

DOI: 10.3901/JME.2010.21.069

# 机床动力学建模的拓展传递矩阵法\*

吴文镜 刘 强

(北京航空航天大学机械工程及自动化学院 北京 100191)

**摘要:** 针对现代高性能数控机床动力学建模与优化问题, 提出一种适合机床动态分析的拓展传递矩阵法, 该方法将机械系统划分为刚体、柔体和结合面三类元件, 并以矩阵的形式给出元件数学模型。而整机的动力学模型则是由这三类元件组成的复杂网络, 应用状态矢量传递思想对元件网络进行整合, 最终得到用一个高维矩阵表示的整机模型, 求解该高维矩阵能够方便地得到整机的动态特性。最后应用该建模方法对数控机床中一种直线电动机驱动进给功能部件进行动力学建模与分析, 给出该功能部件频响函数的仿真与试验对比, 并作了相应的分析。分析表明该方法对于数控机床整机的建模、动态特性分析具有很好的建模精度。该方法简化机床动力学的建模过程, 更适用于工程应用。

**关键词:** 数控机床 动力学 高维矩阵 传递矩阵法

**中图分类号:** TH113.1

## Extended Transfer Matrix Method for Dynamic Modeling of Machine Tools

WU Wenjing LIU Qiang

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beihang University, Beijing 100191)

**Abstract:** An extended transfer matrix method (E-TMM) which is fit for dynamic analysis is proposed to meet the demand of dynamic modeling and optimization of high-performance machine tools. In E-TMM a mechanical system is divided into three types of element, rigid body, flexible body and joint. And the model of each element is described by a matrix. Thus the whole machine can be described by a complicated network of elements. By using the idea of state vector transmission, the network of elements can be deduced into a higher dimensional matrix, which is the model of the whole machine. It is convenient to get the dynamic characters of the whole machine by solving the higher dimensional matrix. As an instantiate, a linear motor driving feed unit used in machine tools is modeled by using the proposed method. Experiment verifications in frequency response functions are carried out, which indicates that the E-TMM is valid with enough accuracy in the dynamic analysis. The E-TMM simplifies the dynamic modeling process of machine tools, and it is more appropriate for engineering applications.

**Key words:** NC machine tools Dynamics Higher dimensional matrix Transfer matrix method

## 0 前言

为了不断满足数控加工过程工件材料、零件几何形状、加工精度和表面质量等方面的新要求, 综合高速、高精度的高性能数控机床受到了高度重视, 并已成为数控机床发展的一个新趋势。特别是使用了直线电动机驱动技术后, 现代数控机床最大速度可达 60~300 m/min, 最大加速度可达 2~10 g, 精度可达 0.5  $\mu\text{m}$  或更高<sup>[1]</sup>。

随着数控机床性能的不不断提升, 机床的动力学

建模与分析技术显得尤为重要。机床的运动部件在高速运动情况下, 主运动方向上往往耦合了各个方向上的微小振动, 运动构件往往不再是理想刚体, 直线导轨、圆轴承、螺栓连接等约束也不再是理想约束<sup>[2]</sup>。此时机床的动态特性主要受零件本身固有属性如质量、转动惯量、固有模态等、各零件的分布方式以及结合面特性等因素的影响。

对于数控机床这种耦合了各种结合面特性的多刚/柔体系统, 传统的建模方法已经不足以描述其动态特性。近 40 年来, 国内外专家学者不懈努力, 不断创造性地提出和改进各种多体系统动力学方法, 如 Wittenburg 方法<sup>[3]</sup>、Schiehlen 方法<sup>[4]</sup>、Kane 方法<sup>[5-7]</sup>等方法, 为解决机械系统动力学问题提供了多种有效的计算方法。有限元、边界元等理论的发

\* 国家科技支撑计划(2006BAF01B09)和教育部博士学科点专项科研基金(200800060010)资助项目。20091127 收到初稿, 20100611 收到修改稿

展,实现了结构分析程式化,为解决复杂结构力学问题提供了强有力的工具。文献[8-9]分别推导出了三杆混联数控机床的动力学模型和一种混联支路并联机器人的动力学模型,解析推导过程复杂繁琐,而且各约束均作为理想约束来考虑。文献[10]借助多体动力学软件 ADAMS 建立了某型导弹发射装置刚柔耦合动力学模型,该方法对于柔性部件的建模与处理能力比较有限,而且系统稍复杂,仿真分析便很难进行。南京理工大学的芮筱亭等<sup>[11]</sup>应用传递矩阵法成功地解决了发射动力学中的工程分析问题。文献[2]提出了一种“宽频多模态运动耦合建模方法”,成功地描述了一类电子封装领域高性能运动系统的多变量、非线性和强耦合等特性。

本文基于“宽频多模态运动耦合建模方法”以及经典传递矩阵法中的状态矢量“传递”的思想,提出一种适合于高性能数控机床的动态分析的拓展传递矩阵法,应用该建模方法进行了一种直线电动机驱动进给功能部件的动力学分析,并给出了相应的分析结果。

## 1 拓展传递矩阵法建模思想

拓展传递矩阵法主要将经典传递矩阵法中的元件进行拓展(图 1),创建适合于现代数控机床动力学建模的主要元素,包括空间振动刚体元件、柔体元件和结合面元件。其中柔体元件包括三维 Timoshenko 梁元件和有限元自由度缩减元件。三维 Timoshenko 梁元件主要用于对铣刀等刀具的建模。有限元自由度缩减元件可用于任何需要柔性化零件的建模,其矩阵的规模与选取的主自由度数一致。同时元件自由度也由传统的一维、二维运动拓展为空间 6 维运动。

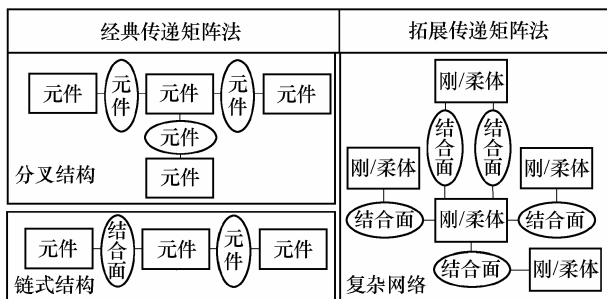


图 1 模型简化形式

在实际建模时,数控机床的机械系统便可简化为由空间振动刚体元件、柔体元件和结合面元件这三类元件组合,根据对象特点可将这些不同元件组合成的链式结构、分叉结构或复杂网络。与经典传

递矩阵不同的是,拓展传递矩阵法建模过程中模型简化形式往往是一个复杂的网络结构,而且元件模型的传递矩阵及系统传递矩阵的维数显著增加。这样构成的复杂网络模型更能反映现代数控机床的宽频多模态特性、刚柔耦合特性、多坐标运动耦合特性等。

拓展传递矩阵法把各个元件进行统一的定义与建模,即将元件模型两端的的状态变量进行统一规范,其中元件间的状态矢量维数均为  $12 \times 1$ ,包括 6 个位置矢量与 6 个力矢量,可以描述系统中所有刚/柔体空间 6 个方向上的动态特性。元件的数学模型以一个或多个矩阵的形式给出。在进行机械系统的整体建模时,将各个元件的数学模型以一定的方式进行整合,即可很方便获得机械系统以高阶矩阵描述的动力学模型,最后可以根据机械系统的边界条件求解系统的动力学特性,进而可以方便的对机械系统进行动力学优化及动态设计。

## 2 元件及系统数学模型

### 2.1 结合面元件

为了能够对机械系统进行系统化建模,将结合面包括导轨、螺栓连接、圆轴承等的等效动力学模型进行统一定义。作用在两刚/柔体之间的结合面元件统一的等效动力学模型如图 2 所示,其作用点与反作用点分别位于刚/柔体 1 与刚体 2 的点  $I$ 、点  $O$ 。

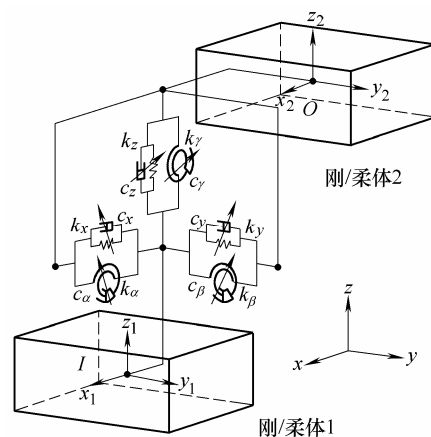


图 2 结合面元件的定义

一个结合面承受的动力力可以有 6 种不同的形式,即 6 自由度上的广义力:  $x$ 、 $y$ 、 $z$  三个方向上的动力力及绕  $x$ 、 $y$ 、 $z$  三个方向上的力矩。实际的结合面上承受其中一种或几种力的组合,也可以根据需要一个或者多个该元件的组合。元件各个方向上的等效刚度和等效阻尼系数分别为

$$\mathbf{k} = (k_x \ k_y \ k_z \ k_\alpha \ k_\beta \ k_\gamma)^T$$

$$\mathbf{c} = (c_x \ c_y \ c_z \ c_\alpha \ c_\beta \ c_\gamma)^T$$

式中  $k_x, k_y, k_z$ —— $x, y, z$  方向上的等效刚度  
 $k_\alpha, k_\beta, k_\gamma$ ——绕  $x, y, z$  方向等效扭转刚度  
 $c_x, c_y, c_z$ —— $x, y, z$  方向上的等效阻尼  
 $c_\alpha, c_\beta, c_\gamma$ ——绕  $x, y, z$  方向等效扭转阻尼  
 当结合面作为线性元件时  $\mathbf{k}, \mathbf{c}$  取常量；当结合面作为非线性元件时  $\mathbf{k}, \mathbf{c}$  取变量。

输入点  $I$  输出点  $O$  状态矢量在模态坐标状态矢量为

$$\mathbf{Z}_I = (X \ Y \ Z \ A \ B \ G \ F_x \ F_y \ F_z \ T_x \ T_y \ T_z)_I^T$$

$$\mathbf{Z}_O = (X \ Y \ Z \ A \ B \ G \ F_x \ F_y \ F_z \ T_x \ T_y \ T_z)_O^T$$

式中  $X, Y, Z$ —— $x, y, z$  方向位置变量  
 $A, B, G$ ——绕  $x, y, z$  方向角度变量  
 $F_x, F_y, F_z$ —— $x, y, z$  方向力变量  
 $T_x, T_y, T_z$ —— $x, y, z$  方向力矩变量  
 根据力平衡方程可得结合面元件数学模型如下

$$\mathbf{Z}_O = \mathbf{T}_K \mathbf{Z}_I \quad (1)$$

式中  $\mathbf{T}_K = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{6 \times 6} & \mathbf{k} \\ \mathbf{O}_{6 \times 6} & \mathbf{I}_{6 \times 6} \end{pmatrix}$

$$\mathbf{k} = \text{diag} \left( \begin{array}{ccc} \frac{-1}{k_x + j\omega c_x} & \frac{-1}{k_y + j\omega c_y} & \frac{-1}{k_z + j\omega c_z} \\ \frac{-1}{k_\alpha + j\omega c_\alpha} & \frac{-1}{k_\beta + j\omega c_\beta} & \frac{-1}{k_\gamma + j\omega c_\gamma} \end{array} \right)$$

若考虑结合面非线性，则式(1)中的等效刚度和阻尼将不再是常数，往往是法向面压、位移、振动频率、结合面介质等因素的函数<sup>[12]</sup>，此时将结合面传递矩阵写为  $\mathbf{T}_K = f(\mathbf{Z}, \omega)$ ，即结合面传递矩阵是状态变量与激振频率的函数。如果先前能获知各结合面的非线性特性或数值变化规律，便可获知  $\mathbf{T}_K$  的变化规律。由于本方法最终的求解采用数值解法，在求解的过程中可根据每一步的状态变量的数值变化实时修正  $\mathbf{T}_K$  的取值来充分考察结合面非线性对系统动态特性的影响。

### 2.2 空间振动刚体元件

如图 3 所示，一端输入一端输出空间振动刚体，质量为  $m$ ，在以输入点  $I$  为坐标原点的连体系中，刚体相对于  $I$  点的惯量矩阵为  $\mathbf{J}_I$ ，输出点  $O$  的坐标为  $(a_1, a_2, a_3)$ ，质心  $C$  的坐标为  $(c_1, c_2, c_3)$ 。

定义输入输出点模态坐标下状态矢量为

$$\mathbf{Z}_I = (X \ Y \ Z \ A \ B \ G \ F_x \ F_y \ F_z \ T_x \ T_y \ T_z)_I^T$$

$$\mathbf{Z}_O = (X \ Y \ Z \ A \ B \ G \ F_x \ F_y \ F_z \ T_x \ T_y \ T_z)_O^T$$

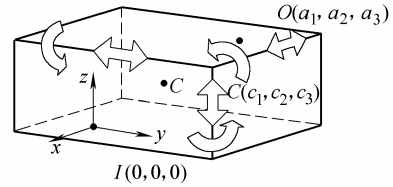


图 3 单输入单输出空间振动刚体元件的定义

由质心运动定理和相对于质心的动量矩定理，并注意小角度振动，略去高阶小量，可得一端输入一端输出空间振动刚体数学模型如下

$$\mathbf{Z}_O = \mathbf{T}_R \mathbf{Z}_I \quad (2)$$

$$\mathbf{T}_R = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_3 & -\mathbf{P}_{IO} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ m\omega^2 \mathbf{I}_3 & -m\omega^2 \mathbf{P}_{IC} & \mathbf{I}_3 & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ m\omega^2 \mathbf{P}_{CO} & -\omega^2 (m\mathbf{P}_{IO} \mathbf{P}_{IC} + \mathbf{J}_I) & \mathbf{P}_{IO} & \mathbf{I}_3 \end{pmatrix}$$

$\mathbf{P}_{IO}$  是输出点相对于输入点位置矢量的坐标方阵， $\mathbf{P}_{IC}$  为质心相对于输入点位置矢量的坐标方阵。

空间振动刚体模型可以根据需要用类似的方法可以得到单输入多输出、多输入单输出以及多输入多输出模型，此时元件两端的状态变量稍有改变。

### 2.3 柔性体元件

#### 2.3.1 三维 Timoshenko 梁传递矩阵

Timoshenko 梁理论同时考虑了梁的弯曲变形引起的转动惯量和梁的剪切变形，这个理论大大改善了以往的梁的动力学理论。它使梁在模态阶数不是很高时，在梁即使不是细长的情况下，其动力参数的精度也得到了很好的改善，因此机床刀具常常用 Timoshenko 梁进行建模与分析。

根据刀具特点，假设梁只有横向振动，不考虑其纵向振动及扭转振动，设 Timoshenko 梁轴线沿  $x$  方向。

如图 4 所示，为 Timoshenko 梁微元在平面  $Oxy$  与平面  $Oxz$  内的投影视图，根据力、力矩平衡方程、梁弯曲的本构方程以及剪力引起的梁变形方程，可求得三维 Timoshenko 梁的数学模型(由于  $\mathbf{T}_{Ti}$  表达式比较复杂，此处省略)。

$$\mathbf{Z}_O = \mathbf{T}_{Ti} \mathbf{Z}_I \quad (3)$$

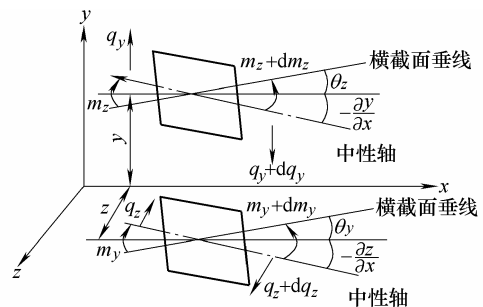


图 4 Timoshenko 梁微元

### 2.3.2 有限元自由度缩减元件

对于数控机床中其他柔性零件,用有限元自由度缩减元件来描述。实际机械结构在工作状态下,只有少数低阶模态起作用,这已被大量工程试验所证实,因此在对机械结构动态性能进行分析计算时,只要在满足工程精度范围内,求出少数低阶模态即可<sup>[13]</sup>。

在求解有限元自由度缩减元件的数学模型时,应用现有的通用有限元软件如 ANSYS、Nastran 等,可根据需求选择不同的自由度凝聚方法,如 Guyan 静态凝聚法、Mario 动态凝聚法或模态凝聚法,得到自由度缩减模型的刚度、质量和阻尼矩阵。

根据刚度、质量和阻尼矩阵在模态坐标下有

$$(-m\omega^2 + jc\omega + k)Q = F \quad (4)$$

式中  $m$ ——缩减质量矩阵

$c$ ——缩减阻尼矩阵

$k$ ——缩减刚度矩阵

$Q$ ——柔体坐标矢量

$F$ ——作用于柔体的力矢量

令输入输出状态矢量为  $Z_I, Z_O$ , 则

$$T_F(E_1 Z_I + E_2 Z_O) = E_3 Z_I + E_4 Z_O \quad (5)$$

式中,  $T_F = -m\omega^2 + jc\omega + k$ ,  $E_1, E_2, E_3, E_4$  为常量调整矩阵。

这样便得到了用主自由度表示的有限元模型,这种凝聚得到的新模型仍为物理模型,凝聚质量和刚度仍为等效的物理参数,应用比较方便。

## 2.4 系统数学模型与求解

采用以上建立的元件数学模型,在对实际机床的建模时,步骤如下。

(1) 将机械系统分割成若干元件,并确定各元件的状态矢量。

(2) 确定各元件的组合方式及其状态矢量的传递关系。

(3) 根据组合的元件网络,求解系统总体动力学方程。

(4) 代入边界条件,求解与计算。

为了加深了解拓展传递矩阵法建模的思想与求解过程,下文将详细介绍的该方法的应用与实例。

## 3 拓展传递矩阵法的应用与实例

### 3.1 直线电动机驱动进给功能部件矩阵法建模

如图 5 所示,为一种直线电动机驱动的直线进给功能部件,电动机定子固定在斜床身上,动子与

滑板螺栓联接,滑板通过直线导轨与斜床身链接。滑板在高速高加速度下运行时,主运动方向往往耦合了其他各方向上的微幅振动,直线导轨及螺栓联接不再是理想约束,同时滑板表现出的特性也不再是纯刚体特性。

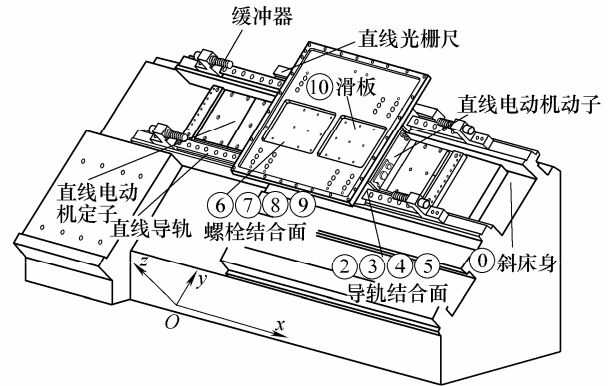


图 5 一种直线电动机驱动进给功能部件

结合图 5,元件划分与组合如图 6 所示,直线电动机动子为 1 输入 4 输出刚体元件;滑板有限元自由度缩减元件,设有 12 个节点,36 自由度;导轨及螺栓结合面为 4 个结合面元件并联组来简化。

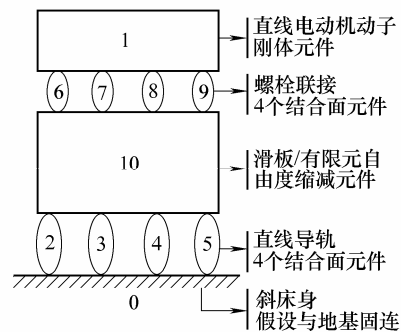


图 6 元件拓扑关系

符号说明:  $T_i$  表示元件  $i$  的传递矩阵,  $Z_{p,q}$  表示元件  $p$  与元件  $q$  连接点的状态矢量,地基或元件末端视为元件 0,  $E_n$  为常量调整矩阵。则有

$$T_{1,0} Z_{1,0} = T_{1,i} Z_{1,i} \quad (6)$$

$$\begin{cases} Z_{6,10} = T_6 Z_{6,1} \\ Z_{7,10} = T_7 Z_{7,1} \\ Z_{8,10} = T_8 Z_{8,1} \\ Z_{9,10} = T_9 Z_{9,1} \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} Z_{2,10} = T_2 Z_{2,0} \\ Z_{3,10} = T_3 Z_{3,0} \\ Z_{4,10} = T_4 Z_{4,0} \\ Z_{5,10} = T_5 Z_{5,0} \end{cases} \quad (8)$$

对于元件 10 有

$$T_{10}Q = F \quad (9)$$

$$Q = E_5 Z_{2,10} + E_6 Z_{3,10} + E_7 Z_{4,10} + E_8 Z_{5,10} + E_9 Z_{6,10} + E_{10} Z_{7,10} + E_{11} Z_{8,10} + E_{12} Z_{9,10} + E_{13} Z_F + E_{30} Z_O \quad (10)$$

$$F = E_{14} Z_{2,10} + E_{15} Z_{3,10} + E_{16} Z_{4,10} + E_{17} Z_{5,10} + E_{18} Z_{6,10} + E_{19} Z_{7,10} + E_{20} Z_{8,10} + E_{21} Z_{9,10} + E_{22} Z_F + E_{31} Z_O \quad (11)$$

$$Z_{1,0} = E_1 Z_{6,1} + E_2 Z_{7,1} + E_3 Z_{8,1} + E_4 Z_{9,1} \quad (12)$$

由式(7)~(11)得

$$(T_{10}E_5 - E_{14})T_2 Z_{2,0} + (T_{10}E_6 - E_{15})T_3 Z_{3,0} + (T_{10}E_7 - E_{16})T_4 Z_{4,0} + (T_{10}E_8 - E_{17})T_5 Z_{5,0} + (T_{10}E_9 - E_{18})T_6 Z_{6,1} + (T_{10}E_{10} - E_{19})T_7 Z_{7,1} + (T_{10}E_{11} - E_{20})T_8 Z_{8,1} + (T_{10}E_{12} - E_{21})T_9 Z_{9,1} + (T_{10}E_{13} - E_{22})Z_F + (T_{10}E_{30} - E_{31})Z_O = 0 \quad (13)$$

由式(6)、(12)得

$$T_{1,0}(E_1 Z_{6,1} + E_2 Z_{7,1} + E_3 Z_{8,1} + E_4 Z_{9,1}) = T_{1,I} Z_{1,I} \quad (14)$$

对于状态矢量  $Z_{6,1}$ 、 $Z_{7,1}$ 、 $Z_{8,1}$ 、 $Z_{9,1}$  均为刚体 1 上的状态矢量, 位移元素线性相关, 有

$$E_{23} Z_{7,1} = E_{24} Z_{1,I} \quad (15)$$

$$E_{23} Z_{8,1} = E_{25} Z_{1,I} \quad (16)$$

$$E_{23} Z_{9,1} = E_{26} Z_{1,I} \quad (17)$$

联合(13)~(17)将其写成矩阵的形式有

$$T_{\text{all}} Z_{\text{all}} = 0_{48 \times 1} \quad (18)$$

$$Z_{\text{all}} = \begin{pmatrix} Z_{2,0}^T & Z_{3,0}^T & Z_{4,0}^T & Z_{5,0}^T & Z_{6,1}^T \\ Z_{7,1}^T & Z_{8,1}^T & Z_{9,1}^T & Z_{1,I}^T & Z_F^T & Z_O^T \end{pmatrix}^T$$

$Z_F$  和  $Z_O$  分别为激振点和拾振点的状态矢量,

$T_{\text{all}}$  为  $48 \times 69$  的高维矩阵。

### 3.2 结合面参数

直线进给功能部件中主要存在直线滚动导轨结合面以及电动机定子与滑板之间的螺栓结合面。对于导轨结合面模型简化为 1 个法向线性弹簧—阻尼系统、1 个横向的线性弹簧—阻尼系统和 3 个转动方向的扭转弹簧—阻尼系统, 以综合反映结合部各方向的微幅振动。通过锤击试验分别测定导轨法向和横向及 3 个扭转方向的传递函数, 定义法向为  $z$ , 横向为  $y$ , 3 个坐标轴分别为  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 。

根据单自由度系统振动方程计算出导轨各方向的接触刚度, 根据半功率法计算接触阻尼。最终计算得到导轨结合面参数如表 1 所示。电动机与滑

板之间的螺栓结合面参数如表 2 所示。导轨结合面参数测试结果见图 7。

表 1 导轨结合部参数结果

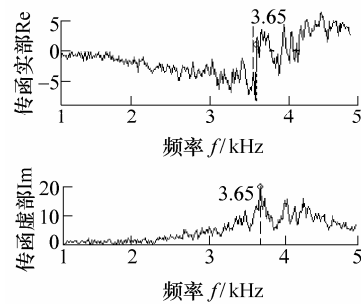
参数	数值
刚度 $k_y$ /(MN·m <sup>-1</sup> )	253
刚度 $k_z$ /(GN·m <sup>-1</sup> )	2.14
刚度 $k_A$ /(kN·m·rad <sup>-1</sup> )	693
刚度 $k_B$ /(MN·m·rad <sup>-1</sup> )	1.73
刚度 $k_C$ /(kN·m·rad <sup>-1</sup> )	727
阻尼 $c_y$ /(N·s·m <sup>-1</sup> )	641.5
阻尼 $c_z$ /(N·s·m <sup>-1</sup> )	1 034.9
阻尼 $c_A$ /(N·m·s·rad <sup>-1</sup> )	0.144 7
阻尼 $c_B$ /(N·m·s·rad <sup>-1</sup> )	2.011
阻尼 $c_C$ /(N·m·s·rad <sup>-1</sup> )	0.960 2

表 2 螺栓结合部参数

参数	数值
刚度 $k_y$ /(GN·m <sup>-1</sup> )	0.25
刚度 $k_z$ /(GN·m <sup>-1</sup> )	0.25
刚度 $k_x$ /(GN·m <sup>-1</sup> )	2.10
阻尼 $c_y$ /(N·s·m <sup>-1</sup> )	125
阻尼 $c_z$ /(N·s·m <sup>-1</sup> )	125
阻尼 $c_x$ /(N·s·m <sup>-1</sup> )	250



(a) 测试现场



(b) 导轨法向传函分析实部虚部图

图 7 导轨结合面参数测试结果

### 3.3 滑板有限元自由度缩减模型建立

创建有限元自由度缩减模型首先采用通用有限元软件得到零件的有限元法(Finite element method, FEM)模型, 根据零件特点选择质量集中点、结合面连接节点、外力作用节点以及需要考察的节

点作为主自由度节点,同时选择主自由度节点的自由度。

选择主自由度对于缩减模型的分析是极为重要的一步,缩减矩阵的精度决定于主自由度节点的数量与位置,不同的对象有不同的方法。一般来说,主节点自由度数的数量是所关心模态阶数的 2 倍以上。本示例中的滑板有限元模型包含 104 803 个节点和 60 423 个单元,总自由度数为 314 409。而由 FEM 模型输出得到的有限元自由度缩减模型中的刚度、质量和阻尼矩阵均为  $36 \times 36$  的矩阵。

### 3.4 仿真结果与试验验证

结合式(18),输入结合面参数、电动机定子质量与惯量矩阵、滑板缩减矩阵等参数后,代入边界条件便可求解计算。

如图 8 所示,图 8a 为滑板左上角  $z$  向位移对滑板右下角  $z$  向激振力的频响函数,图 8b 为滑板左上角  $z$  向位移对滑板右下角  $y$  向激振力的频响函数。图 8a 中“理论值 1”与“理论值 2”曲线的结合面参数选取不同,“理论值 2”中导轨结合面刚度值为试验值的一半,图 8b 中结合面参数同“理论值 2”。由于实际系统中,直线导轨的滑块与滑板有一个螺栓结合面,按图 6 简化时,元件 2、3、4、5 刚度值相当于导轨结合面与螺栓结合面的串联值,当螺栓结合面刚度值与导轨结合面刚度值相当时,元件 2、3、4、5 刚度值约为导轨结合面刚度值为试验值的一半。

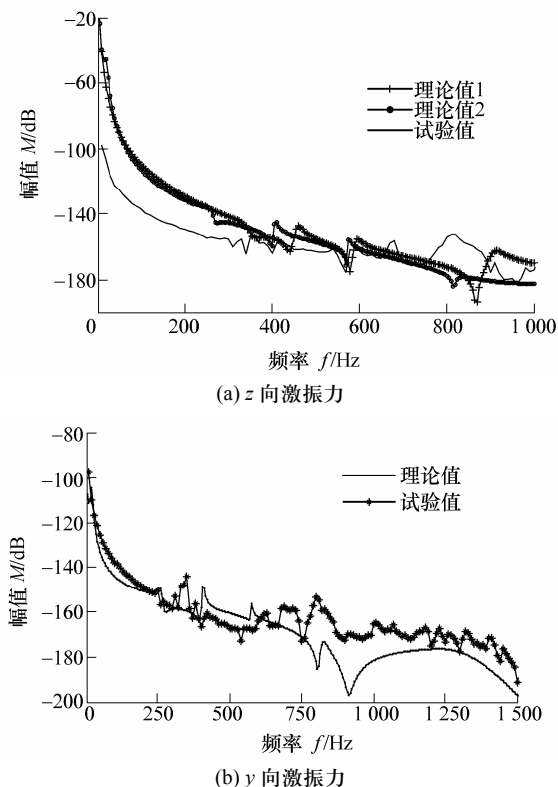


图 8 频响函数仿真与试验结果对比

由图 8 可知图 8a 中“理论值 2”曲线与图 8b 曲线和试验曲线的吻合较好,主要特性一致,已经反映出实际对象的多模态特性。由图 8a 可以看出,导轨刚度值提高时,频响函数曲线右移,系统固有频率提高。但是理论曲线与试验曲线存在一定误差,其原因主要在于结合面的简化方式、结合面参数辨识精度,以及有限元自由度缩减元件的缩减误差。

## 4 结论

(1) 提出了一种适合数控机床机械结构整机建模的拓展传递矩阵法,应用该方法可以很方便地以矩阵的形式推导整机的数学模型,并最终得到一个用高维矩阵表示的整机模型,求解该高维矩阵能够方便地得到整机的动态特性。

(2) 解决了数控机床中柔性零件与刚性零件耦合建模的难点,用自由度缩减模型描述的柔性零件和用三维 Timoshenko 梁模型表述的刀具零件与刚体元件和结合面元件的模型具有统一的格式,方便整机的刚柔耦合建模。

(3) 用拓展传递矩阵法所建立的机械系统模型可描述高性能运动系统的宽频多模态运动耦合特性,从而为此类系统的优化设计提供理论指导和数学依据。

(4) 从一种直线电动机驱动进给功能部件的动力学建模与分析实例可以看出该方法具有一定的工程应用价值,可以推广用于其他高动态机械系统的建模与分析。

## 参 考 文 献

- [1] 刘强,陈静,吴文镜,等. 高性能数控机床几项关键设计技术的研究应用进展[J]. 航空制造技术, 2009(5): 42-45.  
LIU Qiang, CHEN Jing, WU Wenjing, et al. Research and application of key design technologies of high performance CNC machine tools[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2009(5): 42-45.
- [2] 齐畅. 面向 IC 封装的高性能运动系统研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2008.  
QI Chang. Study on high-performance motion system for IC packaging[D]. Beijing: Beihang University, 2008.
- [3] WITTENBURG J. Dynamics of systems of rigid bodies[M]. Stuttgart: B. G. Teubner, 1977.
- [4] SCHIEHLEN W. Multibody systems handbook[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1990.

- [5] KANE T R, LIKINS P W, LEVINSON D A. Spacecraft dynamics[M]. New York: McGraw-Hill Book Company, 1983.
- [6] JIN Guoguang, ZHANG Qixian, DAI Jiansheng, et al. Dynamic modeling of metamorphic mechanism[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 16(1): 94-99.
- [7] WANG Shuxin, LIU Youwu, WU Hongtao. Dynamics of multibody system including kinematic and force constraints[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1993, 6(4): 237-245.
- [8] 孟祥志, 蔡光起, 胡明, 等. 三杆混联数控机床的动力学[J]. 机械工程学报, 2006, 42(6): 112-119.  
MENG Xiangzhi, CAI Guangqi, HU Ming, et al. Dynamics of 3-chain hybrid CNC machine tool[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(6): 112-119.
- [9] 杨建新, 余跃庆, 杜兆才, 等. 混联支路并联机器人动力学建模方法[J]. 机械工程学报, 2009, 45(1): 77-82.  
YANG Jianxin, YU Yueqing, DU Zhaocai, et al. Dynamic modeling method of parallel robot with hybrid chains[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(1): 77-82.
- [10] 傅德彬, 姜毅. 基于刚柔耦合模型的发射装置动力学仿真分析[J]. 系统仿真学报, 2009(3): 1789-1796.
- FU Debin, JIANG Yi. Dynamics simulation of guided missile launcher based on coupled rigid and flexible model[J]. Journal of System Simulation, 2009(3): 1789-1796.
- [11] 芮筱亭, 负来峰, 陆毓琪, 等. 多体系统传递矩阵法及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2008.  
RUI Xiaoting, YUAN Laifeng, LU Yuqi, et al. Transfer matrix method of multibody system and its applications[M]. Beijing: Science Press, 2008.
- [12] JASPREET S D. Effect of joint nonlinearities on the dynamic performance of machine tools[D]. Michigan: The University of Michigan, 2007.
- [13] 廖伯瑜, 周新民, 尹志宏, 等. 现代机械动力学及其工程应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2003.  
LIAO Boyu, ZHOU Xinmin, YIN Zhihong, et al. Modern mechanical dynamics and its engineering application[M]. Beijing: China Machine Press, 2003.
- 
- 作者简介: 吴文镜, 男, 1982年出生, 博士研究生。主要研究方向为现代数控装备动态分析与优化设计。  
E-mail: guaizai\_ren@163.com
- 刘强(通信作者), 男, 1963年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为数控加工仿真优化与虚拟加工、现代数控装备动态分析与优化设计、高性能运动系统设计与控制及微机电系统制造技术。  
E-mail: qliusmea@buaa.edu.cn