

非平稳信号自适应滤波的小波模型与滤波方法*

朱洪俊

(西南科技大学制造科学与工程学院 绵阳 621010)

摘要:分析自适应滤波和小波滤波的原理与方法,建立非平稳信号的自适应滤波的小波模型和滤波方法。利用小波变换的多尺度分解,将分离出来的噪声成分作为自适应滤波器的输入信号。通过自适应滤波器组能同时实现对多种噪声成分的最佳滤波,是实现信噪分离的最佳滤波方法,具有优良的滤波性能。模型验证和工程实例应用表明,该方法能实现非平稳信号在同频段对噪声成分和有用信号的最佳估计。

关键词:自适应滤波 小波变换 滤波模型

中图分类号:TN911.72

0 前言

在工程信号处理中,常常无法得到所测信号与其所含噪声的统计特征,而实际上所测信号的统计特征也随时间变化而变化。对这类时变的非平稳信号,难以用维纳滤波或卡尔曼滤波实现最优滤波,而自适应滤波能提供较好的滤波效果^[1]。

小波变换作为时变的非平稳信号分析工具,在时域、频域局部化,特别是对待分析信号具有优良的分频特性,可以将待分析信号分解到不同频段上,实现对待分析信号的选频作用。但对同频段中的信号和噪声的分离,目前仍采用基于小波变换的模极大值原理消噪、基于小波变换域内系数相关性消噪和小波阈值消噪等方法^[2]。这些方法虽能实现信噪分离,但由于噪声与有用信号在频谱上可能相互重叠,因此,所分离出来的噪声信号并不一定是所含噪声成分的最佳估计,与所含噪声成分相关。

如果将小波变换所分离出来的噪声成分作为自适应滤波器的输入,通过自适应滤波器从而实现信噪分离的最佳滤波。这里就这一问题进行了研究,结果表明对同一被测信号采用基于小波变换的自适应滤波方法较小波滤波或自适应滤波的滤波效果更优,能实现对非平稳信号中的有用信号(或噪声成分)的最佳估计。通过自适应滤波器组,能同时实现对多种噪声成分的最佳滤波,具有优良的滤波性能。

1 自适应滤波

自适应滤波由参数可调的数字滤波器和自适

应算法两部分组成^[3],如图 1 所示。参数可调的数字滤波器根据系统所处理的对象和实现的功能不同有着不同的结构形式,如 FIR 数字滤波器、IIR 数字滤波器或格型数字滤波器。输入信号 $x(n)$ 通过参数可调数字滤波器后产生输出信号 $y(n)$, 将其与参考信号 $d(n)$ 进行比较,形成误差信号 $e(n)$ 。通过自适应算法对滤波器参数进行调整,最终使 $e(n)$ 的方均值最小,达到最佳滤波。而自适应算法用来实时调整数字滤波器的参数,在自适应算法准则下达到误差最小化。根据自适应准则的不同有不同的算法,其基本方法有最小方均差(Least mean square error, LMSE)、最大信噪比(Maximum signal-to-noise ratio, MSNR)、最大似然(Maximum likelihood, ML)和最小噪声方差(Minimum noise variance, MNV)等^[4]。本研究选用 LMS(Least mean square)算法来建立基于小波变换的自适应滤波模型与方法,采用其他自适应算法也可以。

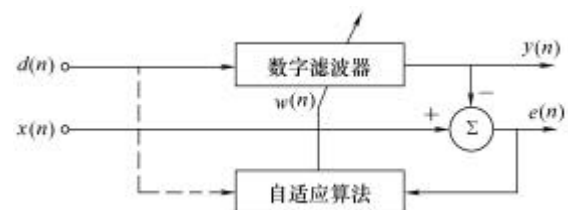


图 1 自适应滤波原理图

LMS 算法是由 WIDROW 等^[5-6]提出的,其基本原理是调节滤波器加权系数 $w(n)$, 使方均误差 $E[e^2(n)]$ 最小化, 滤波器输出信号 $y(n)$ 逐渐逼近期望响应 $x(n)$ 中的噪声成分,通过 $x(n)$ 与 $y(n)$ 间的估计误差 $e(n)$ 对滤波器加权系数 $w(n)$ 进行调节,从而实现最佳滤波,其算法表示如下。

对于输入信号矢量 $x(n)$

$$x(n) = [x(n) \ x(n-1) \ \cdots \ x(n-L)]^T \quad (1)$$

则输出信号矢量

* 四川省教育厅重点项目和西南科技大学“十一·五”重点科研项目(06zx2124)资助。20050808 收到初稿,20060609 收到修改稿

$$y(n) = \sum_{k=0}^L w_k(n)x(n-k) \quad (2)$$

滤波器的 $L + 1$ 个权系数构成权系数矢量 $w(n)$

$$w(n) = [w_0(n) \ w_1(n) \ \cdots \ w_L(n)] \quad (3)$$

则

$$y(n) = \mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n) \quad (4)$$

误差信号矢量 $e(n)$

$$e(n) = \mathbf{d}(n) - \mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}(n) = \mathbf{d}(n) - \mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n) \quad (5)$$

参数可调滤波器则按照误差信号方均值(或平均功率)最小的准则,即

$$E[e^2(n)] = \min \quad (6)$$

来调整权系数矢量 $w(n)$ 。

2 小波变换及其滤波特性

根据 Mallat 算法^[7-8] 对于一维信号 $f(x) \in V_j$ 在给定分辨率为 2^{-j} 的多分辨率分析或逼近 $A_j f(x)$, $j(x)$ 和 $y(x)$ 分别是相应的尺度函数和小波函数,其分解为

$$A_j f(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{j+1,m} \mathbf{j}_{j+1,m}(x) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} D_{j+1,m} \mathbf{y}_{j+1,m}(x) \quad (7)$$

而

$$\begin{cases} C_{j+1,m} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \bar{h}(k-2m)C_{j,k} \\ D_{j+1,m} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \bar{g}(k-2m)D_{j,k} \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \bar{h}(k-2m) = \langle \mathbf{j}_{j,k}, \mathbf{j}_{j+1,m} \rangle \\ \bar{g}(k-2m) = \langle \mathbf{j}_{j,k}, \mathbf{y}_{j+1,m} \rangle \end{cases} \quad (9)$$

设无穷矩阵

$$\mathbf{H} = [H_{m,k}]_{m,k=-\infty}^{\infty}, \mathbf{G} = [G_{m,k}]_{m,k=-\infty}^{\infty} \quad (10)$$

$$\begin{cases} H_{m,k} = \bar{h}(k-2m) \\ G_{m,k} = \bar{g}(k-2m) \end{cases}$$

则式(8)可简化为

$$\begin{cases} C_{j+1} = \mathbf{H}C_j \\ D_{j+1} = \mathbf{G}C_j \end{cases} \quad j = 0, 1, \dots, J \quad (11)$$

对于序列 $x = \{x_k\}_{k \in \mathbb{Z}}$ 在低通滤波器 H 的作用下的效果为

$$(\mathbf{H}x)_n = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \bar{h}_{k-2n} x_k \quad (12)$$

在高通滤波器作用下的效果为

$$(\mathbf{G}x)_n = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \bar{g}_{k-2n} x_k \quad (13)$$

式中 $\{\bar{h}_k\}_{k \in \mathbb{Z}}$ 与 $\{\bar{g}_k\}_{k \in \mathbb{Z}}$ 是给定的多分辨率分析确定

的镜像滤波器。

综上所述,小波的多分辨率分析可将信号 $f(x)$ 分解为频率 2^{-j_2} 成分的 $C_{j_2} f(x)$ 和频率介于 2^{-j_1} 与 $2^{-(j_1-1)}$ 之间的成分 $D_j f(x) (J_1 + 1 < j < J_2)$ 。如果尺度函数 $j(x)$ 与小波函数 $y(x)$ 的能量分别集中在 $x=a$ 和 $x=b$ 附近,则式中 $C_{j,k}$ 、 $\mathbf{j}_{j,k}(x)$ 和 $D_{j,k}$ 、 $\mathbf{y}_{j,k}(x)$ 的能量将分别集中在 $x=2^j(k+a)$ 和 $x=2^j(k+b)$ 附近。

按照 Mallat 算法将 $f(x)$ 分解后,可根据先验知识区分信号与噪声,加以滤波形成新序列 \hat{C}_{j_2} 和 $\hat{D}_j (J_1 + 1 < j < J_2)$ 。

按 Mallat 重构算法

$$\hat{C}_{j-1} = \mathbf{H}^* \hat{C}_j + \mathbf{G}^* \hat{D}_j \quad j = J_2, J_2 - 1, \dots, J_1 + 1 \quad (14)$$

则去噪后的信号

$$\hat{f}(x) = C_{j_1} \hat{f}(x) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \hat{C}_{j_1,k}(x) \mathbf{j}_{j_1,k}(x) \quad (15)$$

3 自适应滤波的小波模型

按照 Mallat 算法将 $x(t)$ 分解后,根据先验知识区分信号与噪声。目前区分信号与噪声的方法有:基于小波变换的模极大值原理消噪、基于小波变换域内系数相关性消噪和小波阈值消噪等方法^[2]。当信号与噪声有重叠频谱时,这些方法虽能实现信噪分离,提高信噪比,但并不能实现噪声信号的最佳估计,去噪后的信号 $\hat{x}(t)$ 也并不是 $x(t)$ 的最佳估计。因此,难以实现最佳滤波,但小波变换所分离出的噪声信号一定与原噪声成分相关,这为实现自适应滤波提供了可能,其自适应模型如下所述。

设输入信号 $x(n) = f(n) + n(n)$, 其中 $f(n)$ 是有用信号, $n(n)$ 为噪声信号。通过小波变换分离出各尺度下的噪声分量作为自适应滤波器的输入信号 $D = [d_n, d_{n-1}, \dots, d_1]$, 其中 $d_i (i = 1, \dots, n)$ 为 Mallat 分解后得到的噪声分量,其滤波模型如图 2 所示。

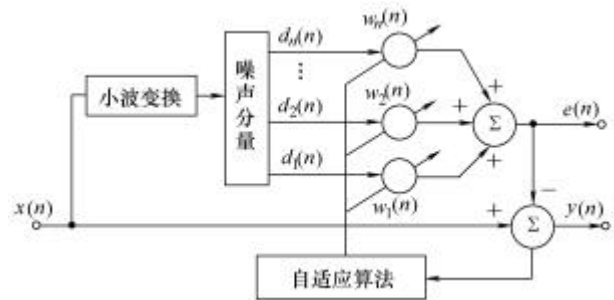


图 2 自适应滤波的小波模型

滤波器组的输出信号矢量 $e(n) = \mathbf{w}^T(n)D$ 与输入信号 $x(n)$ 间的误差信号为

$$y(n) = x(n) - e(n) = x(n) - w^T(n)D \quad (16)$$

根据 LMS 自适应算法，当方均误差 $E[y^2(n)] = \min$ 时，误差输出信号 $y(n)$ 将逼近有用信号 $f(n)$ ，同时实时地自动调节该时刻滤波器组的权系数 $w(n)$ ，这时

$$w(n+1) = w(n) + 2me(n) \quad (17)$$

式中 m 是步长因子，从而实现最优滤波。

4 模型验证与应用

4.1 模型验证

为了验证本研究所述滤波模型的正确性，选用了实测的电消耗信号(数据来自 Matlab 的 leleccum.mat 文件)加白噪声信号作为验证信号(如图 3a 所示)，分别用自适应滤波方法、小波滤波方法和本研究所述方法进行滤波，滤波结果分别如图 3b~3d 所示。从图 3 中可以看出，本方法较自适应滤波和小波滤波方法更佳。

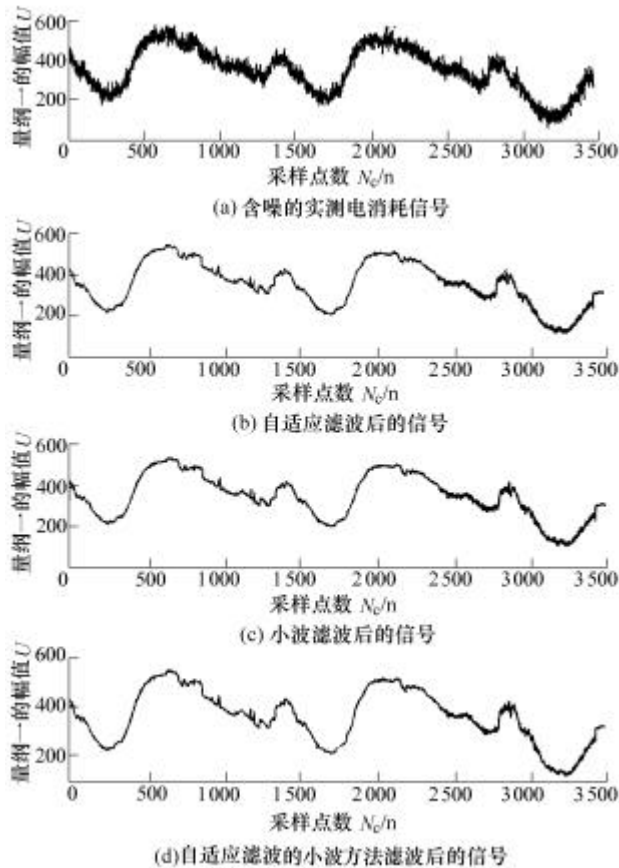


图 3 含噪实测电消耗信号与其滤波后的比较

4.2 应用实例

在生物医学信号采集过程中，常常含有多种噪声信号(肌电信号、工频干扰、基线漂移、电磁干扰和其他生理干扰信号等)，是典型的时变非平稳信

号，因此其滤波问题成为生物医学信号处理中的重要研究课题，选用实测的生物医学信号应用本方法进行验证与应用具有典型性和代表性。本方法选用了作者实测的心电信号(如图 4a 所示)，该信号含有多种噪声成分，分别应用自适应滤波方法、小波滤波方法和本方法进行滤波对比，其结果分别如图 4b~4d 所示。结果表明本方法具有更优的滤波性能。

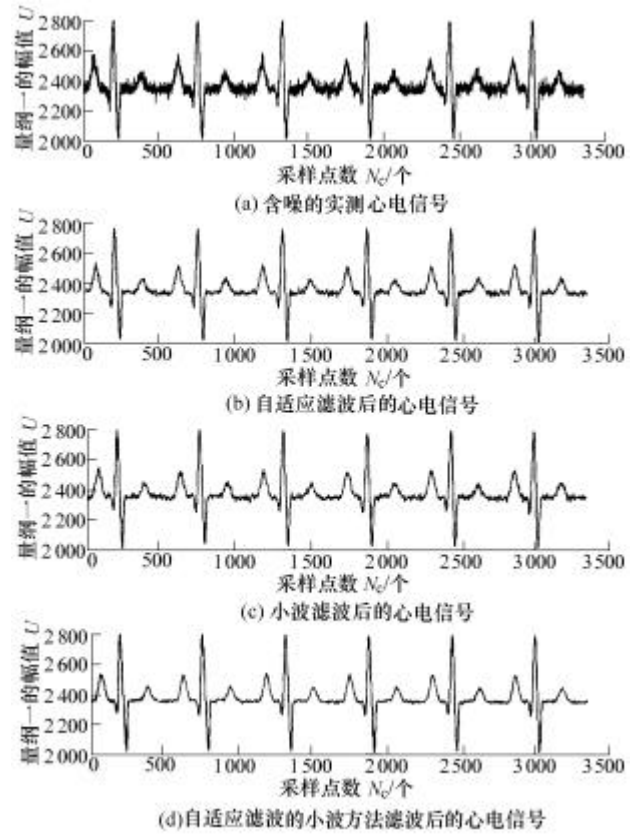


图 4 含噪心电信号与其滤波后的比较

为了更进一步验证方法的正确性和有效性，选用不同噪声干扰的实测心电信号进行多次分析验证，通过本滤波方法都能得到满意的滤波效果，图 5 显示了含有工频干扰和基线漂移的实测心电信号(图 5a 所示)和采用本方法滤波后的结果(图 5b 所示)。

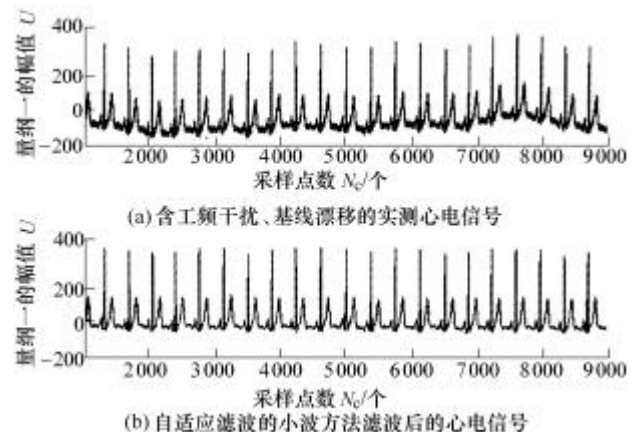


图 5 自适应滤波的小波方法对实测心电信号的滤波结果

5 结 论

采用自适应滤波的小波方法,对时变的非平稳信号滤波,具有以下一些特点。

(1) 能实现非平稳信号在同频段对噪声成分与有用信号的最佳估计,实现其信噪分离。

(2) 运用小波变换分离出来的噪声成分作为自适应滤波器的输入,用自适应滤波器组能实现多种噪声成分的自适应滤波,具有优良的滤波性能。

(3) 作为自适应方法可应用于通信、信号处理和工业控制等领域,如自适应均衡、自适应谱估计、自适应回波抵消、自适应控制、系统模拟与辨识和智能信息处理等。

(4) 采用了小波变换和自适应滤波方法,运算量相当大,要求高效的小波分解、重构方法和快速收敛且稳态均方误差较低的自适应算法。

参 考 文 献

- [1] MANOLAKIS D G. Statistical and adaptive signal processing[M]. New York : McGraw-Hill, 2003.
- [2] DONOHO D L. De-noising soft-thresholding[J]. IEEE Trans. on Information Theory, 1995, 51(3) : 613-627.
- [3] WIDROW B. Adaptive filters[C]//Aspect of Network and System Theory. KALMAN R E CIARIS N D ed. New York : Hoit Rinehart and winson, 1970 : 59-143.
- [4] HAYKIN S. Adaptive filter theory[M]. 4th edition. New York : Prentice-Hall, 2002.
- [5] JABLON N K. On the complexity of frequency-domain adaptive filtering[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1991, 39(10) : 2 331-2 335.
- [6] RAFAELY B, ELLION S J. A computationally efficient frequency-domain LMS algorithm with constrains on the adaptive filter[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2000, 48(6) : 373-383.
- [7] MALLAT S. A theory for multi-resolution decomposition

for the wavelet representation[J]. IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell, 1989, 11(7) : 674-685.

- [8] MALLAT S. Multi-frequency channel decomposition of the images and wavelet models[J]. IEEE Trans. Acoust. Speech. Sig. Proc, 1989, 37(12) : 2 091-2 110.

MODEL AND METHOD OF ADAPTIVE FILTERING WITH WAVELET TRANSFORMS FOR TRANSIENT SIGNAL

ZHU Hongjun

(College of Manufacturing Science and Engineering, Southwest University of Science and Technology, Mianyang 621010)

Abstract : The principle and method of the adaptive filter and the filtering with wavelet transform are analyzed, and the model and method of adaptive filtering with wavelet transforms for the transient signal is established. The separated noise of signal by the multi-scale decomposition of wavelet transforms, is the input signal of adaptive filter, and accordingly the optimal filtering method of signal-noise decomposition is realized. By the adaptive filter group based on the wavelet transform, the optimal filtering to the multi-noise of signal is achieved at the same time, and the method presented has the excellent filtering capability. Examples of application demonstrate that this method presented is excellent to realize the optimal estimate to the valuable signal and noise of the transient signal in the same frequency segment.

Key words : Adaptive filtering Wavelet transform
Filtering model

作者简介:朱洪俊,男,1964年出生,博士,副教授。主要从事工程信号处理与测试技术的理论与应用研究。

E-mail : zhu_hgjn@yahoo.com.cn