

DOI: 10.3901/JME.2011.07.059

# 多激励多支承全柔性隔振系统的传递特性分析\*

牛军川<sup>1,2</sup> 宋孔杰<sup>2</sup>

(1. 吉林大学汽车动态模拟国家重点实验室 长春 130025;

2. 山东大学机械工程学院 济南 250061)

**摘要:** 现代机械的高速化和轻量化的发展趋势导致了更加严重的振动噪声问题, 因此柔性系统的高频隔振降噪是机械设计过程中必须要考虑的问题。充分考虑机械系统的柔性性质, 采用子结构导纳综合法和传递矩阵技术, 建立多激励多支承的柔性机器和柔性基础(Flexible machine and flexible base, FMFB)全柔性隔振系统的一般动力学模型和力学描述, 该模型不但包含了刚性机器和刚性基础(Rigid machine and rigid base, RMRB)、刚性机器和柔性基础(Rigid machine and flexible base, RMFB)、柔性机器和刚性基础(Flexible machine and rigid base, FMRB)等多种隔振模型, 而且还可以借助该模型分析积极隔振和被动隔振等问题。通过系统综合, 给出适合于不同隔振系统的传递率和功率流表达式, 探讨各类柔性系统的固有频率耦合规律, 并研究它们的振动传递特性等问题, 得到了一些有价值的结论, 对柔性隔振设计具有重要的指导意义。

**关键词:** 功率流 传递率 柔性系统 振动隔离

**中图分类号:** TB535

## Transmission Characteristics of Fully Flexible Isolation Systems Subjected to Multi-excitations and Supported by Multi-mounts

NIU Junchuan<sup>1,2</sup> SONG Kongjie<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Automobile Dynamic Simulation, Jilin University, Changchun 130025;

2. School of Mechanical Engineering, Shandong University, Jinan 250061)

**Abstract:** The trend of high speed and light weight of the modern machines brings about some tremendously serious vibration and noise, so vibration isolation and noise reduction of flexible systems in high frequency range is a very important issue that must be considered in mechanical designs. The flexibility of vibrating systems being sufficiently taken into account, a generalized dynamics model and its mathematical description of fully flexible isolation systems with flexible machine and flexible base (FMFB), which are subjected to multi-excitations and supported by multi-mounts, is presented, by the sub-structural mobility synthesis and the transfer matrix approach. This model not only can readily degenerate to rigid machine and rigid base (RMRB), rigid machine and flexible base (RMFB), and flexible machine and rigid base (FMRB) isolation systems, etc., but also it can be used to analyze the passive and active isolation. In accordance with the combination of subsystems, the formulation of transmissibility and power flow of different systems is performed. The couple and transmission characteristics of various isolation systems are investigated, and some valuable results are obtained to give some important guidance for isolation designs.

**Key words:** Power flow Transmissibility Flexible system Vibration isolation

## 0 前言

经典单层隔振是最常用和最简单的隔振方式

之一, 它基于这样的假设: ① 基础为无限质量的绝对刚体; ② 隔振对象为理想质量块; ③ 隔振器为无质量的弹簧和粘性阻尼器<sup>[1]</sup>。但大量工程实践表明, 采用经典隔振理论指导高频隔振设计时会存在较大误差, 甚至会导致隔振失效。究其原因: ① 隔振器本身是连续体, 其分布质量特性在高频域会引

\* 国家自然科学基金(50805088)和汽车动态模拟国家重点实验室开放基金(20091110)资助项目。20100506 收到初稿, 20101221 收到修改稿

起驻波效应使传递率曲线上翘;② 机器设备和基础并非理想刚体,尤其是在高频隔振时,其柔性性质愈发显现,且相互之间存在强烈的动力耦合效应,从而严重影响隔振效果<sup>[2]</sup>。

近年来,结构的日益大型化和轻薄化的发展趋势,使得隔振中的柔性因素无法回避,必须加以考虑。在考虑基础的非刚性问题上,WILSON<sup>[3]</sup>将基础简化为具有等效刚度和等效质量的单自由度模型;SNOWDON<sup>[4]</sup>把基础看作是柔性有限梁;宋孔杰<sup>[5]</sup>用弹簧支承的刚性杆来模拟非刚性的基础;BLACKWOOD 等<sup>[6]</sup>把基础的非刚性看成是加载到刚性基础上的扰动;PAN 等<sup>[7-8]</sup>把基础看成是柔性的无限或有限板;NIU 等<sup>[9-11]</sup>则分别研究了板式浮筏、各向异性和复合材料层合板基础上的隔振问题等。在上述研究中,机器仍旧是刚性,但是,诸如汽车壳体等现代结构在高频振动中,则表现出很强的柔性,给隔振设计和噪声控制带来一定的困难,因此,在隔振设计中机器的柔性也必须给予充分重视。SCIULLI 等<sup>[12]</sup>用 Bernoulli-Euler 梁来模拟柔性的机器和基础,建立了单激励、单支承的全柔性消极隔振系统的简单模型,评价指标为传递率,适用于单激励单支承系统,建模方法繁琐。对于多激励多支承系统,传递率指标的使用受到限制,而功率流方法则适用于柔性系统的振动效果评估和传递特性分析,并已经具体化为柔性系统的隔振效果评估标准,为大多柔性隔振模型所采用<sup>[13]</sup>。

本文充分考虑隔振系统各子系统的柔性,采用子结构导纳综合法建立了更加简洁的多激励多支承的全柔性隔振系统的一般动力学模型,借助传递率和功率流指标研究隔振系统的传递特性和隔振准则,对高速和轻量化的机械设备的高频隔振设计等具有重要的指导意义。

## 1 系统模型及动力学分析

图 1 所示为多激励、多支承全柔性隔振系统的动力学模型,系统关于  $Oxy$  平面对称,机器受  $p$  个激励  $F_o$ ,有  $q$  个支承,基础受  $r$  个激励  $F_e$ 。

设  $s_{Ak}$  为当以机器质心为坐标原点时隔振器在机器上的安装坐标,则隔振器在基础局部坐标系中的安装位置

$$x_k = \mu_E L_E + s_{Ak} \quad (1)$$

隔振器在机器局部坐标系中的安装位置

$$x_{Ak} = L_A/2 + s_{Ak} \quad (2)$$

$x_k, x_{Ak}, x_{Atk}$  等各局部坐标系的起始点位于各自子系统的最左端。

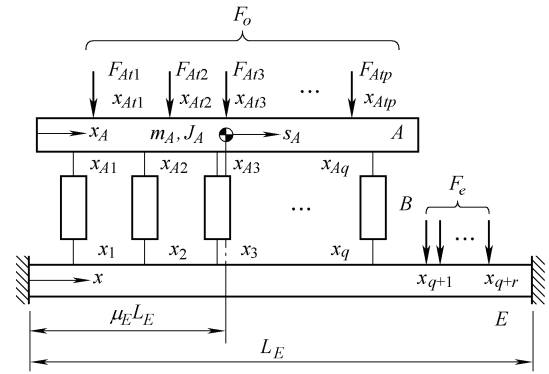


图 1 多激励多支承的全柔性隔振系统模型的安装配置

### 1.1 机器的导纳分析

把机器的动力学方程写成导纳矩阵的形式

$$\begin{pmatrix} \mathbf{v}_{At} \\ \mathbf{v}_{Ab} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{A11} & \mathbf{M}_{A12} \\ \mathbf{M}_{A21} & \mathbf{M}_{A22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{At} \\ \mathbf{F}_{Ab} \end{pmatrix} \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{F}_{Ab}, \mathbf{v}_{Ab}$  分别为机器和隔振器连接处的力以及速度响应,  $\mathbf{F}_{At}, \mathbf{v}_{At}$  为机器所受激励以及相应的速度响应。式(3)中导纳矩阵的各个子矩阵为

$$\mathbf{M}_{Aij} = \mathbf{M}_{r,Aij} + \delta \mathbf{M}_{e,Aij} \quad (4)$$

式中,  $\mathbf{M}_{r,Aij}, \mathbf{M}_{e,Aij}$  分别为机器的刚性导纳阵和柔性导纳阵,  $\delta$  为柔性贡献系数,如果考虑机器柔性,则  $\delta=1$ , 否则  $\delta=0$ 。刚性导纳子矩阵的各个元素可按式(5)~(8)求得

$$m_{r,A11}^{ij} = \underline{\mathbf{M}}_A + \underline{\mathbf{J}}_A s_{Ati} s_{Atj} \quad i, j = 1, 2, \dots, p \quad (5)$$

$$m_{r,A21}^{ij} = \underline{\mathbf{M}}_A + \underline{\mathbf{J}}_A s_{Ati} s_{Abj} \quad i = 1, 2, \dots, p \quad j = 1, 2, \dots, q \quad (6)$$

$$m_{r,A21}^{ij} = -m_{r,A12}^{ij} \quad (7)$$

$$m_{r,A22}^{ij} = -\underline{\mathbf{M}}_A - \underline{\mathbf{J}}_A s_{Abi} s_{Abj} \quad i, j = 1, 2, \dots, q \quad (8)$$

式中,  $\underline{\mathbf{M}}_A = 1/j\omega m_A, \underline{\mathbf{J}}_A = 1/j\omega J_A$ ,  $m_A, J_A$  分别为机器的质量和转动惯量,  $\omega$  为激励频率,  $\omega_{An}$  为柔性机器的固有频率,  $j = \sqrt{-1}$  为复数单位。用自由梁模拟柔性机器,则其各柔性导纳子矩阵分别为

$$\mathbf{M}_{e,A11} = \frac{j\omega}{m_A} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_{A11}}{\omega_{An}^2 (1 + j\delta_A) - \omega^2} \quad (9)$$

$$\mathbf{M}_{e,A22} = -\frac{j\omega}{m_A} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_{A22}}{\omega_{An}^2 (1 + j\delta_A) - \omega^2} \quad (10)$$

$$\mathbf{M}_{e,A21} = \frac{j\omega}{m_A} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_{A21}}{\omega_{An}^2 (1 + j\delta_A) - \omega^2} \quad (11)$$

$$\mathbf{M}_{e,A12} = -\mathbf{M}_{e,A21}^T \quad (12)$$

这里

$$\Phi_{A11}^{ij} = \varphi_n(x_{Ati})\varphi_n(x_{Atj}) \quad i, j = 1, 2, \dots, p \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{A21}^{ij} &= \varphi_n(x_{A1i})\varphi_n(x_{A2j}) \\ i &= 1, 2, \dots, p \quad j = 1, 2, \dots, q \end{aligned} \quad (14)$$

$$\Phi_{A22}^{ij} = \varphi_n(x_{A1i})\varphi_n(x_{A2j}) \quad i, j = 1, 2, \dots, q \quad (15)$$

式中， $\varphi_n(x), \omega_{An}$  为两端自由梁的振型函数和固有频率， $\delta_A$  为梁的阻尼损耗因子。

### 1.2 支承结构的动力学分析

支承系统由多个弹性隔振器并联组成，采用阻抗矩阵描述隔振支承的动力学特性为

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F}_{Bt} \\ \mathbf{F}_{Bb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_B & -\mathbf{Z}_B \\ \mathbf{Z}_B & -\mathbf{Z}_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_{Bt} \\ \mathbf{v}_{Bb} \end{pmatrix} \quad (16)$$

式中， $\mathbf{Z}_B$  为隔振器系统的阻抗阵，即  $\mathbf{Z}_B = \mathbf{M}_B^{-1}$ ， $\mathbf{M}_B$  为隔振器的导纳矩阵<sup>[8]</sup>。一般来说，隔振器质量相对机器和基础小得多，那么在分析中可以采用更加简单的无质量的弹簧和阻尼来替代，这时  $\mathbf{Z}_B = \mathbf{k}_B/j\omega$ ，其中  $\mathbf{k}_B$  为隔振器的复刚度矩阵

$$\mathbf{k}_B = \text{diag}(k_{B1}^*, k_{B2}^*, \dots, k_{Bq}^*) \quad (17)$$

式中， $k_{Bk}^* = k_{Bk}(1 + j\eta_{Bk})$  为第  $k$  个隔振器的复刚度，其中  $\eta_{Bk}$  为第  $k$  个隔振器的阻尼损耗因子。

### 1.3 基础梁的导纳分析

安装有  $q$  个隔振器的且受  $r$  个横向激励的基础的导纳矩阵方程为

$$\begin{pmatrix} \mathbf{v}_E \\ \mathbf{v}_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_E & \mathbf{M}_{Ee} \\ \mathbf{M}_{eE} & \mathbf{M}_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{F}_E \\ \mathbf{F}_e \end{pmatrix} \quad (18)$$

式(18)可简写为

$$\underline{\mathbf{v}}_E = \underline{\mathbf{M}}_E \underline{\mathbf{F}}_E \quad (19)$$

式中，导纳矩阵  $\underline{\mathbf{M}}_E$  为  $(q+r) \times (q+r)$  的方阵，在任意点  $x_i$  激励下，其导纳函数为

$$\underline{M}_E^{ij} = \frac{j\omega}{m_E} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_n(x_i)\phi_n(x_j)}{\omega_{En}^2(1 + j\delta_E) - \omega^2} \quad (20)$$

式中， $\phi_n(x), \omega_{En}$  分别为基础的振型函数和固有频率， $m_E, \delta_E$  分别为梁的质量和阻尼损耗因子。

### 1.4 系统综合

简单起见，这里忽略了隔振器的质量，则隔振系统动力学传递关系如下

$$\mathbf{F}_{Ab} = \mathbf{F}_{Bt} = \mathbf{F}_E \quad \mathbf{v}_{Ab} = \mathbf{v}_{Bt} \quad \mathbf{v}_{Bb} = \mathbf{v}_E \quad (21)$$

联立各子系统控制式(3)、(16)、(18)和各子系统动力传递关系式(21)，可得激励处的机器振动速度以及基础上的受力和速度响应分别为

$$\mathbf{v}_{At} = (\mathbf{M}_{A11} + \mathbf{M}_{A12}\mathbf{S}\mathbf{M}_{A21})\mathbf{F}_o - \mathbf{M}_{A12}\mathbf{S}\mathbf{M}_{Ee}\mathbf{F}_e \quad (22)$$

$$\mathbf{F}_E = \mathbf{S}\mathbf{M}_{A21}\mathbf{F}_o - \mathbf{S}\mathbf{M}_{Ee}\mathbf{F}_e \quad (23)$$

$$\mathbf{v}_E = \mathbf{M}_E\mathbf{S}\mathbf{M}_{A21}\mathbf{F}_o + (\mathbf{M}_{Ee} - \mathbf{M}_E\mathbf{S}\mathbf{M}_{Ee})\mathbf{F}_e \quad (24)$$

式中， $\mathbf{S} = (\mathbf{Z}_B^{-1} + \mathbf{M}_E - \mathbf{M}_{A22})^{-1}$ 。

## 2 系统传递函数分析

### 2.1 力传递率

在单自由度刚性隔振中，比较常用的评价指标为力传递率。由于力是矢量，不能直接简单代数相加，因此，传递率适合单支承或者完全对称的多支承隔振系统。这里仍旧在柔性隔振系统中采用这个指标。只考虑机器所受激励，即设  $\mathbf{F}_e = \mathbf{0}$ ，当机器直接安装于基础，或者隔振器为绝对刚性时，有  $\mathbf{Z}_B \rightarrow \infty$ ，则由式(23)可得传递到基础的力为

$$\mathbf{F}_E = (\mathbf{M}_E - \mathbf{M}_{A22})^{-1}\mathbf{M}_{A21}\mathbf{F}_o \quad (25)$$

那么完全对称系统的传递率为

$$T = \frac{\sum_{i=1}^q [(\mathbf{Z}_B^{-1} + \mathbf{M}_E - \mathbf{M}_{A22})^{-1}\mathbf{M}_{A21}\mathbf{F}_o]}{\sum_{i=1}^q [(\mathbf{M}_E - \mathbf{M}_{A22})^{-1}\mathbf{M}_{A21}\mathbf{F}_o]} \quad (26)$$

对于单激励单支承的柔性系统，式(26)为

$$T = \frac{\mathbf{M}_E - \mathbf{M}_{A22}}{\mathbf{Z}_B^{-1} + \mathbf{M}_E - \mathbf{M}_{A22}} = \frac{k_B}{k_B - \omega^2 m_A [1 + k_B(\mathbf{M}_E - \mathbf{M}_{e,A22})/j\omega]} \quad (27)$$

对于单自由度系统，机器和基础皆为刚性，柔性导纳  $M = \mathbf{v}/\mathbf{F} \rightarrow 0$ ，且  $\mathbf{k}_B = k_B(1 + j\eta_B)$ ，则传递率变为

$$T = \frac{k_B(1 + j\eta_B)}{k_B(1 + j\eta_B) - \omega^2 m_A} \quad (28)$$

式(28)即为经典的单自由度刚性积极隔振系统的传递率公式。

### 2.2 传递功率流

在柔性系统中，传统的传递率指标具有一定的局限性，一般只用来分析简单的刚性隔振问题。近年来出现的功率流指标，特别适合柔性系统振动传递效果的评估，得到了广泛应用。由功率流定义，频域内传递到系统的功率流为

$$P = 1/2 \text{Re}\{\mathbf{F}^H \mathbf{v}\} = 1/4(\mathbf{F}^H \mathbf{v} + \mathbf{v}^H \mathbf{F}) \quad (29)$$

式中，“H”表示共轭转置，把力和速度的表达式(22)~(24)代入功率流的定义式(29)，则容易求得输入到机器和传递到基础的功率流。

## 3 全柔性隔振系统特性仿真和分析

为研究柔性隔振系统中子系统柔性对振动传递的影响，下面从传递率和功率流两个方面来进行研究。算例中，基础和机器分别用两端固支和自由的 Bernoulli-Euler 梁来模拟，密度为  $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ ，弹性模量为  $E = 210 \text{ GPa}$ ，机器梁尺寸为  $1.00 \text{ m} \times$

0.05 m×0.01 m, 基础梁尺寸为 1.00 m×0.10 m×0.01 m, 隔振器刚度为  $\Sigma k_{B_i}=10^4$  N/m。

### 3.1 隔振系统固有频率分析

这里以单支承隔振系统为例来分析刚性机器和刚性基础(Rigid machine and rigid base, RMRB)、刚性机器和柔性基础(Rigid machine and flexible base, RMFB)、柔性机器和刚性基础(Flexible machine

and rigid base, FMRB)以及柔性机器和柔性基础(Flexible machine and flexible base, FMFB), 即全柔性隔振系统的固有频率特点, 这时机器只有一个纵向振动的安装频率  $f_a = (1/2\pi)\sqrt{\Sigma k_{B_i}/m_A} = 8.033$  Hz, 即为 RMRB 系统的固有频率。在仿真中, 如无声明, 各个系统都是对称的, 它们在 1~1 000 Hz 频域内的固有频率如下表所示。

| 模态 | Hz                   |                      |         |         |         |         |         |         |           |         |
|----|----------------------|----------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|-----------|---------|
|    | 子系统                  |                      | RMFB    |         | FMRB    |         | FMFB    |         | Asym-FMFB |         |
|    | 算例 1                 | 算例 2                 | 算例 1    | 算例 2    | 算例 1    | 算例 2    | 算例 1    | 算例 2    | 算例 1      | 算例 2    |
| 1  | 8.033 <sup>①</sup>   | 23.629 <sup>②</sup>  | 7.629   | 17.184  | 7.897   | —       | 7.498   | 16.372  | 7.708     | 17.788  |
| 2  | 23.629 <sup>②</sup>  | 53.166 <sup>③</sup>  | 24.871  | —       | —       | 31.678  | 24.786  | 39.930  | 24.445    | 37.522  |
| 3  | 53.166 <sup>③</sup>  | 65.148 <sup>②</sup>  | —       | —       | 54.121  | —       | 54.121  | —       | 53.934    | 61.929  |
| 4  | 65.148 <sup>②</sup>  | 80.334 <sup>①</sup>  | —       | 88.404  | —       | 121.491 | —       | 106.909 | 65.450    | 124.896 |
| 5  | 127.690 <sup>②</sup> | 127.690 <sup>②</sup> | 127.954 | 154.203 | —       | —       | 127.954 | 159.625 | 127.954   | 128.841 |
| 6  | 146.583 <sup>③</sup> | 146.583 <sup>③</sup> | —       | —       | —       | —       | —       | —       | 146.414   | 159.075 |
| 7  | 211.080 <sup>②</sup> | 211.080 <sup>②</sup> | —       | —       | —       | —       | —       | —       | 211.185   | 219.367 |
| 8  | 287.303 <sup>③</sup> | 287.303 <sup>③</sup> | —       | —       | 287.230 | 312.067 | 287.230 | 303.558 | 287.230   | 301.467 |
| 9  | 315.317 <sup>②</sup> | 315.317 <sup>②</sup> | 315.318 | 323.039 | —       | —       | 315.318 | 333.243 | 315.318   | 326.405 |
| 10 | 440.401 <sup>②</sup> | 440.401 <sup>②</sup> | —       | —       | —       | —       | —       | —       | 440.882   | 440.882 |
| 11 | 474.929 <sup>③</sup> | 474.929 <sup>③</sup> | —       | —       | —       | —       | —       | —       | 475.706   | 480.663 |
| 12 | 586.333 <sup>②</sup> | 586.333 <sup>②</sup> | 587.333 | 589.366 | —       | —       | 587.333 | 589.366 | 587.333   | 589.366 |
| 13 | 709.463 <sup>③</sup> | 709.463 <sup>③</sup> | —       | —       | 710.274 | 717.675 | 710.274 | 720.160 | 710.274   | 712.732 |
| 14 | 753.112 <sup>②</sup> | 753.112 <sup>②</sup> | —       | —       | —       | —       | —       | —       | 753.249   | 755.856 |
| 15 | 940.738 <sup>②</sup> | 940.738 <sup>②</sup> | 939.694 | 942.947 | —       | —       | 939.694 | 942.947 | 939.694   | 939.694 |

注: ①为机器的安装频率, ②为柔性基础模态频率, ③为柔性机器模态频率。算例 1 中隔振器总刚度  $k=10^4$  N/m, 安装频率为 8.033 Hz; 算例 2 中隔振器总刚度  $k=10^6$  N/m, 安装频率 80.334 Hz。

对于 RMFB-I 系统, 由于系统对称, 只有基础梁的对称模态被激起, 机器安装频率由 8.033 Hz 下降为 7.629 Hz 成为耦合系统的第一阶固有频率, 基础梁的第 1、3、5、7 和 9 阶固有频率分别成为耦合系统的第 2、3、4 和 5 阶固有频率, 与安装频率靠近的模态受到的影响最大, 远离者逐渐次之。在 RMFB-II 系统中, 系统安装频率为 80.33 Hz, 高于基础梁的第 2 阶模态频率, 属于中高频隔振设计, 这时, 安装频率和基础固有频率发生强烈耦合, 耦合系统的前 6 阶固有频率分别对应基础梁的第 1 阶固有频率、安装频率、基础梁的第 3、5、7 和 9 阶固有频率, 其中靠近安装频率的基础梁的第 3 阶固有频率由 127.690 Hz 变为 154.203 Hz, 变化最大。在 FMRB-I 和 FMRB-II 中, 系统固有频率变化分别与 RMFB-I 和 RMFB-II 类似。

对于对称安装的全柔性系统, 即 FMFB, 机器和基础的对称模态被激发。算例 1 中, 安装频率对应系统第 1 阶固有频率, 基础梁的第 1、3、5、7、9 分别对应系统的第 2、4、6、7 和 9 阶固有频率, 机器的第 1、3 和 5 阶固有频率分别对应系统的第 3、5 和 8 阶固有频率。算例 2 中, 安装频率由 80.033 Hz 增大为 106.909 Hz 成为耦合系统的第 3 阶固有频

率, 机器的第 1、3 和 5 阶固有频率对应系统第二、5 和 8 阶固有频率, 基础的第 1、3、5、7 和 9 阶固有频率分别对应系统的第 1、4、6、7 和 9 阶固有频率。

对于非对称的全柔性系统, 即 Asym-FMFB, 基础和梁的固有频率全部被激发, 各子系统的固有频率分别对应耦合系统的各阶固有频率, 这里不再赘述。需要注意, 如果是低频隔振设计, 系统有轻微耦合; 反之如果是中高频隔振设计, 则系统耦合强烈, 安装频率附近的固有频率发生较大的偏移。

### 3.2 单支承系统的传递率

在经典的单自由隔振系统中, 传递率是一个常用的隔振性能评价指标。图 2 为无阻尼单支承系统在各种柔性形式下的传递率曲线, 系统对称, 阻尼极小。RMRB 系统, 即经典单自由度系统隔振的传递率曲线, 只有一个共振峰值。考虑基础的柔性, 对称的 RMFB 系统的传递率曲线有 6 个峰值, 分别对应表中 RMFB-I 系统的固有频率。考虑机器的柔性, FMRB 系统的传递率曲线出现了 4 个峰值, 分别对应上表中 FMRB-I 的固有频率。同时考虑机器和基础的柔性, FMFB 系统有 9 个峰值分别对应表中 FMFB-I 的固有频率。从图 2 中可见, 无论是基

础柔性还是机器柔性，都使传递率曲线整体抬升，并在中高频域出现峰值，影响振动隔离的效果，引起高频结构声，在隔振设计时应予以充分关注。

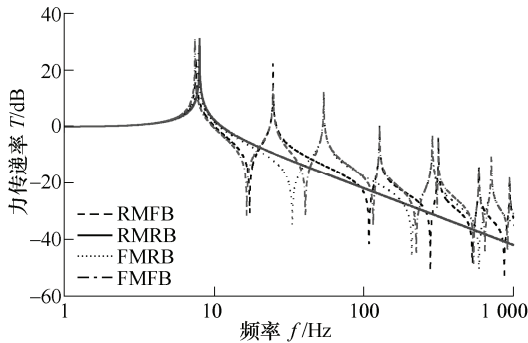


图 2 无阻尼情况下各种隔振模型的传递率

图 3 给出了各种有阻尼 FMFB 隔振系统的传递率曲线。可见，只考虑隔振器阻尼，则对应机器的安装频率的第一阶峰值得到抑制，其他高阶峰值几乎没有影响。当仅考虑柔性机器的阻尼，柔性机器引起的峰值得到了抑制，而对系统的第一阶峰值和由柔性基础引起的峰值几乎没有影响。当仅考虑柔性基础的阻尼，同样只有那些由基础的引起的峰值得到了削弱，其他峰值变化不大。当同时考虑基础、机器和隔振器的阻尼时，整条传递率曲线的峰值有所下降。可见，对于柔性隔振而言，其阻尼的重要性比单自由度隔振要重要得多，增加阻尼可以消减中高频共振峰值、降低噪声，另外亦可以避免工作频率和过多的高频峰值发生重叠，引起共振。

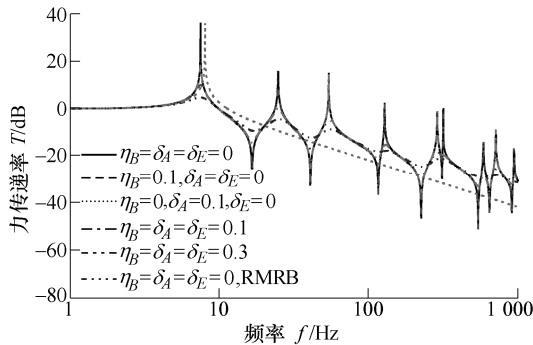


图 3 各种有阻尼 FMFB 隔振系统的传递率

### 3.3 多支承柔性系统的功率流

对于一般的多支承柔性隔振系统，采用功率流指标进行隔振效果的评估。

图 4 为双支承各类隔振系统传递到机器的功率流  $P_A$  和传递到基础的功率流  $P_E$ 。在此对称双支承系统中， $\delta_E = 0.01$ ，激励是非对称的，则在低频域功率流出现了两个峰值，分别对应机器的俯仰振动安装频率  $f_r = (1/2\pi)\sqrt{\sum(k_{Bi}s_{Ai}^2)/J_A} = 4.64$  Hz 和纵向振动安装频率  $f_a = 8.03$  Hz。在 RMFB 系统中，当隔振器阻尼为 0 时，传递到基础和机器的功率流相同，

也就是说从机器到基础没有振动能量的消耗；如果增大隔振器的阻尼，由机器的纵向和俯仰振动引起的前两阶峰值得到了削弱，但是由基础柔性模态引起的峰值几乎不受影响。在 FMFB 系统中，机器的柔性使传递到机器的功率流整体抬升，传递到基础的功率流在中高频有所提高；如果进一步考虑机器的阻尼，机器柔性模态对应的传递到基础的功率流峰值得到了抑制，但是对于传递到机器的功率流，中高频的曲线进一步上翘，峰值功率流有所降低。

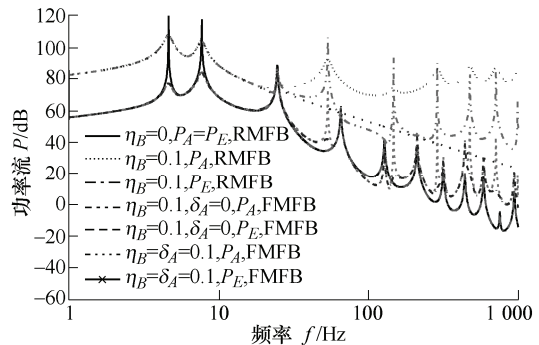


图 4 双支承各类隔振系统模型传递功率流

如上面所述，单支承和多支承系统性质有所不同，评价的指标亦有变化。图 5 为对称安装、不对称激励 RMFB 系统在保持总隔振刚度和阻尼不变情况下，传递到基础的功率流，隔振器数为 2 时，低频出现两个安装频率对应的峰值，隔振器数增大为 5，机器俯仰振动的峰值靠近机器纵向振动的峰值，当隔振器数目为 100 时，俯仰振动不易被激起，故只剩一个峰值，这种情况类似于安装了连续隔振器，另外，隔振器数目增多，传递到机器的功率流有所下降，但是幅度不大。图 6 是 FMFB 系统传递功率流的仿真曲线，与图 5 类似，隔振器数目的变化主要影响机器安装频率所对应的峰值。

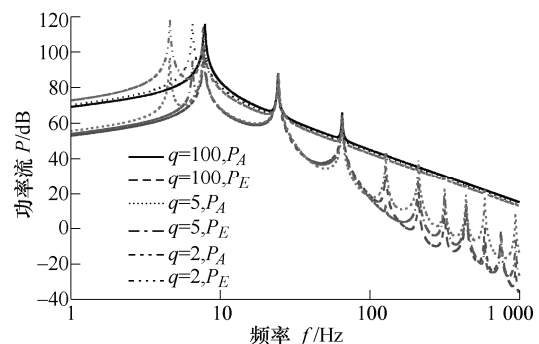


图 5 RMFB 系统不同隔振器数目下的功率流传递

当机器为刚性时，作用于机器的多个激励总能等价于一个主矢和一个主矩，则功率流不变，而当机器为柔性时则不同。图 7 为不同激励数目下的 FMFB 系统功率流传递情况，在保证主矢和主矩不变的情况下，激励数目增多，中高频域的功率流传

递有所降低, 在低频域, 由于机器的柔性模态还未参与, 因此功率流曲线基本无变化。

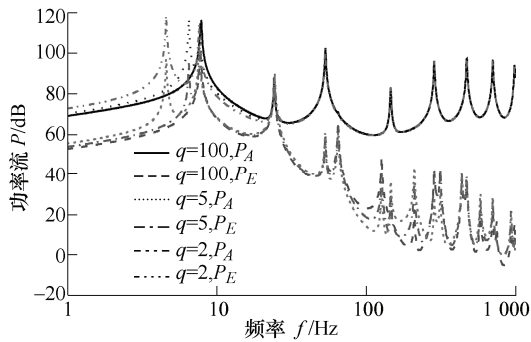


图 6 FMFB 系统不同隔振器数目下的功率流传递

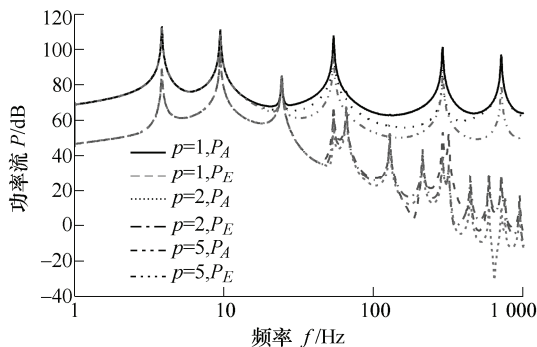


图 7 FMFB 系统不同激励数目的功率流传递

## 4 结论

(1) 各柔性子系统的阻尼主要降低自身模态所对应的振动峰值, 增加基础和机器阻尼对抑制结构高频振动噪声效果显著, 而单纯增加隔振器阻尼效果不明显, 因此, 在进行阻尼隔振设计时应首先分析系统耦合特性, 附加阻尼有的放矢。

(2) 柔性性质对隔振系统具有较大影响, 机器和基础柔性性质的引入会使系统的高频隔振性能降低, 与 RMRB 和 RMFB 不同, 激励数目对 FMFB 系统的功率流传递影响显著。

(3) 在隔振器刚度或安装频率不变的情况下, 增加隔振器数目可以一定程度上抑制俯仰振动的产生, 同时高频域的功率流传递水平亦有下降。

## 参 考 文 献

- [1] HARTOG J P D. Mechanical vibrations[M]. 4th edition. New York: McGraw-Hill Inc., 1956.
- [2] UNGAR E E, DIETRICH C W. High-frequency vibration isolation [J]. Journal of Sound and Vibration, 1966, 4(2): 224-241.
- [3] WILSON W K. Vibration engineering [M]. London:

Charles Griffin & Company Ltd., 1959.

- [4] SNOWDON J C. Isolation and absorption of machinery vibration [J]. Acustica, 1973, 28: 307-317.
- [5] 宋孔杰. 考虑基础弹性影响的实用隔振设计探讨[J]. 噪声与振动控制, 1988(2): 3-6.
- SONG Kongjie. Discussion on practical vibration isolation design in consideration of the flexibility of foundations [J]. Noise and Vibration Control, 1988(2): 3-6.
- [6] BLACKWOOD G H, FLOTOW A H V. Active vibration for controlled flexible structures [R]. M.I.T. SERC Technical Report, 1993.
- [7] PAN J, HANSEN C H. Total power flow from a vibrating rigid body to a flexible panel through multiple elastic mounts [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1992, 92(2): 895-907.
- [8] GARDONIO P, ELLIOTT S J, PINNINGTON R J. Active isolation of structure vibration on a multiple-degree-of-freedom system, part I: Dynamics of the system [J]. Journal of Sound and Vibration, 1997, 207(1): 61-93.
- [9] NIU J C, SONG K J, LIM C W. On active vibration isolation of floating raft system [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 285(1-2): 391-406.
- [10] NIU J C, GE P Q, LIM C W, et al. A novel model for estimating power flow transmission in isolation system of internal combustion engines [J]. 内燃机学报, 2009, 27(1): 74-80.
- NIU J C, GE P Q, LIM C W, et al. A novel model for estimating power flow transmission in isolation system of internal combustion engines [J]. Transactions of CSICE, 2009, 27(1): 74-80.
- [11] NIU J C, GE P Q, HOU C R, et al. General model to predict power flow transmitted into laminated beam bases in flexible isolation systems [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2009, 22(2): 227-232.
- [12] SCIULLI D, INMAN D J. Isolation design for fully flexible systems [J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures. 1999, 10(10): 813-824.
- [13] GARDONIO P, ELLIOTT S J. Passive and active isolation of structural vibration transmission between two plates connected by a set of mounts[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 237(3): 483-511.

作者简介: 牛军川, 男, 1973 年出生, 副教授。主要研究方向为振动与噪声控制、智能材料结构、机器人学等。

E-mail: niujc@sdu.edu.cn