

数控机床热误差补偿模型在线修正方法研究*

杨建国 任永强 朱卫斌 黄明礼 潘志宏
(上海交通大学机械工程学院 上海 200030)

摘要: 提出了一种数控机床热误差补偿模型在线修正或在线建模的方法。所得模型结果不是一个固定的公式, 而是由几个简单公式组成的一个确定算法。它在根据模型得出误差预测值的同时, 可不断根据输入的新数据修正补偿模型本身, 且在修正运算中由于不重复使用已用的数据而使运算时间极短, 可用于在线建模。研究结果表明使用本方法可大大提高热误差补偿模型的鲁棒性、通用性和精度。

关键词: 数控机床 热误差 在线建模 递推算法

中图分类号: TH161

0 前言

由于机床热误差在很大程度上取决于诸如加工条件、加工周期、冷却液的使用以及周围环境等等多种因素, 而且机床热误差呈现非线性及交互作用, 所以仅用理论分析来精确建立热误差数学模型是相当困难的^[1]。最为常用的热误差建模方法为试验建模法, 即根据统计理论对热误差数据和机床温度值作相关分析, 并用最小二乘原理进行拟合建模^[2, 3]。近年来, 神经网络理论、模糊理论等也已运用到热误差建模中^[4]。由于这些建模方式是离线和预先建模, 而且建模数据采集于某段时间, 故用这些方法建立起来的热误差数学模型的鲁棒性显然不够, 一般随着季节的变化难以长期正确地预报热误差。提出一种热误差补偿或热误差建模的在线修正的递推算法。递推算法所得到的模型结果不是一个固定的公式, 而是由几个简单的公式组成的一个确定的算法。它在根据模型得出误差预测值的同时, 不断根据输入的新数据修正补偿模型本身, 或是不断用“新鲜”数据替换已经有些过时的老数据, 或是跟踪参数自身所发生的变化。这就好像使模型本身具有了一种“推理”能力, 自然而然地跟踪环境温度、工况等因素的变化, 以提高补偿模型的鲁棒性。同时, 不同的机床会有不同的跟踪结果, 从而提高了模型的通用性和精度。

1 递推最小二乘建模法基本原理

为便于生产厂家实际使用和管理, 机床热误

差数学模型的估计式可采用线性模型, 其一般形式为

$$\Delta = C_0 + C_1\theta_1 + \dots + C_n\theta_n = C_0 + \sum_{j=1}^n C_j\theta_j \quad (1)$$

式中 Δ ——机床热误差

θ_j ——机床上 j 测点的温度

C_0 ——常数

C_j ——测点 j 的温度系数

n ——布置在机床上的测点数

根据上述概念, 机床热误差的建模问题也可看作一个基于最小二乘原理的多重线性回归模型的参数估计问题。

设测量值与参数之间的关系可以表示成线性回归的形式

$$y_i = a_1x_{i1} + \dots + a_jx_{ji} + \dots + a_nx_{ni} + e_i \quad i=1, 2, \dots, N$$

(2)

式中 x_{ji} ——测量值, 已知, 且线性无关

y_i ——测量值, 已知

e_i ——零均值误差

N ——总测量组数

要求: 用可获得的测量值来估计未知参数 a_j 。根据最小二乘的原理, 对以下指标取最小值可获得未知参数

$$J = \sum_{i=1}^N e_i^2 = \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^n x_{ji}a_j - y_i \right)^2 \quad (3)$$

将式(2)写成矢量形式可得

$$y_i = \mathbf{x}_i^T \mathbf{a} + e_i = \mathbf{a}^T \mathbf{x}_i + e_i \quad (4)$$

式中 $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)^T$

$\mathbf{x}_j^T = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{nj})$

因此式(3)可表达为如下形式

* 高等学校全国优秀博士学位论文作者专项资金(200131)和国家自然科学基金(50075054)资助项目。20020227 收到初稿, 20021102 收到修改稿

$$J = \sum_{i=1}^N (x_i^T a - y_i)^2 \quad (5)$$

由 $\frac{\partial J}{\partial a} = 0$ 可得到 N 个线性联立代数方程, 也称“正规方程”。显然采用矢量及矩阵公式可获得一个多参数的最小二乘估计的结果

$$\left(\sum_{i=1}^N x_i x_i^T \right) a - \sum_{i=1}^N x_i y_i = 0 \quad (6)$$

通过这一公式对一组数据进行整理, 便可一次得出一组参数估计值, 这就是所谓的“批处理”解法。下面推导可从上一组或上一批数据得到的现有模型系数结合新的数据建立新的模型的“递推”算法。

当使用标量时, 可获得与矢量及矩阵分析相似的关系, 若 K 为测量组数, 则估计值

$$a_k = P_k b_k \quad (7)$$

其中
$$P_k = \left(\sum_{i=1}^k x_i x_i^T \right)^{-1} \quad (8)$$

$$b_k = \sum_{i=1}^k x_i y_i \quad (9)$$

式(8)和式(9)可进一步表示成

$$P_k^{-1} = P_{k-1}^{-1} + x_k x_k^T \quad (10)$$

$$b_k = b_{k-1} + x_k y_k \quad (11)$$

对矢量与矩阵进行整理, 将式(10)左右两边的各项左乘 P_k , 右乘 P_{k-1} , 则可得

$$P_k = P_{k-1} - P_k x_k x_k^T P_{k-1} \quad (12)$$

若从上式右端的第二部分中直接消去 P_k , 则可得出一个由 P_{k-1} 求出 P_k 的公式, 即可以获得一个递推算法, 它在计算上十分有利, 因为在这个算法中, 可以避免对矩阵求逆。

在式(12)中, 各项右乘 x_k , 并将 $P_k x_k$ 项集中起来, 然后用 $(1 + x_k^T P_{k-1} x_k)^{-1} x_k^T P_{k-1}$ 右乘, 并消去 $P_k x_k x_k^T P_{k-1}$, 则可得下列方程(矩阵求逆)

$$P_k = P_{k-1} - P_{k-1} x_k (1 + x_k^T P_{k-1} x_k)^{-1} x_k^T P_{k-1} \quad (13)$$

因为 $1 + x_k^T P_{k-1} x_k$ 是标量, 这个递推公式比需要进行矩阵求逆的式(10)方便优越。设

$$K_k = P_{k-1} x_k (1 + x_k^T P_{k-1} x_k)^{-1} \quad (14)$$

则根据式(12)和(13), 有

$$K_k = P_k x_k \quad (15)$$

$$\text{又 } a_k = P_k b_k = P_k (b_{k-1} + x_k y_k) = P_k b_{k-1} + P_k x_k y_k \quad (16)$$

将式(13)和(15)代入式(16), 可得

$$a_k = a_{k-1} - K_k (x_k^T a_{k-1} - y_k) \quad (17)$$

式(13)、(14)或式(15)、(16)就组成了对一般回归类型问题的递推最小二乘估计。特别是, 如果误差 e_i 是零均值, 各项严格不相关, 有常值方差 σ^2 , 且与 x_{ij} 无关, 那么上述问题就称为普通的线性回归模型。此时, 估计是无偏的, 其协方差为

$$\rho = \sigma^2 \left[\sum_{i=1}^N x_i x_i^T \right] \quad (18)$$

所以, k 组采样时, $P_k = \rho / \sigma^2$, 可以利用下式来估计 σ^2

$$\sigma^2 \approx \frac{1}{k-n} \sum_{i=1}^k e_i^2 \quad (19)$$

如果在对所采集的一批数据进行建模时, 在得到模型的同时, 记录下数据矩阵 $P_k(0)$ 以及 $b_k(0)$

$$P_k(0) = \left[\sum_{i=1}^k x_i x_i^T \right]^{-1} \quad (20)$$

$$b_k(0) = \sum_{i=1}^k x_i y_i \quad (21)$$

这样, 当又新采集了一批(组数为 K')数据, 并且要将两次采集的数据结合起来建模时, 只需同理算出新数据的矩阵 $P_{k'}(0)$ 以及 $b_{k'}(0)$, 然后通过递推运算可得

$$[P_{k+k'}(2)]^{-1} = [P_{k'}(1)]^{-1} + [P_k(0)]^{-1} \quad (22)$$

$$b_{k+k'}(2) = b_{k'}(1) + b_k(0) \quad (23)$$

另据式(7)可得

$$a_{k+k'}(2) = P_{k+k'}(1) + b_{k+k'}(2) \quad (24)$$

即可得到所要求的新模型系数, 且得到的结果与从所有数据合并后建模得到的解没有区别。由此可连续用新的数据对模型不断地通过递推修正。这就避免了将所有的数据放在一起重新计算, 减少了计算量, 节省了修正或建模时间, 使补偿模型在线修正或在线建模乃至实时修正更易实现。把这个方法称“递推最小二乘建模法”。

2 递推最小二乘建模法应用研究

对如图 1 所示的一台车削中心进行误差补偿研究^[5], 通过对该车削中心的热误差源、热误差模式分析及温度测点优化布置研究后, 得出在该车削中心上应放置温度传感器的四个关键温度测点, 这四个关键点的温度分别是冷却液温度 θ_c 、 x 轴螺母温

度 θ_n 、主轴温度 θ_s 和床身温度 θ_b 。为便于实际生产应用，此车削中心热误差数学模型的估计式采用线性模型，其表达式为

$$\Delta r = C_0 + C_c \theta_c + C_n \theta_n + C_s \theta_s + C_b \theta_b \quad (25)$$

式中 Δr ——车削中心的径向热误差

C_0 ——常数

C_c, C_n, C_s, C_b ——相应的温度系数

本例仅考虑径向尺寸误差，因为在这台车削中心上被加工工件的径向尺寸公差带比较窄，径向加工精度达不到要求。可用相同的方法获得此车削中心的轴向热误差数学模型。

- No.1 θ_c : 冷却液温度
- No.2 θ_n : x 轴螺母温度
- No.3 θ_s : 主轴温度
- No.4 θ_b : 床身温度

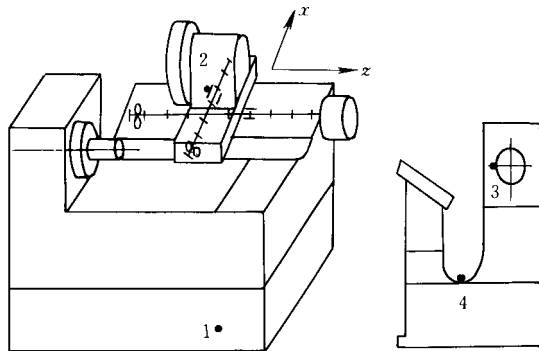


图1 车削中心及其关键温度测点布置

下面对工厂现场的这台车削中心进行递推最小二乘建模法论证分析，以进一步阐明这种方法在实际建模过程中的作用及意义。只要这种递推最小二乘建模法成立，模型的补偿精度的提高是显而易见的，因为模型根据最新的数据信息一直在进行修正。图2为车削中心上用于建模的四个关键点温度变化，从图可得车削中心的温度随着一个个工件的加工进行或随着时间而变化，车削中心停机其温度就下降。图3为车削中心的热误差变化和用最小二乘拟合法进行的建模分析图，从图中看出估计模型的残差大约为 $12 \mu\text{m}$ ，而车削中心的原始径向热误差(测量值)大于 $35 \mu\text{m}$ 。图4为使用递推最小二乘建模法得出的工件误差变化曲线图之一，在原模型的基础上根据实测所得的热误差数据(被加工工件外径尺寸误差)和加工此工件时的四个关键点温度，使用递推最小二乘建模法对误差补偿模型进行实时修正。由图4(50组数据)可得递推最小二乘建模法可将热误差控制在 $8.26 \mu\text{m}$ 以内，精度比使用最小二乘建模法所能控制的 $12.55 \mu\text{m}$ 提高了 $4 \mu\text{m}$ 多。

建模方法比较情况列于下表，由此可见采用递

推最小二乘建模法所得出的误差最大绝对值偏差(误差变化的最大范围)和偏差绝对值的平均值等指标均优于采用最小二乘建模法所得出的结果。

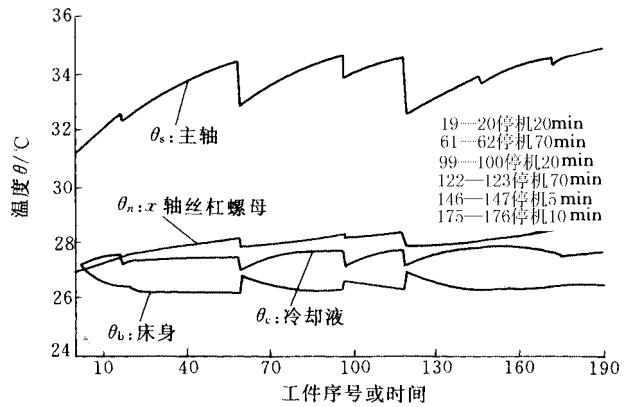


图2 机床关键点温度变化

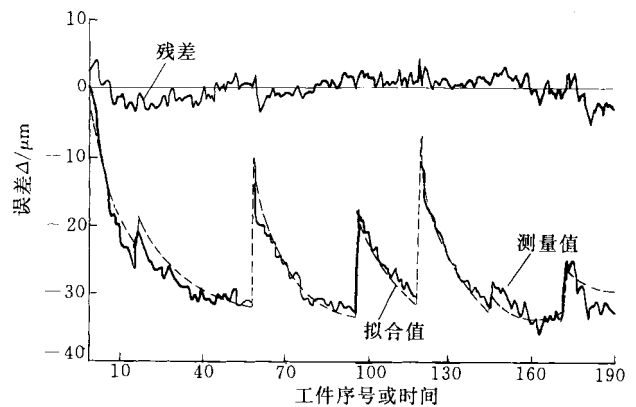


图3 机床热误差变化和最小二乘建模拟合分析

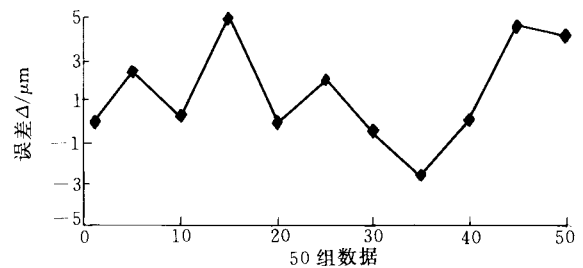


图4 工件误差变化曲线

表 建模方法的比较 μm

建模方法	检验指标	
	最大绝对值偏差	偏差绝对值的平均值
最小二乘建模法	12.55	8.15
递推最小二乘建模法	8.26	5.53

3 结论

采用提出的递推最小二乘建模法进行机床热误差建模所得到模型的精度大大高于最小二乘建模法

所得到的模型的精度。这说明可用于补偿模型在线修正或在线建模乃至实时建模的递推最小二乘建模法是成立和正确的。其既不重复使用老数据又使模型具有了融合最新数据而不断修正自身的能力,故大大提高了热误差模型的精度和机床补偿精度和鲁棒性,并可使被实施补偿技术的数控机床在一年四季各种环境温度下都能保持这一优异的补偿精度。

参 考 文 献

- 1 Robert B Aronson. War against thermal expansion. *Manufacturing Engineering*, 1996, 116 (6): 45~50
- 2 Lo C H, Yuan J X, Ni J. An application of real-time error compensation on a turning center. *International Journal of Machine Tool and Manufacture*, 1995, 35(1): 61~67
- 3 Lo C H, J Yuan, J Ni. An application of real-time error compensation on a turning center. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 1995, 35 (12): 1 669~1 682
- 4 Yang S, Yuan J X, Ni J. The improvement of thermal error modeling and compensation on machine tools by CMAC neural network. *International Journal of Machine Tool and Manufacture*, 1996, 36(4): 527~537
- 5 Yang Jianguo, Yuan Jingxia, Ni Jun. Thermal error mode analysis and robust modeling for error compensation on a CNC turning center. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 1999, 39 (9): 1 367~1 381

RESEARCH ON ON-LINE MODELING METHOD OF THERMAL ERROE COMPENSATION MODEL FOR CNC MACHINES

*Yang Jianguo Ren Yongqiang Zhu Weibin
Huang Mingli Pan Zhihong
(Shanghai Jiaotong University)*

Abstract: An on-line modified or modeling method of thermal error compensation model for CNC machines is presented. The resulting model is not a fixed formular, but an algorithm consisting of some simple recursive equations. The thermal error compensation model is modified recursively according to new input data. Since the recursive algorithm no longer uses the former data, the process is very rapid and simple. The result of proposed modeling method indicates that it can highly improve the robustness, versatility and precision of the thermal error compensation model.

Key words: CNC Machine Thermal error On-line modeling
Recursive algorithm

作者简介: 杨建国, 男, 1956 年出生, 教授, 全国优秀博士学位论文作者。主要研究方向为精密加工与测试、数控机床误差实时补偿和可靠性技术、制造过程建模和数控技术等。