

DOI: 10.3901/JME.2008.12.226

粒子群算法在工程优化设计中的应用*

于颖^{1,2} 李永生¹ 於孝春¹

(1. 南京工业大学机械与动力工程学院 南京 210009;
2. 中国药科大学药学院 南京 210009)

摘要: 将粒子群算法与惩罚函数法相结合, 建构一种离散粒子群算法, 解决工程上非线性约束离散变量优化设计问题。为实现离散变量与连续变量的转化, 构造了相应的扩张函数, 提出惩罚因子的确定策略。通过容器设计算例验证, 粒子群算法方法优于文献所列方法。应用粒子群算法、惩罚函数法及所提出的策略对波纹管工程实例进行优化设计, 其单位重量下整体波纹管的补偿量比在用产品提高了 79.96%, 与理论解接近, 进一步证明了离散粒子群算法及策略在处理工程非线性约束离散优化设计问题时的有效性, 其为工程上类似优化设计提供借鉴。

关键词: 工程优化设计 粒子群算法 离散设计变量 惩罚函数 惩罚因子 全局最优解
中图分类号: TQ051.5

Application of Particle Swarm Optimization in the Engineering Optimization Design

YU Ying^{1,2} LI Yongsheng¹ YU Xiaochun¹

(1. School of Mechanical and Power Engineering, Nanjing University of Technology, Nanjing 210009;
2. School of Pharmacy, China Pharmaceutical University, Nanjing 210009)

Abstract: A discrete particle swarm optimization (PSO) is proposed to solve the problem of nonlinear constraints discrete optimization design in engineering, in which the penalty function is employed to transform discrete design variables to continuous design variables. An augment function is constructed and a new scheme of penalty parameter is proposed. The validity of proposed approach is examined by the famous benchmark-vessel design, the comparison results show that the proposed discrete particle swarm optimization is superior to the other algorithms from literatures and has better convergence performances. The proposed approach is applied further in the optimal design of bellows, the global optimums are obtained, the objective function value of maximum bellows movement per weight unit is 79.9% improved than that of products in-service and it nears to theoretical solution. Therefore, the validity of the proposed approach is been examined, and the proposed discrete particle swarm optimization and scheme can be used to solve the problem of nonlinear constraints discrete optimization design in engineering.

Key words: Engineering optimization design Particle swarm optimization Discrete design variables Penalty function
Penalty factor Global optimum solution

0 前言

工程上的优化设计如波纹管、压力容器、板翅式换热器和冷凝器等的结构优化设计, 大多属于非线性有约束离散变量的优化设计, 其结构参数大多为整型变量或离散变量。对于这类问题, 需要用离

散优化设计方法加以解决。目前, 传统的离散优化设计方法(圆整法、离散复合型法及网格法等)只能求得问题的局部最优解, 或操作困难、或运行时间长, 已不能够满足现代工程设计对高效准确地收敛到全局最优解的要求。因此开发具有智能特征的新的离散优化设计方法, 并将其应用于工程优化设计, 已成为优化领域的一个引人注目的新方向。

随着计算机行业及其应用算法的发展, 进化及智能算法的研究及应用越来越广泛。粒子群算法^[1]

* 国家高技术研究发展计划资助项目(863 计划, 2006042439)。20071125 收到初稿, 20080616 收到修改稿

(Particle swarm optimization, PSO)已被证明为全局最优化方法，且操作较遗传算法简单，具有可并行搜索、可求解不可微分方程且无需方程梯度信息等优点，正成为继遗传算法、退火模拟算法之后优化领域研究的新方向。但普通的粒子群算法只适合求解连续设计变量问题，对于工程优化设计中常见的有约束离散变量的优化设计问题则不适合。

离散二元版本的 PSO 方法^[2]适合求解 0-1 二元的控制问题、路径及背包问题，但不适合求解工程上所涉及的非线性约束离散变量设计问题。目前，粒子群算法在工程离散设计领域的研究和应用处于起步阶段，JUAN^[3]针对连续与离散混合变量问题进行了研究，TAYAL^[4]提出了一种与遗传算法相似的代码变换规则，可实现连续变量与离散变量之间的代换。本文拟将粒子群算法与惩罚函数法相结合，实现连续变量与离散变量之间的转化，建构新型离散粒子群算法，解决非线性约束离散变量设计问题，并将该方法应用于工程优化设计中。

1 新型离散粒子群算法

1.1 标准 PSO 算法描述

粒子群算法是模拟鸟群寻找栖息地而寻找最优解的方法，群粒子在飞行过程中不断向最优解靠拢，最后找到最优解。对于粒子群中的任意粒子 d ，第 k 次更新时的位置和速度可分别表示为 x_d^k 和 v_d^k 时；粒子 d 第 $k+1$ 次迭代的位置与速度可由式(1)、(2)表示

$$x_d^{k+1} = x_d^k + v_d^{k+1} \tag{1}$$

$$v_d^{k+1} = \omega v_d^k + c_1 r_1 (p_d^k - x_d^k) + c_2 r_2 (p_g^k - x_d^k) \tag{2}$$

式中 ω 为惯性系数； r_1 、 r_2 为[0,1]之间的一个随机数； c_1 、 c_2 为权重系数，通常取 $c_1=c_2=2$ ；位置矢量 p_d^k 为粒子 d 在自身更新 k 轮中最好位置，被称为 P-best； p_g^k 为粒子群中 k 次更新出现的最好粒子位置，被称为 G-best。

根据惯性权重法^[5]，惯性系数 ω 在搜索过程中按式(3)递减变化。

$$\omega = \omega_{\max} - \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{k_{\max}} \times k \tag{3}$$

式中 ω_{\max} 、 ω_{\min} 代表惯性系数的最大和最小值。

1.2 离散粒子群算法

1.2.1 离散变量的优化设计模型

非线性约束离散变量的优化设计模型可归纳为

$$\begin{cases} \min f(X) & X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \quad x_i \in D_i \\ D_i = \{d_{i,1}, d_{i,2}, \dots, d_{i,m}\} & i = 1, 2, \dots, n \\ \text{s.t. } g_k(x) \leq 0 & k = 1, 2, \dots, N_c \end{cases} \tag{4}$$

式中 x_i ——第 i 个离散变量

D_i ——第 i 个离散设计变量的解集合

$d_{i,1}, d_{i,m}$ ——第 i 个离散变量的上下限； m 代表离散解的个数，每个离散设计变量的离散解数 m 可能是不同的

N_c ——性能约束函数的个数

X ——离散设计变量

$f(X)$ ——目标函数

$g_k(x)$ ——性能约束函数

1.2.2 惩罚函数法

惩罚函数法被广泛应用于遗传算法和传统的梯度算法中解决约束问题^[6-7]。但使用惩罚函数法解决离散变量的例子并不多。本文拟将粒子群算法与惩罚函数法相结合，解决非线性约束离散变量问题，即对于不满足约束条件及离散变量空间的点皆处以惩罚，使其被淘汰。

针对粒子群算法构造的基于惩罚函数的扩张函数^[6]形式如下

$$F(X) = f(X) + s\phi(X) + rG(X) \tag{5}$$

式中 s ——离散惩罚因子

r ——约束惩罚因子

这里，扩张函数 $F(X)$ 由目标函数项 $f(X)$ 、离散惩罚函数项 $s\phi(X)$ 和约束惩罚函数项 $rG(X)$ 三部分构成。由于扩张函数的构造，原目标函数 $f(X)$ 由扩张函数 $F(X)$ 取代，原约束离散变量的优化设计问题被转化为无约束连续变量的优化设计问题。

本文采用 SHIN 等^[8]推荐的惩罚函数作为式(5)中离散设计变量的惩罚函数。

$$\Phi(x) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \left[\sin \frac{2\pi [x_i^* - 0.25(d_{i,j+1} + 3d_{i,j})]}{d_{i,j+1} - d_{i,j}} + 1 \right] \tag{6}$$

式中 $d_{i,j}$ 、 $d_{i,j+1}$ 分别代表离散变量点， x_i^* 是在 $d_{i,j}$ 、 $d_{i,j+1}$ 之间的连续变量。

采用文献[7]中的外惩罚函数作为约束函数的惩罚函数。

$$G(X) = \sum_{k=1}^{N_c} \max[0, g_k(x)]^2 \tag{7}$$

由于离散惩罚函数项的引入，扩张函数 $F(X)$ 成为高度连续非凸性函数，如图 1 所示。此时若采用传统的梯度优化方法求解，往往得不到全局最优解，甚至得不到局部最优解，因为梯度方法不适合求解

连续非凸性问题。而粒子群算法却非常适合求解连续非凸性问题，并能得到问题的全局最优解。这是本文将粒子群算法与传统惩罚函数法结合，解决非线性约束离散优化设计问题的关键。这样，非线性约束离散变量的优化设计问题就转化为

$$\begin{cases} \min F(X^*) \\ d_{i,l} \leq x_i \leq d_{i,m} \quad i=1,2,\dots,n \end{cases} \quad (8)$$

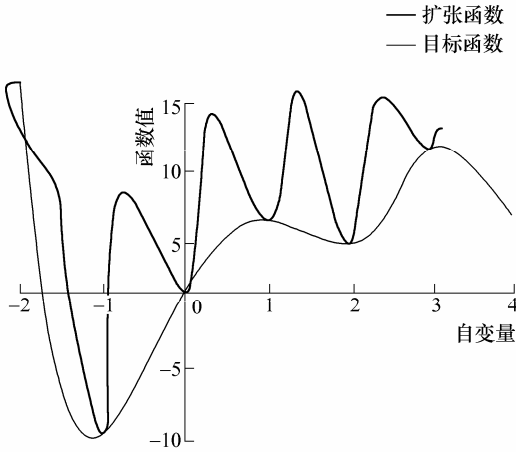


图 1 目标函数及扩张函数

1.3 约束惩罚因子及离散惩罚因子

针对式(8)的数学模型，在使用粒子群算法进行求解时，约束惩罚因子 r 及离散惩罚因子 s 的取值大小直接关系到问题能否收敛到最优解。

1.3.1 约束惩罚因子

本文采用的约束惩罚函数为文献[7]中的外惩罚函数形式。对于具体问题，外惩罚函数因子 r 合理范围，一般为目标函数最优值的 1~10 倍左右(作者通过仿真试验所得结论)，可获得到边界附近的最优解；若继续增大约束惩罚因子 r 的数值至足够大，可得到满足约束条件的可行域内最优解。

1.3.2 离散惩罚因子

离散惩罚因子 s 的取值大小也直接关系到能否得到离散最优解。一般， s 随更新次数动态变化有利于求得最优解，故本文提出一种简单易行、适用范围广的更新离散惩罚因子 s 的策略

$$s_d = s_d c \quad (9)$$

式中 s_d ——粒子 d 的离散惩罚因子

c ——修正系数，修正系数 c 应为大于 1 的一个系数

通常，对于具体问题，初始的离散惩罚因子 s_{d0} 的大小需通过试算才能合理确定。

本文离散 PSO 法求解离散优化设计问题的算法过程如图 2 所示。

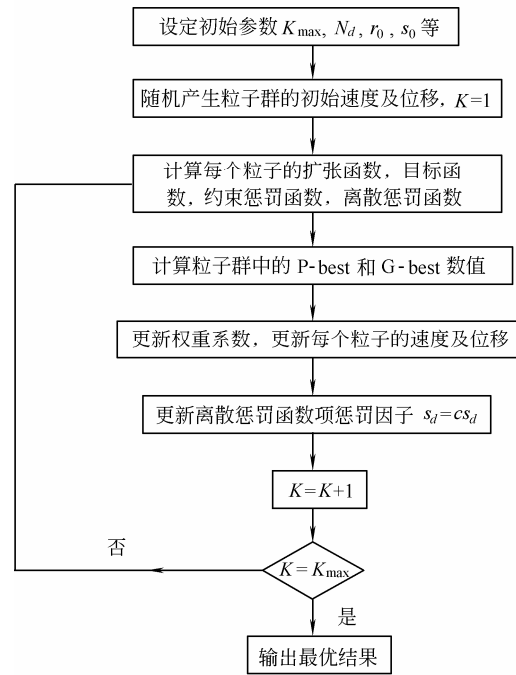


图 2 离散 PSO 法程序框图

2 工程算例及结果分析

2.1 容器优化设计

首先考查一个著名的基准问题——压力容器的最优化设计问题。

SANDGREN^[9]、KANNAN 等^[10]、CARLOS^[11]和 HE^[12]分别使用圆整法、扩张的拉格朗日算法、自适应惩罚的遗传算法和改进的粒子群算法解决这个问题。

如图 3 所示，该问题可描述为求设计变量 $x_1(R)$ 、 $x_2(L)$ 、 $x_3(t_s)$ 、 $x_4(t_h)$ ，使容器的用料最省。其中 x_1 、 x_2 为连续变量； x_3 、 x_4 为离散变量。但在实际应用中， $x_1 \sim x_4$ 都应为整型或离散型变量，故本文将 x_1 、 x_2 、 x_3 、 x_4 全部设定为离散设计变量，其中 x_1 、 x_2 为 1 的整数倍， x_3 、 x_4 为 0.0625 的整数倍。

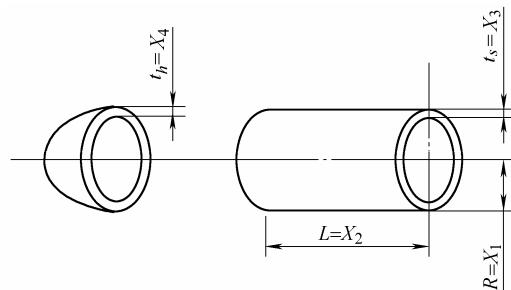


图 3 容器优化设计

数学模型如下。

求 $X(x_1, x_2, x_3, x_4)$ ，使得 $\min f(X)$

$$f(X) = 0.622 \ 4x_1x_2x_3 + 1.778 \ 1x_1^2x_4 + 3.166 \ 1x_2x_3^2 + 19.84x_1x_3^2 \quad (10)$$

约束条件为(假定自变量单位与文献[9-12]中相同)

$$\begin{cases} 10 \leq x_1 \leq 200 \\ 10 \leq x_2 \leq 200 \\ 0.0625 \leq x_3 \leq 6.1875 \\ 0.0625 \leq x_4 \leq 6.1875 \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} g_1(x) = \frac{0.0193x_1}{x_3} - 1 \leq 0 \\ g_2(x) = \frac{0.00954x_1}{x_4} - 1 \leq 0 \\ g_3(x) = \frac{x_2}{240} - 1 \leq 0 \\ g_4(x) = \frac{1296000 - \frac{4}{3}\pi x_1^3}{\pi x_1^2 x_2} - 1 \leq 0 \end{cases} \quad (12)$$

使用文本提出的离散 PSO 算法对问题进行寻优。经试验测定, 设定相关初始参数如表 1 所示。

表 1 初始参数表

参数名称	设置初始数值
初始约束惩罚因子 r	5 850
初始离散惩罚因子 s_{a0}	150
修正系数 c	1.005
最大迭代次数 K_{max}	200
群粒子数 N_d	50
最大惯性系数 ω_{max}	1.2
最小惯性系数 ω_{min}	0.4

根据上述设定参数, 对容器算例进行离散变量优化设计, 所得结果与文献[9-12]中提供的结果一并列于表 2。

表 2 本文计算结果与文献结果对比

优化解、约束条件及结果	SANDGREN ^[9]	KANNAN 等 ^[10]	CARLOS ^[11]	HE ^[12]	本文离散 PSO 法
容器半径 $R(x_1)$	47.00	58.29	40.32	42.10	44.00
容器筒长 $L(x_2)$	117.70	43.36	200.00	176.64	163.00
筒体壁厚 $t_s(x_3)$	1.125 0	1.125 0	0.812 5	0.812 5	0.812 5
半球型封头壁厚 $t_h(x_4)$	0.625 0	0.625 0	0.437 5	0.437 5	0.437 5
约束条件 $g_1(x)$	-0.19	0.00	-0.04	0.00	0.00
约束条件 $g_2(x)$	-0.28 0	-1.110	-0.120	-0.080	-0.036
约束条件 $g_3(x)$	-0.51	-0.82	-0.17	-0.26	-0.32
约束条件 $g_4(x)$	0.05	-1.11	0.07	0.00	0.00
容器重量 $f(x)$	8 129.800 0	7 198.200 0	6 288.744 5	6 059.710 0	6 049.911 0

如表 2 所示, 在满足约束条件情况下, 即使将所有设计变量设定为离散变量, 采用本文离散粒子群算法, 随机进行 10 次寻优, 得目标函数的平均值为 6 049.911 0, 该结果比文献中所列结果都好, 证明了本文方法可行。

2.2 波纹管优化设计

波纹管膨胀节广泛应用于石油系统、化工厂及核能系统等, 其为温度及应力位移补偿元件。波纹管是其主要部件, 其结构设计参数为整型和离散型, 设计过程涉及诸多性能约束, 目标函数高度非线性, 波纹管优化设计问题属于非线性约束离散设计变量问题。

2.2.1 工程实例

使用本文方法对设计压力为 0.25 MPa, 直径为 400 mm 的在用无加强波纹管进行结构参数优化设计。求最优解 x_1, x_2, x_3, x_4 (n, N, h, t) 使波纹管的单位补偿量上重量(Q/E)最小。

$x_1 \sim x_4$ 分别是波纹管的层数、波数、波高和单层壁厚。其中 $x_1 \sim x_4$ 都是离散变量, 且 x_1, x_2, x_3 是 1 的整数倍, x_4 是 0.2 的整数倍。

其自变量的约束条件为

$$\begin{cases} 1 \leq x_1 \leq 10 \\ 1 \leq x_2 \leq 10 \\ 30 \leq x_3 \leq 70 \\ 0.6 \leq x_4 \leq 1.2 \end{cases} \quad (13)$$

波纹管材料为 316L, 设计温度为 300 °C, 波距 $q=41$ mm, 疲劳寿命 10 500 周次, 液压成形, 考虑钢板的利用率, 要求波纹管的展开长度为 500 mm (其误差小于 5%)。

波纹管计算公式及相关参数、强度、稳定性及疲劳寿命的约束条件皆参照文献[13]。为计算简便, 统一取设计温度下材料的强度因子 $C_m=3.0$ 。根据文献[14-15], 结合最新的美国波纹管膨胀节协会标准及工艺要求, 建立波纹管的数学模型如下。

求 $X(x_1, x_2, x_3, x_4)$

$$\min f(x) = \frac{Q}{E} \quad (14)$$

$$Q = (D_b + x_1 x_3) \times 3.14 L x_1 x_3 \rho \quad (15)$$

$$L = (2x_3 + 0.571q)x_2 + 2L_i \quad (16)$$

式中 ρ ——波纹管材料的密度
 D_b ——公称直径

$$E = x_2(e - 0.15q\phi) \tag{17}$$

式中 e ——波纹管的单波补偿量

$$e = \max \left(e_1 = e_\theta + e_y - |e_x|, e_2 = e_\theta + \frac{0.15q\phi}{C_\theta} - |e_x| \right) \tag{18}$$

$$e_{x,y} = \frac{[2\sigma_T - 0.7(\sigma_3 + \sigma_4)]x_3^2}{\frac{E_b t_p^2}{2x_3 C_f} + \frac{5E_b t_p}{3C_d}} \tag{19}$$

式中 t_p ——波纹管厚度

e_x, e_y, e_θ ——波纹管单波轴向、横向及角向位移

C_d, C_f, C_θ, ϕ ——系数

E_b ——弹性模量

$$\text{s.t.} \begin{cases} p - p_{sc} \leq 0 \\ p - p_{si} \leq 0 \end{cases} \tag{20}$$

式中 p ——设计压力

p_{sc}, p_{si} ——柱失稳及平面失稳压力极限

$$\begin{cases} \sigma_1 - \sigma_{sb}^t \leq 0 \\ \sigma_2 - \sigma_{sb}^t \leq 0 \\ (\sigma_3 + \sigma_4) - 3\sigma_{sb}^t \leq 0 \end{cases} \tag{21}$$

式中 σ_{sb}^t 为波纹管在设计温度下的许用应力, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ 分别为波纹管由于压力引起的薄膜应力及弯曲应力。

$$0.95L_d \leq L \leq L_d \tag{22}$$

$$N_C - [N_C] \leq 0 \tag{23}$$

式中 L_d ——展开成定长或它们的整除倍

L ——波纹管展开长

$[N_C]$ ——波纹管允许的设计寿命

N_C ——波纹管工作寿命

式(13)、(20)~(23)分别代表自变量约束、稳定性约束、强度约束、展开长度及疲劳寿命约束。

2.2.2 优化计算及结果分析

为满足工程需要, 最优解应为绝对可行域内的离散解, 取初始约束惩罚函数因子数相对于最优目标函数足够大。经试验测定, 取 $r=100$, 离散惩罚因子为 $s_{d0}=1.0, c=1.005$, 最大迭代次数 $K_{max}=100$, 群粒子数 $N_d=50, \omega_{max}=1.2, \omega_{min}=0.4$ 。对上述波纹管实例进行离散变量的优化设计, 计算结果与在用产品及采用网格法所得理论解一并列表 3 中。

表 3 本文计算结果与其他方法结果对比

方法	层数 x_1	波数 x_2	波高 x_3/mm	波距 x_4/mm	扩展函数项 $F(X)$	离散惩罚项 $s\phi(x)$	约束惩罚项 $rG(X)$	质量/伸长量 $\frac{Q}{E}/(\text{kg} \cdot \text{mm}^{-1})$	伸长量/质量 $\frac{E}{Q}/(\text{mm} \cdot \text{kg}^{-1})$
在用产品	1	3.000 0	45	1.0	—	—	—	0.086 0	11.68
本文方法	1	4.999 9	30	0.6	0.048	4.858×10^{-7}	0	0.047 6	21.02
理论解	1	5.000 0	32	0.6	—	—	—	0.047 0	21.27

由表 3 的结果可知, 本文方法所得优化目标值比在用产品提高了 79.96%, 与网格法所得理论解非常贴近, 两者目标函数的误差仅为 1.17%, 最优解为(1, 4.999 9, 30, 0.6), 离散程度非常高, 满足离散精度要求。

在使用离散 PSO 法求解波纹管优化设计过程中, 出现了 10 个局部最优解, 如图 4 所示。

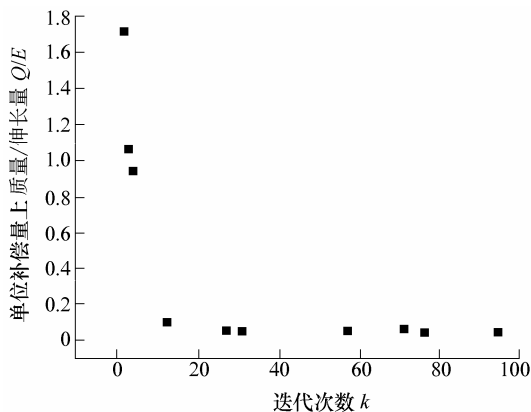


图 4 0.25 MPa 时的局部最优解图

图 4 中, 当迭代次数为 31 次时, 局部最优解的目标函数值 $Q/E=0.048 3$, 已接近理论全局最优解 0.047。之后, 优化解向理论解逼近, 最后趋于稳定。

应用提出方法, 已为南京某波纹管有限公司设计了波纹管优化设计软件包, 该软件包已通过验收, 使用情况良好。

上述波纹管工程实例及工程应用进一步验证了本文方法求解工程非线性约束离散问题的有效性。

3 结论

(1) 粒子群算法与惩罚函数法相结合, 可以发挥算法各自的优点, 求解工程上非线性约束离散变量优化设计问题, 其为该类问题的解决提供了新思路。

(2) 容器优化设计算例优化结果显示本文方法

优于文献中圆整法、扩张的拉格朗日算法、自适应惩罚的遗传算法和改进的粒子群法。

(3) 工程实例验证了本文提出的离散粒子群算法及离散惩罚因子更新策略方法的有效性, 用该算法可得到满意的离散最优解。

(4) 波纹管工程优化设计实例及其工程应用进一步证明了本文方法在求解工程非线性约束离散设计变量优化问题的有效性。

参 考 文 献

- [1] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization[C]// IEEE Int'l Conference on Neural Networks. Piscataway, NJ: IEEE Service Center, 1995: 1 942-1 948.
- [2] KENNEDY J, EBERHART R. Discrete binary version of the particle swarm algorithm[C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics. Orlando, FL, USA: IEEE, 1997, 5: 4 104-4 108.
- [3] JUAN J. Particle swarm optimization applications in power system engineering[D]. Puerto Rico: University of Puerto Rico, 2004.
- [4] TAYAL M. Particle swarm optimization for mechanical design[D]. Texas: University of Texas, 2003.
- [5] SHI Y, EBERHART R C. Parameter selection in particle swarm optimization [C]// Evolutionary Programming VII. Lecture Notes in Computer Science. Berlin, 1998, 1 447: 591-600.
- [6] 陈卫东, 蔡荫林. 工程优化方法[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2006.
- CHEN Weidong, CAI Yinlin. Engineering optimization method[M]. Haerbin: Press of Haerbin Engineering University, 2006.
- [7] 孙艳丰, 郑加齐. 基于遗传算法的约束优化方法评述[J]. 北方交通大学学报, 2000, 24 (6): 14-19.
- SUN Yanfeng, ZHENG Jiaqi. Commen on the constrained approach based on GA[J]. Journal of Northern Jiaotong University, 2000, 24 (6): 14 -19.
- [8] SHIN D K. A penalty approach for nonlinear optimization with discrete design variables[J]. Engineering Optimization, 1990, 16: 29-42.
- [9] SANDGREN E. Nonlinear and discrete programming in mechanical design [C]// Proceeding of the ASME Design Technology Conference. Kissimine, FL: ASME, 1990, 112: 223-229.
- [10] KANNAN B K, KRAMER S N. An augmented Lagrange multiplier based method for mixed integer discrete continuous optimization and its applications to mechanical design[J]. Journal of Mechanical Design, Trans. ASME, 1994, 116: 318-320.
- [11] CARLOS A. Use of self-adaptive penalty approach for engineering optimization problems[J]. Computer in Industry, 2000, 41: 113-127.
- [12] HE S. An improved particle swarm optimizer for mechanical design optimization problems[J]. Engineering Optimization, 2004, 35 (5): 585-605.
- [13] EJMA. America standards of the expansion joint manufactures associationn[S]. 8th ed. 2003 and 2005 Addenda.
- [14] 李永生, 李建国. 波形膨胀节实用技术[M]. 北京: 化学工业出版社, 2000.
- LI Yongsheng, LI Jianguo. Bellow expansion joint engineering technology[M]. Beijing: Press of Chemical Industry, 2000.
- [15] 于颖, 李永生, 於孝春, 等. 波纹管的结构优化设计[J]. 压力容器, 2005, 22(12): 22-24.
- YU Ying, LI Yongsheng, YU Xiaochun, et al. Structure optimization design of bellow[J]. Pressure Vessel Technology, 2005, 22(12): 22-24.

作者简介: 于颖, 女, 副教授。主要从事制药、化工过程装备, 过程工艺研究, 结构最优化设计。

E-mail: yyingzz@hotmail.com