

# 波数域滤波迭代近场声全息\*

李卫兵 陈剑 毕传兴 陈心昭  
(合肥工业大学动态测试中心 合肥 230009)

**摘要:** 介绍了波数域滤波迭代近场声全息算法, 并对其对常规波数域滤波近场声全息的补偿作用进行了研究。从控制论的角度在理论上验证了这种算法的可行性和正确性, 并且数值仿真的结果和理论分析的结论具有很好的一致性。波数域滤波迭代近场声全息能有效地弥补常规波数域滤波近场声全息由于加窗而带来的能量泄露, 能准确地实现噪声源的定位。

**关键词:** 常规近场声全息 迭代近场声全息 波数域滤波

**中图分类号:** TB532 TB533

## 0 前言

近场声全息(NAH)通过记录声场中声源附近某一区域内二维全息面上的声学量, 如复声压、粒子振速或声强, 来重建三维空间内的声压场、粒子振速矢量场及声强矢量场。它既可以实现标量场到标量场、标量场到矢量场的变换, 也可以实现矢量场到标量场、矢量场到矢量场的变换; 既可以实现全息场的共形变换, 也可以实现全息场的非共形变换。全息技术的这些优良特性受到许多研究人员的关注, 从而使之成为声学研究领域的热点, 并且在国内外都取得许多重大成果<sup>[1~8]</sup>。

基于空间FFT的NAH是通过测量全息面(靠近声源面的一个几何面)上的复声压, 并对其做二维空间FFT变换获得全息面上的声压角谱(Angular spectrum), 然后乘上逆声压或逆振速算子以获得源面(比全息面更靠近声源面的几何面)上的声压角谱或振速角谱, 再对它们作二维空间FFT逆变换来重建源面上的声压或振速。同时也可以获得声场的其他特性, 如: 三维声强分布、辐射声功率以及远场特性等。但是高波数的逆声压和逆振速算子在NAH实施过程中会把测量误差、环境噪声和全息面上的复声压角谱一起放大成百上千倍, 这样会使得声场重建的精度降低, 甚至是重建过程的失败<sup>[1,2]</sup>。为了保证全息算法的稳定性与可靠性, 以及抗噪声干扰的能力, 普遍采取在空间域和K-Space(波数域)加滤波窗的方法。而由此带来的能量泄露使得重建的声学量与实际对应的声学量在幅值上存在一定的差距, 这给噪声源特性的判别带来了一些不便。下面

介绍一种波数域滤波迭代近场声全息算法, 从控制论的角度在理论上证明了这种算法的正确性和可行性, 并且详细地介绍了其实施过程。波数域滤波迭代近场声全息克服了常规波数域滤波近场声全息由于加窗而带来的能量泄露问题, 能准确地实现噪声源的定位及声源特性的判别。数值仿真的结果和理论分析的结论具有很好的一致性。

## 1 波数域滤波近场声全息原理

### 1.1 平面NAH的基本原理

设靠近声源或振动体表面(全息面)上测得的辐射场复声压为 $p_H(x, y, z_H)$ , 则有

$$p_H(x, y, z_H) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p_S(x', y', z_S) \times g(x-x', y-y', z_H-z_S) dx' dy' \quad (1)$$

$p_S(x', y', z_S)$ 为源面声压, 全息面与源面之间的距离为 $d = z_H - z_S$ ,  $g(x, y, z)$ 为格林函数

$$g(x, y, z) = -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial \beta} \exp[-i(kr)/r]_{\beta=z} \quad (2)$$

式中  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

定义二维空间FFT变换及其逆变换分别为

$$F(k_x, k_y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y, z) \times \exp[-i(k_x x + k_y y)] dx dy \quad (3)$$

$$f(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(k_x, k_y, z) \exp[i(k_x x + k_y y)] dk_x dk_y \quad (4)$$

由二维卷积定理, 对式(1)两边同时作二维空间FFT变换得

$$P_H(k_x, k_y, z_H) = P_S(k_x, k_y, z_S) G(k_x, k_y, z_H - z_S) \quad (5)$$

由Euler公式可得K-Space中全息面上的法向振速分布( $x$ 、 $y$ 向的振速按类似公式计算<sup>[1]</sup>)

\* 国家自然科学基金(50275044)、高等学校博士学科点基金(20020359005)和安徽省自然科学基金(00047418)资助项目。20040208收到初稿, 20040720收到修改稿

$$v_H(k_x, k_y, z_H) = k_z P_H(k_x, k_y, z_H) / \rho_0 c k \quad (6)$$

且

$$G(k_x, k_y, z_H - z_S) = \exp[ik_z(z_H - z_S)] \quad (7)$$

当  $k_x^2 + k_y^2 \leq k^2$  时,  $k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}$ , 代表的是平面传播波成分。

当  $k_x^2 + k_y^2 > k^2$  时,  $k_z = i\sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}$ , 代表的是幅值按指数规律迅速衰减的平面倏逝波成分。

式中  $k$  —— 声波波数,  $k = 2\pi/\lambda = 2\pi f/c = \omega/c$

$\rho_0$  —— 空气密度

$\lambda$  —— 声波波长

$f$  —— 声波频率

$c$  —— 空气中的声速

$\omega$  —— 声波角频率

$k_x, k_y$  —— 对应  $x$ 、 $y$  方向的空间频率

对式(5)进行解卷运算, 得到

$$P_S(k_x, k_y, z_S) = P_H(k_x, k_y, z_H) G^{-1}(k_x, k_y, z_S - z_H) \quad (8)$$

根据 Euler 公式同时可以得到 K-Space 中源面上的质点法向振速分布

$$v_S(k_x, k_y, z_S) = k_z P_S(k_x, k_y, z_S) / \rho_0 c k \quad (9)$$

对式(8)、(9)分别作二维空间 FFT 逆变换即可获得空间域中源面上的声压和法向振速分布, 从而实现了空间声场的近场全息变换。同时, 由式(3)~(6)也可在已知源面声压或振速分布的条件下来预测更远处的声压和振速分布, 从而可实现声场的预报。

## 1.2 波数域滤波和 $G^{-1}$ 算子

声全息重建公式(8)中的  $G^{-1}(k_x, k_y, z_S - z_H)$  称为重建算子或  $G^{-1}$  算子。

$$G^{-1}(k_x, k_y, z_S - z_H) = \exp[ik_z(z_S - z_H)] \quad (10)$$

当  $k_x^2 + k_y^2 \leq k^2$  时, 源面角谱  $P_S(k_x, k_y, z_S)$  与全息面角谱  $P_H(k_x, k_y, z_H)$  间仅存在相位上的差别。

当  $k_x^2 + k_y^2 > k^2$  时, 从源面角谱  $P_S(k_x, k_y, z_S)$  到全息面角谱  $P_H(k_x, k_y, z_H)$ , 幅值上经历了指数  $\exp\left[\sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}(z_H - z_S)\right]$  倍的衰减。同理, 当由全息面角谱  $P_H(k_x, k_y, z_H)$  反演源面角谱  $P_S(k_x, k_y, z_S)$  时, 在幅值上会有指数倍的放大。

特别当  $k_z = ik'_z = i\sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}$ , 且  $k_x^2 + k_y^2 \gg k^2$  时, 有

$$k'_z = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2} \approx \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$$

$$k_z = ik'_z = i\sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2} \approx i\sqrt{k_x^2 + k_y^2}$$

则  $G^{-1}$  算子

$$G^{-1}(k_x, k_y, z_S - z_H) \approx \exp\left[\sqrt{k_x^2 + k_y^2}(z_H - z_S)\right]$$

当声波数  $k$  不大时, 设  $d = z_H - z_S = 0.05 \text{ m}$ ,  $\sqrt{k_x^2 + k_y^2} = 110$ , 则

$$G^{-1}(k_x, k_y, z_S - z_H) \approx 250$$

即, 高波数的  $G^{-1}$  算子 ( $k_x^2 + k_y^2 > k^2$  时的  $G^{-1}$  算子) 对全息面声压角谱具有指数倍的放大作用。

在全息面复声压测量过程中, 连续的、无限孔径的声压测量是不可能实现的; 而离散的、有限的测量孔径都会使全息面上的声压角谱中出现高波数成分(测量孔径边缘是高波数成分集中的区域), 同时声压测量过程的环境噪声、测量仪器自身的误差都是必然存在的, 这样在全息重建过程中, 这些噪声、随机误差和全息面声压角谱都会被高波数  $G^{-1}$  算子成指数倍的放大。所以全息面上的微小噪声和随机误差都会对全息重建结果造成很大影响, 这就是声学逆问题的不稳定性。为了抑制声学逆问题的不稳定性, 通常采取在空间域或者 K-Space 加滤波窗的方法。

参考文献[2]提出了一种简单、实用的 K-Space 滤波窗, 它在截止波数  $k_c$  处采取平滑处理。

当  $\sqrt{k_x^2 + k_y^2} \leq k^2$  时, 其滤波函数为

$$W(k_x, k_y) = 1 - 0.5 \exp\left[-(\sqrt{k_x^2 + k_y^2}/k_c)/\alpha\right] \quad (11)$$

当  $\sqrt{k_x^2 + k_y^2} > k^2$  时, 其滤波函数为

$$W(k_x, k_y) = 0.5 \exp\left[(1 - \sqrt{k_x^2 + k_y^2}/k_c)/\alpha\right] \quad (12)$$

式中  $\alpha$  —— 窗函数的陡峭系数

$k_c$  —— 滤波窗的截止频率, 其经验取值为

$$k_c = 0.6\pi/a$$

$a$  —— 采样点间的距离

这样, 滤波以后就会损失许多携带声场细节信息的高波数成分<sup>[9]</sup>, 造成能量泄漏问题, 给后期的声源定位及声场辐射特性的分析带来不便。为了克服上述问题, 下面介绍波数域滤波迭代近场声全息理论。

## 2 波数域滤波迭代近场声全息理论

将式(1)表示成卷积形式可得

$$p_H(x, y, z_H) = p_S(x, y, z_S) * g(x, y, z) \quad (13)$$

全息重建的目的就是求出式(13)中的重建声压

$p_S(x, y, z_S)$ 。常规波数域滤波近场声全息采取 FFT 解卷不可避免地出现以上讨论的高波数  $G^{-1}$  算子对噪声、随机误差的放大作用。而波数域滤波迭代近场声全息通过递归循环修正  $p_S(x, y, z_S)$ ，使得由式(13)计算得到的全息面声压与全息面上的测量声压间的误差达到要求的精度，此时的  $p_S(x, y, z_S)$  就是达到重建精度的源面重建声压<sup>[9]</sup>。其具体的迭代过程是，在第  $n$  次迭代过程中，用残余声场

$$R_n = p_H(x, y, z_H) - g(x, y, z) * p_S^n(x, y, z_S) \quad (14)$$

和反馈算子  $S$  来修正第  $n$  次迭代过程中的试验源面声压  $p_S^n(x, y, z_S)$ ，并将其当做第  $n+1$  次迭代的试验源面声压  $p_S^{n+1}(x, y, z_S)$ ，即

$$p_S^{n+1}(x, y, z_S) = p_S^n(x, y, z_S) + S * R_n \quad (15)$$

对式(15)两边同时作二维空间 FFT 变换得

$$P_S^{n+1}(k_x, k_y, z_S) = P_S^n(k_x, k_y, z_S) + \mathcal{G} \{ P_H(k_x, k_y, z_H) - G(k_x, k_y, z_H - z_S) P_S^n(k_x, k_y, z_S) \} \quad (16)$$

整理得

$$P_S^{n+1}(k_x, k_y, z_S) = [1 - \mathcal{G} \{ G(k_x, k_y, z_H - z_S) \}] * P_S^n(k_x, k_y, z_S) + \mathcal{G} \{ P_H(k_x, k_y, z_H) \} \quad (17)$$

式中  $P_S^{n+1}(k_x, k_y, z_S) = \text{FFT}[p_S^{n+1}(x, y, z_S)]$

$$P_S^n(k_x, k_y, z_S) = \text{FFT}[p_S^n(x, y, z_S)]$$

$$\mathcal{G} = \text{FFT}[S]$$

FFT——二维空间 FFT 变换运算符

当完成  $N$  次迭代过程后，对  $P_S^N(k_x, k_y, z_S)$  作二维空间逆 FFT 变换得到  $p_S^N(x, y, z_S)$  并代入式(14)，若此时的残余声场  $R_N$  达到了重建过程要求的计算精度，则  $p_S^N(x, y, z_S)$  即为所求的达到精度要求的重建面声压。

这样，通过迭代过程就把数值运算病态稳定的逆过程转化为向前辐射的正过程，避免了直接解卷带来的高波数  $G^{-1}$  算子对噪声、随机误差的放大作用。但和一般的迭代过程的一样，必须有原始输入来启动迭代过程。在此波数域滤波迭代近场声全息中，声场的原始估计(启动迭代的原始输入  $P_S^1(k_x, k_y, z_S)$ <sup>[10]</sup>)采用常规波数域滤波近场声全息的重建结果。迭代波数域滤波迭代近场声全息的实施框图如图 1 所示。

常规波数域滤波近场声全息、波数域滤波迭代近场声全息的重建结果为分别为  $p_S(x, y, z_S)$ 、 $p_S^D(x, y, z_S)$ 。

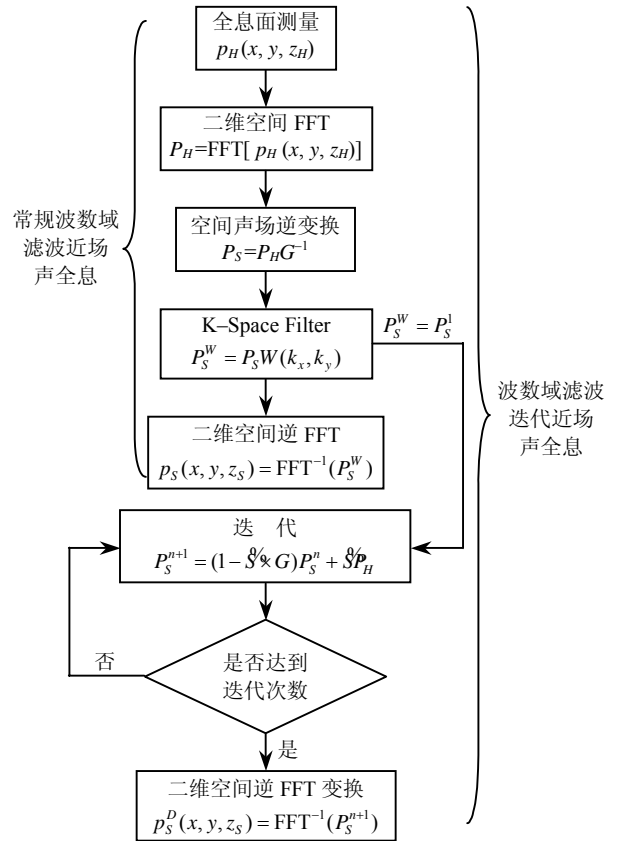


图 1 波数域滤波迭代近场声全息的实施框图

根据式(17)可建立迭代算法的控制系统模型如图 2 所示。

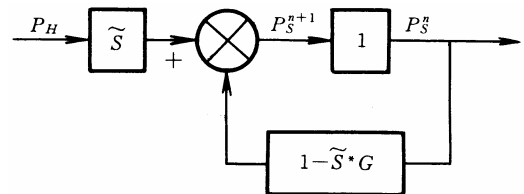


图 2 迭代算法的控制系统框图

为了保证迭代算法的数值稳定性和收敛性，根据系统控制论，反馈环节的开环传递函数必须满足

$$|1 - \mathcal{G} * G| < 1 \quad (18)$$

否则，随着迭代次数的不断增加， $P_S^{n+1}$  越来越大并呈发散趋势。此时按照上述的波数域滤波迭代近场声全息实施过程不可能准确地重建源面上的声压。

选择满足式(18)的  $\mathcal{G}$  为 Wiener 滤波窗函数，其表达式如下<sup>[10]</sup>

$$\mathcal{G} = \frac{G^*}{|G|^2 + \varepsilon |G_{\max}|^2} \quad (19)$$

式中  $G^*$  ——  $G(k_x, k_y, z_H - z_S)$  的共轭复数

$\varepsilon$  ——噪声参数

当迭代算法满足式(18)的约束条件时，K-Space

残余声场  $\hat{R}_n^0$  可由对式(14)空间域残余声场作空间二维 FFT 变换得到

$$\hat{R}_n^0 = P_H(k_x, k_y, z_H) - G(k_x, k_y, z_H - z_S) P_S^n(k_x, k_y, z_S) \quad (20)$$

随着迭代次数的增加,  $\hat{R}_n^0$  逐渐趋近于零, 即

$$P_H(k_x, k_y, z_H) = G(k_x, k_y, z_H - z_S) P_S^n(k_x, k_y, z_S) \quad (21)$$

代入式(16)中得

$$P_S^{n+1}(k_x, k_y, z_S) = P_S^n(k_x, k_y, z_S) \quad (22)$$

$P_S^{n+1}(k_x, k_y, z_S)$  即是波数域滤波迭代近场声全息的重建结果, 并且由式(20)可推出  $P_S^{n+1}(k_x, k_y, z_S)$  满足

$$P_S^{n+1}(k_x, k_y, z_S) = P_S^n(k_x, k_y, z_S) = G^{-1}(k_x, k_y, z_S - z_H) P_H(k_x, k_y, z_H) \quad (23)$$

与由式(13)通过 FFT 解卷得到的理论值是相同的。并且从理论上讲, 迭代次数越多重建的精度越高。

### 3 算例和仿真

如图 3 所示, 两脉动球源的空间位置分别为  $S_1 = (0, -0.1 \text{ m}, 0)$  和  $S_2 = (0, 0.1 \text{ m}, 0)$ ; 两脉动球的振动相位相同, 半径均为  $0.05 \text{ m}$ ; 虚源面  $z_S = 0.05 \text{ m}$ , 全息面  $z_H = 0.1 \text{ m}$ ;  $x$ 、 $y$  方向上的采样间距均为  $a = 0.05 \text{ m}$ , 全息面面积为  $2 \text{ m} \times 2 \text{ m}$ 。则常规波数域滤波近场声全息滤波函数的截止频率的经验取值为  $k_c = 0.6\pi/a = 37.6991$ 。仿真中全息面上的测量声压用其理论值代替, 所以仿真过程中噪声参数对仿真结果的影响不大。但实际过程中, 噪声参数的选择要根据测试系统的信噪比并依据 Wiener 滤波器噪声参数的选择准则。

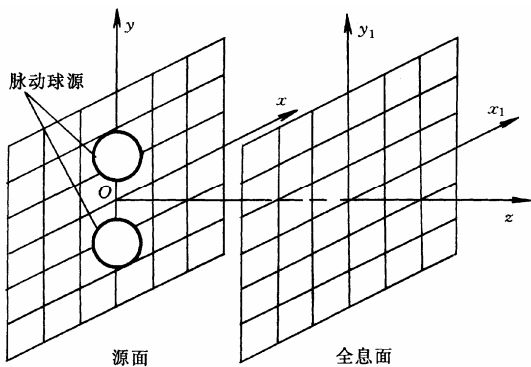


图 3 脉动球源、源面、全息面之间的空间位置示意图

(1) 仿真 1: 迭代算法的补偿作用。脉动球的振动频率  $f = 50 \text{ Hz}$ 。当  $\varepsilon = 0.1$ , 迭代次数  $N = 50$  时,

如图 4 所示, 源面(虚源面)上迭代后的声压重建幅值和理论声压幅值基本相等, 而用常规波数域滤波近场声全息技术重建的声压幅值却比理论值小了将近 20%。也就是说采取迭代算法后的波数域滤波近场声全息对源面的理论声压幅值具有更好的跟踪效果, 能更准确地重建虚源面上的声压及其他声学量。

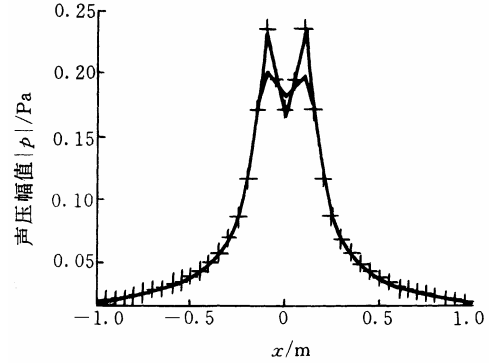


图 4 源面  $x$  轴上的声压幅值

— 常规波数域滤波近场声全息重建值  
 · — 波数域滤波迭代近场声全息重建值 + —— 理论值

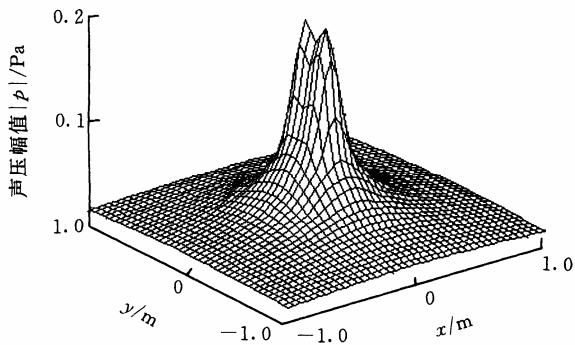
图 5a、b、c 所示分别为未迭代(常规)波数域滤波近场声全息、波数域滤波迭代近场声全息重建的源面声压幅值和源面理论声压幅值。

不难发现: 从常规波数域滤波近场声全息重建的声压幅值图已经不能明显地区别两脉动球源, 这势必给声源定位带来不便; 而波数域滤波迭代近场声全重建的声压幅值和理论声压幅值基本相符, 并且可以很方便、准确地分辨两脉动球源, 实现声源的定位。

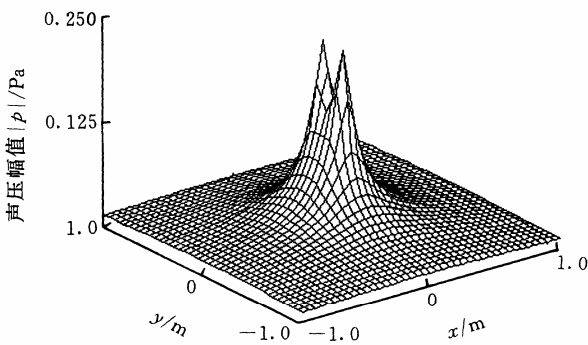
(2) 仿真 2: 迭代次数对补偿效果的影响。脉动球的振动频率  $f = 50 \text{ Hz}$ ,  $\varepsilon = 0.1$ , 迭代次数  $N$  分别为 5、30 和 50。如图 6 所示, 随着迭代次数的增加, 波数域滤波迭代近场声全息重建的声压值越来越逼近理论的声压幅值。在实际应用中, 迭代次数的选择往往要兼顾重建效果和计算时间。并且比较迭代次数为 30 和 50 时的重建效果不难发现, 当迭代次数达到一定后再增加迭代次数对重建结果的影响就不是很明显了。

(3) 仿真 3: 频率对补偿效果的影响。脉动球的振动频率分别为  $f = 250 \text{ Hz}$ 、 $f = 450 \text{ Hz}$ ,  $\varepsilon = 0.1$ , 迭代次数  $N = 50$ , 波数域滤波迭代近场声全息的重建结果分别如图 7a、b 所示。对比仿真 1 的图可以发现, 迭代相同的次数, 但随着频率的升高重建效果下降了。这与 NAH 的基本原理是相符的: 随着频率的提高, 波长降低了。在源面与全息面的距离一定的情况下, 到达全息面的包含声场细节信息的倏

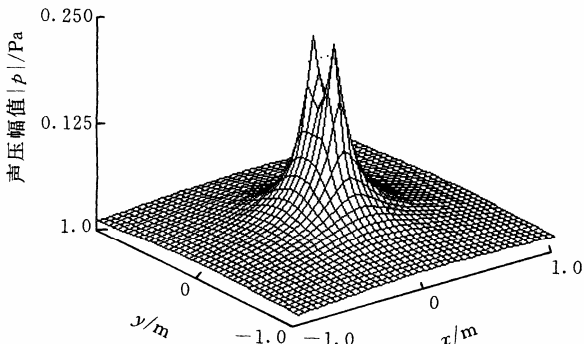
逝波成分减少, 所以出现这种现象。而且可以预测: 随着频率的无限增大, 无论多少次的迭代都不可能完全准确地重建源面上的声学量。



(a) 常规波数域滤波近场声全息重建值



(b) 波数域滤波迭代近场声全息重建值



(c) 理论值

图 5 重建面声压幅值

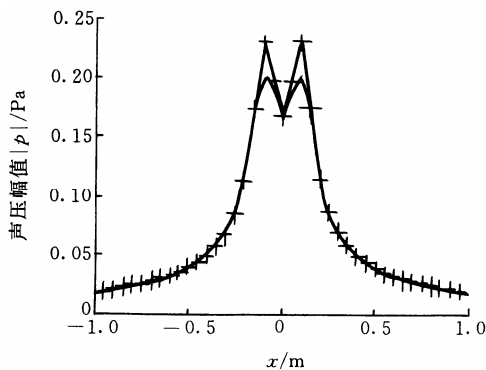
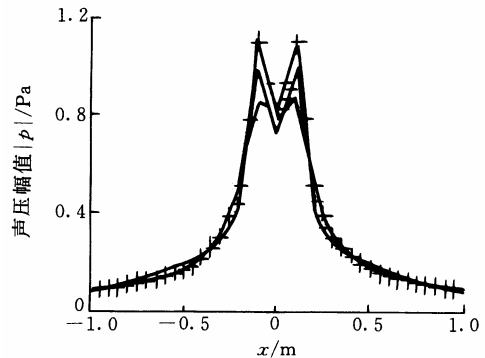
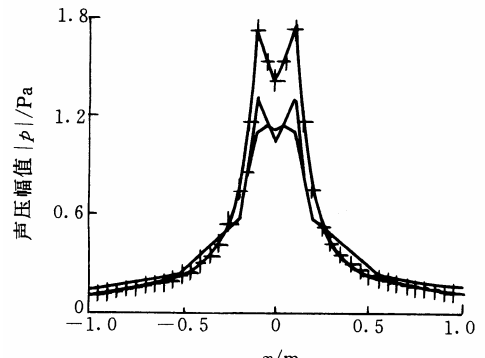


图 6 迭代次数对迭代效果的影响

+ ——  $N=50$    • ——  $N=30$    - ——  $N=5$



(a)  $f=250$  Hz



(b)  $f=450$  Hz

图 7 频率对迭代效果的影响

— 常规波数域滤波近场声全息重建值

• —— 波数域滤波迭代近场声全息重建值 + —— 理论值

## 4 结论

(1) 波数域滤波迭代近场声全息比常规的、未迭代的波数域滤波近场声全息能更准确地跟踪实际的需重建的声学量, 能方便地实现对未迭代的波数域滤波近场声全息的补偿作用, 并且有利于准确地实现声源定位, 这在噪声的治理和防治过程中具有非常重要的实际应用价值, 有着非常广阔的工程应用前景。

(2) 虽然波数域滤波迭代近场声全息在噪声参数的选择上需要考虑测试系统的信噪比、测试保留环境噪声和测量误差, 但是作为常规波数域滤波近场声全息的一种有利补充, 其在某些必要的场合下是具有事半功倍之功效。

(3) 迭代运算带来的运算时间的增加对于当前计算机的运算速度而言是很短的。而且随着计算机运算速度的不断加快, 由迭代算法带来的计算时间的增加几乎是可以忽略的。

## 参 考 文 献

1 Maynad J D, Williamas E G, Lee Y. Nearfield acoustic holography I: theory of generalized holography and

- development of NAH. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1985, 78(4): 1 395~1 413
- 2 Veronesi W A, Maynard J D. Nearfield acoustic holography II: nearfield reconstruction algorithms and computer implementation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1987, 81(5): 1 307~1 322
- 3 Veronesi W A, Maynard J D. Digital holographic reconstruction of source with arbitrarily shaped surfaces. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1989, 85(2): 588~598
- 4 Loyau T, Pascal J C. Broadband acoustic holography reconstruction from acoustic intensity measurement I: principle of the method. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1988, 84(5): 1 744~1 750
- 5 Kown H S, Kim Y H. Minimization of bias error due to windows in planar acoustic holography using a minimum error window. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1995, 98(4): 2 104~2 111
- 6 Nam K U, Kim Y H. Errors due to sensor and position mismatch in planar acoustic holography. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1999, 106(4): 1 655~1 665
- 7 于飞, 陈剑, 周广林, 等. 噪声源识别的近场声全息方法与数值仿真分析. *振动工程学报*, 2003, 16(3): 339~343
- 8 毕传兴, 陈剑, 陈心昭, 等. 分布源边界点法在声场全息重建和预测中的应用. *机械工程学报*, 2003, 39(8): 81~85
- 9 Bai M R. Acoustical source characterization by using recursive Wiener filtering. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1995, 97(5): 2 657~2 663
- 10 Grätz P. Visualization of sound fields using near-field acoustical holography. <http://www.electronicletters.com/papers/2003/0009/paper.asp>

## ITERATIVE NEAR-FIELD ACOUSTIC HOLOGRAPHY WITH K-SPACE FILTER

*Li Weibing Chen Jian Bi Chuanxing  
Chen Xinzhao*

*(Dynamic Measuring Center, Hefei University of  
Technology, Hefei 230009)*

**Abstract:** Iterative NAH (Near-field acoustic holography) with K-space filter is introduced into compensating the normal K-space filtering NAH for the energy loss, which caused by the filtering with K-space filter. The validity and feasibility is proved by the cybernetics, and that is also proved by the results of the numerical simulations. Iterative NAH with K-space filter can overcome the energy loss caused by K-space filtering in normal K-space filtering NAH and correctly identify and localize the sound sources.

**Key words:** Normal near-field acoustic holography  
Iterative near-field acoustic holography  
K-space filtering

**作者简介:** 李卫兵, 男, 1979 年出生, 博士研究生。主要从事信号处理和声全息方面的研究, 参加了国家自然科学基金项目等多项科研课题的研究。

E-mail: hf\_lwb@sina.com