical four-bar generator on an arbitrarily arranged position are set up by using Fourier theory. The formulas which can compute the position for coupler point, real size and installing dimensions of the spherical four-bar mechanism are deduced. Based on those theoretical formulas and the numerical atlas database of the harmonic characteristic parameters, making the spherical four-bar mechanism path generation is possible. Finally, an example is given to prove the feasibility of the method.

Key words: Spherical mechanism Four-bar mechanism Path generator Harmonic component

0 前言

众多学者对平面机构连杆轨迹综合问题进行了深入的研究,对空间机构轨迹综合问题的研究则

相对较少。近年来随着空间机构的广泛应用,越来越多的学者运用不同的方法从不同的侧面对空间机构进行了研究。球面四杆机构是一种特殊的空间机构,它的特点是4个转动副的轴线交汇于一点,并且4个转动副在同一个球面上。由于球面四杆机构兼具平面连杆机构和空间连杆机构的特性,因此对球面四杆机构轨迹综合问题进行研究,不仅有实

* 国家自然科学基金(50775017)和国家高技术研究发展计划(863计划, 2007AA04Z335)资助项目。20070730收到初稿,20080331收到修改稿

际意义，而且也有理论价值。现在作图法^[1]和代数法^[2-4]是解决球面四杆机构轨迹综合问题的主要方法。但作图法存在精度不高、求解过程复杂等问题；而代数法由于非线性方程的存在，求解过程十分复杂并且只能实现有限点的轨迹综合。文献[5]利用复矢量和频率分析等数学工具，在频域内对平面连杆曲线进行了研究，解决了平面连杆曲线在频域内的数学描述问题，并在文献[6-8]的基础上对平面四杆机构的轨迹综合问题进行了深入的研究。

本文通过分析球面四杆机构连杆轨迹与其谐波成分的内在联系，确定了球面四杆机构的基本尺寸型，在基本尺寸型确定的条件下推导出机构实际安装尺寸、连杆上点的位置和机构安装尺寸参数的理论计算公式。利用所得到的公式解决了球面四杆机构的轨迹综合问题。

1 球面四杆机构数学模型的建立

如图 1 所示，设球面半径为 R ，球心为 O ，设 AD 杆为机架， AB 、 CD 为连架杆， BC 为连杆， P 点为连杆上任意一点， BC 与 BP 的夹角为 θ_p ，杆 AB 、 BC 、 CD 、 DA 、 BP 所对应的圆心角分别为 α 、 γ 、 β 、 ξ 、 θ_0 ，建立固定坐标系 $Oxyz$ ，以机架作为 Oxy 平面，以球心 O 作为固定坐标系的圆点， x 轴与构件 AB 的转动轴线 OA 重合(即左坐标)。由于回转副 B 的轴线 OB 在机架上的轨迹为一圆锥面，因此在圆锥面上建立直纹面活动标架 (O, e_1, e_2, e_3) ，其中 e_1 为 OB 方向， e_2 为 B 点所处轨迹上的切矢量， $e_3 = e_1 \times e_2$ 。 e_1 、 e_2 、 e_3 与直角坐标系 $Oxyz$ 存在以下关系

$$e_1 = i \cos \alpha + \sin \alpha (j \cos \theta_1 + k \sin \theta_1) = i \cos \alpha + j \sin \alpha \cos \theta_1 + k \sin \alpha \sin \theta_1 \quad (1)$$

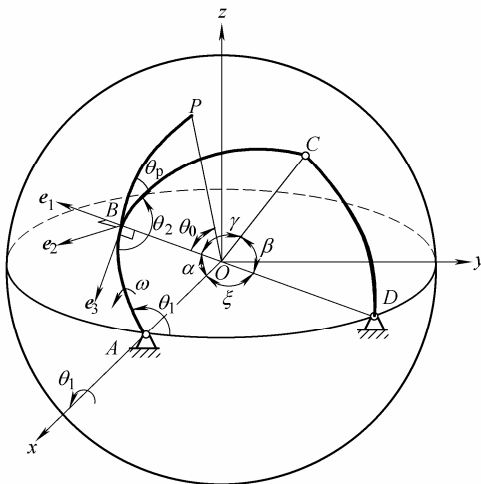


图 1 球面四杆机构几何模型

$$e_2 = j \cos(\theta_1 + \pi / 2) + k \sin(\theta_1 + \pi / 2) = -j \sin \theta_1 + k \cos \theta_1 \quad (2)$$

$$e_3 = i \sin \alpha - \cos \alpha (j \cos \theta_1 + k \sin \theta_1) = i \sin \alpha - j \cos \alpha \cos \theta_1 - k \cos \alpha \sin \theta_1 \quad (3)$$

式中， $\theta_1 = Q + \omega t$ ， Q 为曲柄 AB 的起始角度。

P 点在直纹面活动标架轴 e_1 、 e_2 、 e_3 (图 1)上的投影分别为

$$x_{Pe} = R \cos \theta_0 \quad (4)$$

$$y_{Pe} = -R \sin \theta_0 \sin(\theta_2 + \theta_p) \quad (5)$$

$$z_{Pe} = R \sin \theta_0 \cos(\theta_2 + \theta_p) \quad (6)$$

P 点在 $Oxyz$ 坐标上的轨迹可以表示为

$$r_p = x_{Pe} e_1 + y_{Pe} e_2 + z_{Pe} e_3$$

将式(1)~(6)代入上式可得

$$r_p = i[\cos \theta_0 \cos \alpha + \sin \theta_0 \cos(\theta_2 + \theta_p) \sin \alpha] R + j[\cos \theta_0 \cos \theta_1 \sin \alpha + \sin \theta_0 \sin \theta_1 \sin(\theta_2 + \theta_p) - \sin \theta_0 \cos(\theta_2 + \theta_p) \cos \alpha \cos \theta_1] R + k[\cos \theta_0 \sin \theta_1 \sin \alpha - \sin \theta_0 \cos \theta_1 \sin(\theta_2 + \theta_p) - \sin \theta_0 \cos(\theta_2 + \theta_p) \cos \alpha \sin \theta_1] R$$

在 Oyz 平面上，设 y 轴为实轴， z 轴为虚轴，则上式可整理为

$$r_p = i[\cos \theta_0 \cos \alpha + \sin \theta_0 \cos(\theta_2 + \theta_p) \sin \alpha] R + R[\cos \theta_0 \sin \alpha - \sin \theta_0 (\cos(\theta_2 + \theta_p) \cos \alpha + k \sin(\theta_2 + \theta_p))] \exp(k \theta_1)$$

式中 $k = \sqrt{-1}$ ， y 轴上的分量直接用实数表示，省略了上式中的 j 。

当曲柄 AB 的起始角度为 0 时($Q = 0$)，机构处于标准安装，对于 x 轴的分量 r_{Px} 可以表示为

$$r_{Px}(t) = R \cos \theta_0 \cos \alpha + R \sin \theta_0 \cos(\theta_2(t) + \theta_p) \sin \alpha \quad (7)$$

同样，对于 Oyz 平面的分量 r_{Pyz} 可以表示为

$$r_{Pyz}(t) = R[\cos \theta_0 \sin \alpha - \sin \theta_0 (\cos(\theta_2(t) + \theta_p) \cos \alpha + k \sin(\theta_2(t) + \theta_p))] \exp(k \theta_1) \quad (8)$$

当机构处于一般位置时(图 2)，球面机构的球心 O' 与所选坐标原点 O 的位置关系为 $R = iO_x + jO_y + kO_z$ ，轨迹生成时原动件的起始角(即曲柄与机架之间的夹角)为 Q ，整个机架绕 x' 轴旋转角 θ_x ，那么由式(7)可知一般位置时连杆轨迹在 x 轴分量 r_{Px} 的表达式为

$$r_{Px}(t+t') = O_x + R \cos \theta_0 \cos \alpha + R \sin \theta_0 \cos(\theta_2(t+t') + \theta_p) \sin \alpha \quad (9)$$

式中 $t' = Q / \omega$

由式(8)可知，对于图 2 中 Oyz 平面的分量 r_{Pyz} 可以表示为

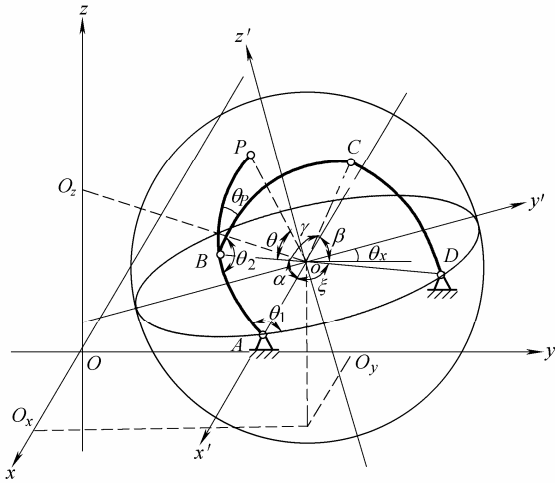


图 2 一般装配位置的球面四杆机构

$$\mathbf{r}_{P_{yz}}(t+t') = R' \exp(k\mu) + \exp(k\theta_x) R [\cos\theta_0 \sin\alpha - \sin\theta_0 (\cos(\theta_2(t+t') + \theta_p) \cos\alpha + \text{ksin}(\theta_2(t+t') + \theta_p))] \exp(k\theta_1) \quad (10)$$

$$\text{式中 } R' = \sqrt{O_y^2 + O_z^2}$$

$$\mu = \arctan(O_z / O_y)$$

式(9)、(10)为球面机构处于任意位置时连杆曲线的数学表达式。

2 球面四杆机构连杆曲线的谐波分析

由于式(7)中 $\theta_2(t) + \theta_p$ 是一个以 2π 为周期的周期函数, 所以 \mathbf{r}_{Px} 也为一个以 2π 为周期的周期函数。设 $\cos(\theta_2(t) + \theta_p)$ 的一维傅里叶级数展开式为

$$\cos(\theta_2(t) + \theta_p) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(k\varphi_n) \exp(kn\omega t) \quad (11)$$

当曲柄 AB 的起始角度为 Q , 其他条件不变时 $\cos(\theta_2(t+t') + \theta_p)$ 的一维傅里叶级数展开式为

$$\cos(\theta_2(t+t') + \theta_p) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(k(\varphi_n + nQ)) \exp(kn\omega t) \quad (12)$$

将式(12)代入式(9)可得

$$\mathbf{r}_{Px}(t+t') = O_x + R \cos\theta_0 \cos\alpha + R \sin\theta_0 \sin\alpha \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(k\varphi_n) \exp(kn\omega t)$$

合并 0 次项

$$\mathbf{r}_{Px}(t+t') = (O_x + R \cos\theta_0 \cos\alpha + R c_0 \sin\theta_0 \sin\alpha \exp(k\varphi_0)) + R \sin\theta_0 \sin\alpha \sum_{n \neq 0} c_n \exp(k(\varphi_n + nQ)) \exp(kn\omega t) \quad (13)$$

对式(11)进行归一化处理, 即将所有项同除以任意一项的系数(本文取 -1 项)可得

$$\frac{1}{c_{-1}} \cos(\theta_2(t) + \theta_p) \exp(-k\varphi_{-1}) =$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{c_n}{c_{-1}} \exp(k(\varphi_n - \varphi_{-1})) \exp(kn\omega t) \quad (14)$$

对式(13)进行归一化处理可得

$$\frac{\mathbf{r}_{Px}(t+t')}{R c_{-1} \sin\theta_0 \sin\alpha} \exp(k(Q - \varphi_{-1})) = \frac{1}{R c_{-1} \sin\theta_0 \sin\alpha} (O_x + R \cos\theta_0 \cos\alpha + R c_0 \sin\theta_0 \sin\alpha \exp(k\varphi_0)) \exp(-k(\varphi_{-1} - Q)) + \sum_{n \neq 0} \frac{c_n}{c_{-1}} \exp(k(\varphi_n - \varphi_{-1} + (n+1)Q)) \exp(kn\omega t) \quad (15)$$

比较式(14)、(15)可知除 0 次项外其他项幅值对应相等, 相位差 $(n+1)Q$ 。

由于式(8)中 $\theta_2(t) + \theta_p$ 是一个以 2π 为周期的周期函数, 所以 $\mathbf{r}_{P_{yz}}$ 也为一个以 2π 为周期的周期函数。

设 $\cos(\theta_2(t) + \theta_p) \cos\alpha + \text{ksin}(\theta_2(t) + \theta_p)$ 的二维傅里叶级数展开式为

$$\cos(\theta_2(t) + \theta_p) \cos\alpha + \text{ksin}(\theta_2(t) + \theta_p) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c'_n \exp(k\varphi'_n) \exp(kn\omega t) \quad (16)$$

当曲柄 AB 的起始角度为 Q , 其他条件不变时, $\cos(\theta_2(t+t') + \theta_p) \cos\alpha + \text{ksin}(\theta_2(t+t') + \theta_p)$ 的二维傅里叶级数展开式为

$$\cos(\theta_2(t+t') + \theta_p) \cos\alpha + \text{ksin}(\theta_2(t+t') + \theta_p) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c'_n \exp(k(\varphi'_n + nQ)) \exp(kn\omega t) \quad (17)$$

将式(17)代入式(10)可得

$$\mathbf{r}_{P_{yz}}(t+t') = R' \exp(k\mu) + \exp(k\theta_x) R \left[\cos\theta_0 \sin\alpha - \sin\theta_0 \left(\sum_{m=-\infty}^{\infty} c'_m \exp(k(\varphi'_m + mQ)) \exp(km\omega t) \right) \right] \exp(k\theta_1)$$

合并+1 次项

$$\mathbf{r}_{P_{yz}}(t+t') = R' \exp(k\mu) + R [\cos\theta_0 \sin\alpha - c'_0 \sin\theta_0 \exp(k\varphi'_0)] \exp(k(\theta_x + Q)) \exp(k\omega t) - R \sin\theta_0 \sum_{m \neq 0} c'_m \exp(k(\varphi'_m + (m+1)Q + \theta_x)) \times \exp(k(m+1)\omega t)$$

合并 0 次项, 并设 $n=m+1$, 则

$$\mathbf{r}_{P_{yz}}(t+t') = R' \exp(k\mu) - R c'_{-1} \sin\theta_0 \exp(k(\varphi'_{-1} + \theta_x)) + R [\cos\theta_0 \sin\alpha - c'_0 \sin\theta_0 \exp(k\varphi'_0)] \times \exp(k(\theta_x + Q)) \exp(k\omega t) - R \sin\theta_0 \sum_{n \neq 0,1} c'_{n-1} \exp(k(\varphi'_{n-1} + nQ + \theta_x)) \exp(kn\omega t) \quad (18)$$

对式(16)进行归一化处理,即将所有项同除以任意一项的系数(本文取-2项)可得

$$\frac{1}{c'_{-2}} \exp(-k\varphi'_{-2})(\cos(\theta_2(t) + \theta_p) \cos \alpha + \operatorname{ksin}(\theta_2(t) + \theta_p)) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{c'_n}{c'_{-2}} \exp(k(\varphi'_n - \varphi'_{-2})) \exp(kn\omega t) \quad (19)$$

对式(18)进行归一化处理(为了与式(19)相对应,所以取-1项)可得

$$\frac{r_{pyz}(t+t')}{Rc'_{-2} \sin \theta_0} \exp(k(2Q - \varphi'_{-2})) = \frac{-1}{Rc'_{-2} \sin \theta_0} [R' \exp(k\mu) - Rc'_{-1} \sin \theta_0 \exp(k(\varphi'_{-1} + \theta_x))] \times \exp(-k(\varphi'_{-2} - Q + \theta_x)) - \frac{1}{c'_{-2} \sin \theta_0} [\cos \theta_0 \sin \alpha - c'_0 \sin \theta_0 \exp(k\varphi'_0)] \times \exp(k(2Q - \varphi'_{-2})) \exp(k\omega t) + \sum_{n \neq 0,1} \frac{c'_{n-1}}{c'_{-2}} \exp(k(\varphi'_{n-1} - \varphi'_{-2} + (n+1)Q)) \exp(kn\omega t) \quad (20)$$

比较式(19)、(20)可知除0次项和+1次项外,其他项幅值产生对应项相等(即式(20)的第 n 项幅值与式(19)的第 $n-1$ 项幅值相等),相位差 $(n+1)Q + \varphi'_{n-1} - \varphi'_n$ 。

通过以上的分析可知任何连杆曲线的轨迹函数均为周期函数,将连杆上任意点的轨迹函数进行二维快速傅里叶变换(Fast Fourier transform, FFT)、一维FFT和归一化处理后得到的幅值与函数 $\cos(\theta_2(t) + \theta_p) \cos \alpha + \operatorname{ksin}(\theta_2(t) + \theta_p)$ 和函数 $\cos(\theta_2(t) + \theta_p)$ 经相应变换得到的幅值相等(除个别项外)。而函数 $\cos(\theta_2(t) + \theta_p)$ 和函数 $\cos(\theta_2(t) + \theta_p) \cos \alpha + \operatorname{ksin}(\theta_2(t) + \theta_p)$ 是由球面四杆机构中 α 、 γ 、 β 、 ξ 和 θ_p 决定的,因此可以通过这5个参数以及它们所对应谐波成分建立球面四杆机构连杆曲线的数值图谱(本文将 α 、 γ 、 β 、 ξ 和 θ_p 定义为球面四杆机构的基本尺寸型)。令每一基本尺寸型角度的变化步长为 1° ,满足球面四杆机构曲柄存在的几何条件,根据式(14)、(19)计算相应基本尺寸型的谐波特征参数,将所得特征参数与基本尺寸型存在一起,就得到了包含600余万组基本尺寸型的球面四杆机构连杆轨迹数值图谱。

将给定的轨迹通过一维FFT和二维FFT,得到的谐波特征参数与已建立的数值图谱中对应的谐波特征参数进行模糊识别(本文采用加权Hamming距离作为近似程度的度量^[9])。通过此方法可以在已建立的数值图谱中识别出若干组机构基本尺寸型,为计算机构的实际安装尺寸、连杆上点的位置和机构安装尺寸参数奠定了基础。

3 机构实际尺寸、连杆上点的位置和机构安装参数的确定

将 r_p 的实际轨迹分别进行一维FFT(x 轴)及二维FFT(Oyz 平面)得到谐波成分分别记为

$$r_{Px} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n \exp(k\zeta_n)$$

$$r_{Pyz} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D'_n \exp(k\zeta'_n)$$

3.1 曲柄对应圆心角 α 的确定

由式(13)、(18)的幅值大小可知(0次和+1次除外)

$$R \sin \theta_0 = \frac{D'_n}{c'_{n-1}} \quad n \neq 0,1 \quad (21)$$

$$R \sin \theta_0 \sin \alpha = \frac{D_n}{c_n} \quad n \neq 0,1 \quad (22)$$

由式(21)、(22)可解得

$$\alpha = \arcsin \left(\frac{D_n c'_{n-1}}{D'_n c_n} \right) \quad n \neq 0,1 \quad (23)$$

由于基本尺寸型在前面已经确定,所以机构的实际尺寸可利用 α 与基本尺寸型对应成比例的关系求出。

3.2 曲柄起始角 Q 的确定

由式(13)中+1项的相角可知

$$\zeta_1 = \varphi_1 + Q$$

整理可得

$$Q = \zeta_1 - \varphi_1 \quad (24)$$

3.3 绕 x 轴转动角 θ_x 的确定

由式(18)中-1项的相角可知

$$\zeta'_{-1} = \varphi'_{-2} - Q + \theta_x$$

$$\theta_x = \zeta'_{-1} - \varphi'_{-2} + Q \quad (25)$$

3.4 球面机构球面半径 R 的确定

由式(18)可知

$$D'_1 \exp(k\zeta'_1) = R [\cos \theta_0 \sin \alpha - \sin \theta_0 c'_0 \exp(k\varphi'_0)] \exp(k(\theta_x + Q))$$

可解得

$$R = \sqrt{(A^2 + (D_n/c_n)^2) / \sin^2 \alpha}$$

$$A = [D'_1 \cos \zeta'_1 - D'_n c'_0 \cos(\varphi'_0 + \theta_x + Q) / c'_{n-1}] / \cos(\theta_x + Q) \quad (26)$$

3.5 θ_0 的确定

当确定了机构的基本尺寸型后,由式(21)可知

$$\theta_0 = \arcsin \left(\frac{D'_n}{Rc'_{n-1}} \right) \quad n \neq 0,1 \quad (27)$$

3.6 在 x 轴的平移量 O_x 的确定

由式(13)的 0 次项可以得到下式

$$D_0 \cos \zeta_0 = O_x + \cos \theta_0 \sin \alpha + c_0 \sin \theta_0 \sin \alpha \cos \varphi_0$$

由此可知

$$O_x = D_0 \cos \zeta_0 - \cos \theta_0 \sin \alpha - c_0 \sin \theta_0 \sin \alpha \cos \varphi_0 \quad (28)$$

3.7 y 轴的平移量 O_y 和 z 轴的平移量 O_z 的确定

由式(18)的 0 次项可以得到下式

$$D'_0 \exp(k \zeta'_0) = R' \exp(k \mu) - c'_{-1} \sin \theta_0 \exp(k(\varphi'_{-1} + \theta_x))$$

由此可求出 O_y 和 O_z 两个参数

$$O_y = D'_0 \cos \zeta'_0 + c'_{-1} \sin \theta_0 \cos(\varphi'_{-1} + \theta_x) \quad (29)$$

$$O_z = D'_0 \sin \zeta'_0 + c'_{-1} \sin \theta_0 \sin(\varphi'_{-1} + \theta_x) \quad (30)$$

通过式(23)~(30)就确定了球面四杆机构实际

尺寸、连杆上的点的位置和机构安装参数。

4 球面四杆机构轨迹综合算例

给定连杆轨迹如图 3a 所示, 其中“+”标注为与曲柄对应的采样点(取 64 个点)。图 3b~3d 分别表示空间轨迹在 Oxy 平面、 Oxz 平面和 Oyz 平面的投影。将采样点经二维 FFT 和一维 FFT, 以及归一化处理后得到的谐波特征参数与数值图谱库中的谐波特征参数进行模糊识别, 找出了 10 组基本尺寸型(表 1), 并算出了相应尺寸型的实际安装参数列于表 2。图 4 为通过本方法得到机构产生的连杆轨迹与给定轨迹的比较。

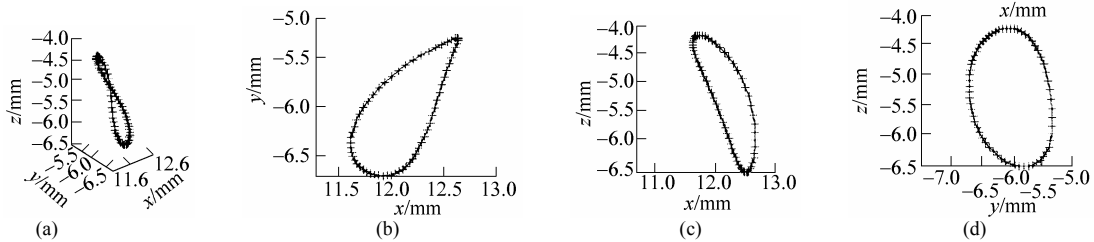


图 3 给定轨迹

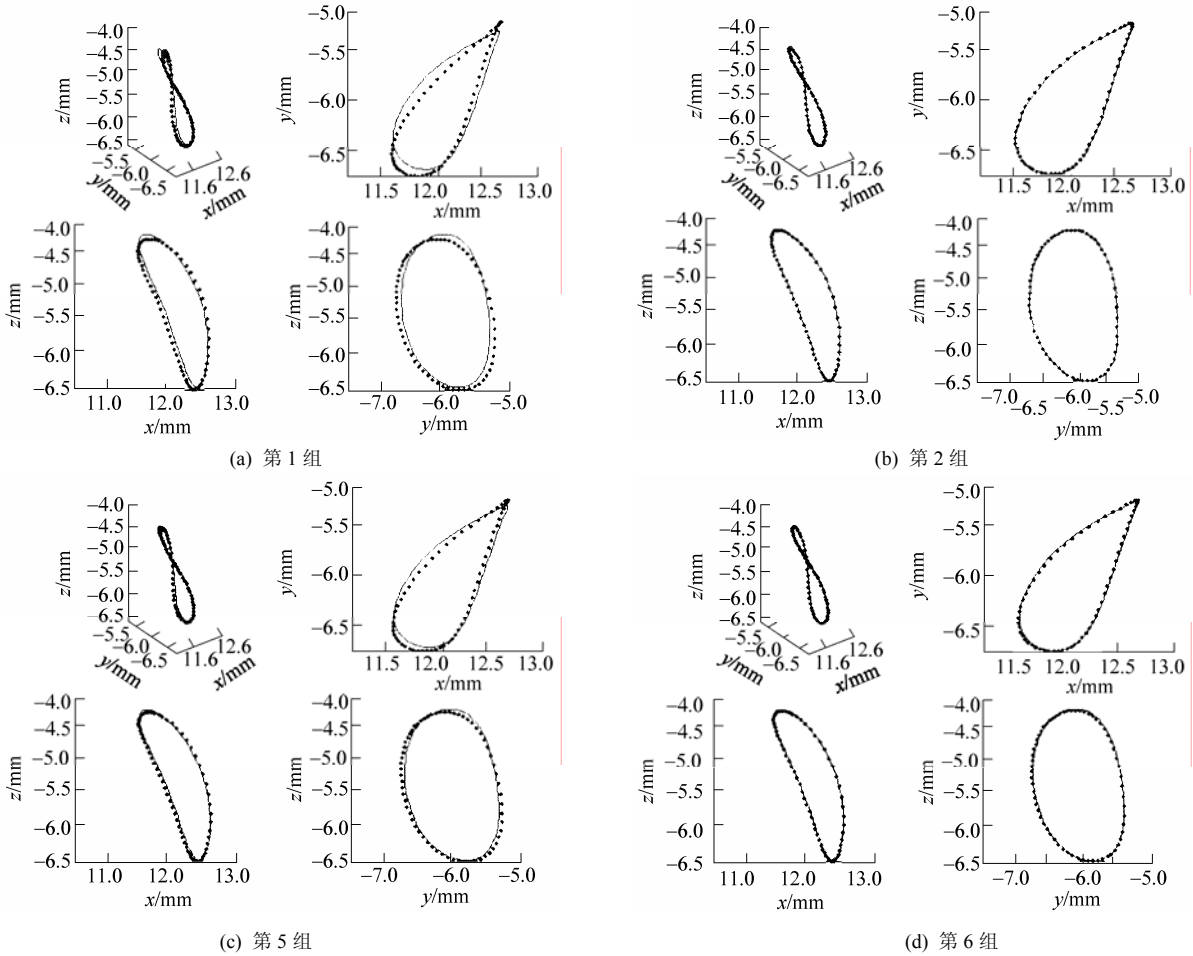


图 4 机构产生的连杆轨迹与给定轨迹的比较

•表示求得的机构生成的轨迹; -表示给定的轨迹, 组号与表 1 对应

表1 综合所得基本尺寸型

组号	$\alpha/(\circ)$	$\gamma/(\circ)$	$\beta/(\circ)$	$\xi/(\circ)$	$\theta_p/(\circ)$
1	23.0	44.0	56.0	57.0	69.0
2	23.0	47.0	53.0	57.0	66.0
3	24.0	47.0	51.0	58.0	63.0
4	25.0	48.0	49.0	58.0	60.0
5	23.0	45.0	55.0	57.0	68.0
6	23.0	46.0	54.0	57.0	66.0
7	23.0	46.0	55.0	56.0	15.0
8	22.0	45.0	56.0	57.0	71.0
9	24.0	47.0	52.0	57.0	62.0
10	24.0	46.0	53.0	57.0	63.0

5 结论

(1) 根据傅里叶级数理论, 提出了解决球面四杆机构连杆轨迹综合问题的方法。

(2) 本方法可以快速准确地从建立的数值图谱库中找出满足给定设计要求的机构基本尺寸型并计算出相应的实际尺寸, 从而解决了整条闭合连杆曲线的轨迹综合问题, 为机构设计提供了一种行之有效的办法。

(3) 该方法在理论上对其他空间机构同样适用。

表2 机构实际尺寸、连杆上点的位置和安装位置等参数

组号	$\alpha/(\circ)$	$\gamma/(\circ)$	$\beta/(\circ)$	$\xi/(\circ)$	$\theta_p/(\circ)$	$\theta_0/(\circ)$	$\theta_s/(\circ)$	$Q/(\circ)$	O_x/mm	O_y/mm	O_z/mm	R/mm
1	26.5	50.6	64.4	65.6	69.0	30.0	10.3	36.6	10.3	-5.1	-5.9	2.4
2	23.0	47.0	53.0	57.0	66.0	30.0	15.5	28.0	10.0	-5.0	-6.0	2.7
3	23.5	46.1	50.0	56.9	63.0	30.6	14.1	20.5	10.1	-5.1	-6.1	2.6
4	23.4	44.9	45.8	54.2	60.0	30.5	15.4	13.7	10.1	-5.2	-6.2	2.6
5	25.2	49.3	60.3	62.5	68.0	30.0	12.0	33.7	10.2	-5.1	-5.9	2.5
6	24.0	48.0	56.4	59.5	66.0	30.2	13.7	29.8	10.1	-5.0	-6.0	2.6
7	22.8	45.6	54.6	55.6	15.0	25.8	16.6	-16.6	9.6	-5.8	-6.5	3.0
8	24.2	49.6	61.7	62.8	71.0	28.5	12.4	38.9	10.0	-5.0	-5.8	2.7
9	23.8	46.6	51.5	56.5	62.0	30.7	15.1	21.9	10.1	-5.1	-6.1	2.6
10	24.9	47.7	55.0	59.2	63.0	30.8	13.3	24.6	10.2	-5.1	-6.0	2.5

参 考 文 献

- [1] TONG S H, CHIANG C H. Syntheses of planar and spherical four-bar path generators by the pole method[J]. Mechanism and Machine Theory, 1992, 27(2): 143-155.
- [2] CEMIL B. Geometric methods for the synthesis of spherical mechanisms for the generation of functions, paths and rigid-body positions using conformal projections [J]. Mechanism and Machine Theory, 1984, 19(2): 113-127.
- [3] CHIANG C H. Syntheses of spherical four-bar path generators[J]. Mechanism and Machine Theory, 1986, 21: 135-143.
- [4] SHIRAZI, KOUROSH H. Symmetrical coupler curve and singular point classification in planar and spherical swinging-block linkages[J]. Journal of Mechanical Design Transactions of the ASME, 2006, 128(2): 436-443.
- [5] 褚金奎, 张荣华, 曹惟庆. 平面连杆机构轨迹曲线的频率分析[J]. 机械科学与技术, 1992, 41(1): 1-5. CHU Jinkui, ZHANG Ronghua, CAO Weiqing. Frequency analysis of the planar linkage's coupler curves[J]. Mechanical Science and Technology, 1992, 41(1): 1-5.
- [6] 褚金奎, 曹惟庆. 用快速傅里叶变换进行再现平面四杆机构连杆曲线的综合[J]. 机械工程学报, 1993, 29(5): 117-122. CHU Jinkui, CAO Weiqing. Synthesis of coupler curves of planar four-bar linkages through fast Fourier transform [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1993, 29(5): 117-122.
- [7] 褚金奎, 王立鼎, 吴琛. 四杆机构轨迹特性与机构尺寸型关系研究[J]. 中国科学, E 辑, 2004, 34(7): 753-762. CHU Jinkui, WANG Liding, WU Chen. Relationship between properties of coupler curve and link's dimensions in 4-bar mechanisms[J]. Science in China, Ser. E, 2004, 34(7): 753-762.
- [8] 吴鑫, 褚金奎, 吴琛, 等. 带有预定时标平面四杆机构连杆轨迹的尺度综合[J]. 机械科学与技术, 1998, 17(6): 885-888. WU Xin, CHU Jinkui, WU Chen, et al. Dimensional synthesis for planar 4-bar path generator with prescribed timing[J]. Mechanical Science and Technology, 1998, 17(6): 885-888.
- [9] HUO J P, CAO W Q. Fuzzy mathematics method for locus synthesis of planer four-bar linkage[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1990, 3(1): 23-28.
- [10] 黄真. 空间机构学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1991. HUANG Zhen. Spatial mechanism[M]. Beijing: China Machine Press, 1991.

作者简介: 孙建伟, 男, 1979 年出生, 博士研究生。主要研究方向为空间连杆机构学。

E-mail: chujk@dlt. edu. cn