

DOI: 10.3901/JME.2010.04.093

# 空气弹簧动态特性拟合及空气悬架 变刚度计算分析\*

陈燎 周孔亢 李仲兴

(江苏大学汽车与交通工程学院 镇江 212013)

**摘要:** 为深入研究车辆空气悬架的性能,在悬架系统动力学模型的建立和仿真计算过程中,需要考虑空气弹簧的刚度随弹簧载荷和工作高度改变而变化的特点。根据空气弹簧的动态特性试验数据构成一簇有规律曲线的特点,分别以弹簧工作高度和初始载荷为自变量进行两次曲线拟合,用非线性曲线拟合方法代替气体状态方程,得到空气悬架使用条件下空气弹簧的刚度工作曲线方程。在悬架半车离散状态空间模型仿真的每个计算步长开始时,随悬架动挠度的实时状态来确定模型中空气弹簧的刚度计算数值,从而达到对空气悬架进行变刚度仿真分析的目的。采用此方法计算的某客车空气弹簧气压瞬态响应与滚下法悬架固有频率试验时测到的空气弹簧气压曲线更接近,提出的空气弹簧变刚度特性拟合处理和悬架模型变刚度仿真方法有效。

**关键词:** 车辆 空气悬架 空气弹簧 刚度 仿真 曲线拟合

**中图分类号:** U270.14

## Dynamic Characteristics Fitting of Air Springs and Numerical Analysis of Air Suspensions with Variant Stiffness

CHEN Liao ZHOU Kongkang LI Zhongxing

(School of Automobile and Traffic Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013)

**Abstract:** For studying vehicle air suspension more accurately, the variant stiffness of air springs should be considered in the process of building dynamic models of vehicle suspension and simulation of the models. Based on the test data of dynamic characteristics of air spring, the numerical stiffness equations of air springs used in the air suspension of vehicle are obtained by means of nonlinear curve fitting according to the loads and equilibrium heights of air springs. In the beginning of every simulation step of discrete state space model of half vehicle, the value of air spring stiffness is changed and determined according to the dynamic deflection value of the suspension. In comparison with the experimental air spring pressures during the suspension step tests, the pressure difference between calculation and test is reduced greatly, which shows the effectiveness of the proposed method of dynamic characteristics fitting of air spring and nonlinear simulation of suspension models.

**Key words:** Vehicle Air suspension Air spring Stiffness Simulation Curve fitting

### 0 前言

空气悬架车辆利用空气弹簧及其工作过程中的变刚度特点,不仅能提高车辆的行驶平顺性和几何通过性等性能,而且能显著降低车身零部件、乘员或货物所受的冲击载荷。所以,有越来越多的车

辆装备空气悬架,这种趋势在大型商用车(如高档客车)领域反映更明显<sup>[1]</sup>。因此,研究客车空气悬架的性能十分有意义。

计算机仿真是现代研究空气悬架性能的有力手段。然而,主要出于简化计算过程的考虑,在大量的实际操作中空气弹簧或被近似处理成定刚度弹簧,或忽略空气弹簧变形过程中有效面积以及其他参数的改变后,由空气弹簧内气体的状态确定弹簧的表现。尹万建等<sup>[2]</sup>使用气体状态方程研究了空气

\* 浙江省重大科技专项重点资助项目(2006C11089)。20090311 收到初稿,20090910 收到修改稿

弹簧悬架的振动模型和刚度特性, 胡芳<sup>[3]</sup>在研究客车空气弹簧悬架过程中提出了用拟合的办法确定空气弹簧的变刚度。

仿真空气悬架性能时, 应该尽力体现空气弹簧变刚度能力, 因为这是该悬架的基本特征。空气弹簧的动态特性试验曲线就描述了空气弹簧工作中的变刚度特点, 通过数值拟合计算, 可以得到不同初始高度和压力条件下的空气弹簧动态特性方程。拟合方程的依据是试验数据, 有理由认为它们更完整地反映弹簧性能, 直接利用其参与仿真计算是更合理的选择。

由于动态系统对脉冲输入的响应是系统特性的反映, 车辆悬架固有频率测定的滚下法试验实施容易, 试验过程中悬架挠度大, 因此, 该试验适合用于研究悬架参数。与试验过程中的加速度、速度、位移等信号相比, 因空气弹簧等价于机械的低通滤波器, 气体压力测试也容易, 所以, 压力信号受随机因素干扰小, 重复性很好, 测试的气压信号利于与仿真结果作对比。

## 1 空气弹簧动态特性拟合

### 1.1 空气弹簧动态特性

对于商品化的各型号空气弹簧, 制造商一般都提供了弹簧的动态特性, 用如图 1 中所示有限的一组曲线(或数据表格)来表示。其中每条曲线说明: 气囊内密闭气体达到某一初始条件(在设计工作高度时的气体压力)后, 空气弹簧载荷与弹簧高度的关系。以某空气悬架客车为研究对象, 图 1 给出它前桥采用的某型膜式空气弹簧在设计工作高度(0.16 m)时, 气压(表压)分别为 300 kPa、500 kPa 和 700 kPa 的弹簧载荷特性。

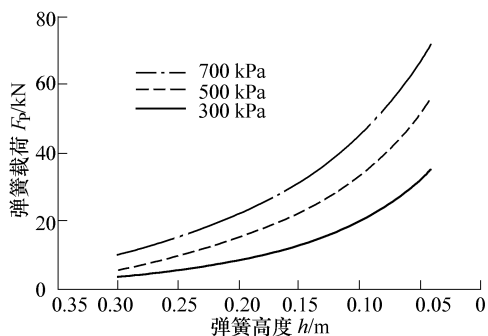


图 1 某空气弹簧动态特性

空气弹簧在使用中容易将高度调整到设计位置, 而空气弹簧的气体压力由所受载荷决定, 不能人为调节。所以, 空气弹簧实际的工作特性不会正

好由制造商提供的动态特性曲线组中的某一条来描述, 进行空气悬架仿真时, 有必要根据空气弹簧的具体状态, 确定其动态特性。

理想气体的状态方程被广泛用于计算空气弹簧的动态特性, 见式(1)。通过弹簧的有效面积, 气体压力与弹簧载荷对应; 气体体积变化与弹簧高度变化对应<sup>[2-5]</sup>

$$p_1 V_1^\lambda = p_2 V_2^\lambda \quad (1)$$

式中  $p_1, p_2$ ——状态 1、2 时气体压力

$V_1, V_2$ ——状态 1、2 时气体体积

$\lambda$ ——多变指数, 空气弹簧取 1.3~1.4

用气体状态方程计算空气弹簧动态特性产生误差的主要原因是: 多变指数、弹簧有效面积和初试气压的确定。通常认为在设计工作高度附近不大的高度范围内, 弹簧有效面积不变。

### 1.2 空气弹簧动态特性多项式拟合

直接使用图 1 中已有曲线的数据, 推断在设计工作高度下, 初始压力  $p$  不同时, 弹簧的载荷—高度曲线, 进而估计在此初始条件下弹簧的刚度—高度曲线。根据动态特性试验曲线形状的特点, 采用多项式表示载荷—高度曲线<sup>[3]</sup>

$$F_p = a_{p1} h^n + a_{p2} h^{n-1} + \dots + a_{pn} h + a_{p(n+1)} \quad (2)$$

式中  $F_p$ ——弹簧载荷

$h$ ——弹簧高度

$n$ ——多项式最高幂次

$a_{pj}$ ——幂次降序的多项式系数,  $j=1, 2, \dots, n+1$

定义  $\mathbf{h}=(h^n, h^{n-1}, \dots, h, 1)^T$  为高度幂矢量, 并将多项式系数用矢量表示

$$\mathbf{a}_p = (a_{p1}, a_{p2}, \dots, a_{pn}, a_{p(n+1)})$$

则式(2)用矩阵表示为

$$F_p = \mathbf{a}_p \mathbf{h} \quad (3)$$

对图 1 中某一已知压力  $p_0$  下弹簧载荷—高度关系曲线进行  $m$  点等间隔采样, 得到与高度矢量  $\mathbf{h}=(h_1, h_2, \dots, h_m)$  对应的载荷矢量  $\mathbf{F}=(F_1, F_2, \dots, F_m)$ 。根据式(2)对第  $i$  个采样点有

$$F_i = a_{01} h_i^n + a_{02} h_i^{n-1} + \dots + a_{0n} h_i + a_{0(n+1)}$$

式中  $a_{0j}$ ——与压力  $p_0$  对应的多项式系数

$i$ ——第  $i$  个采样点,  $i=1, 2, \dots, m$

对系数  $\mathbf{a}_0=(a_{01}, a_{02}, \dots, a_{0(n+1)})$  在最小二乘意义上进行估计, 使用 Matlab 的多项式拟合函数 polyfit 能够方便地由  $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{h}$  和最高幂次  $n$  得到  $\mathbf{a}_0$ , 指令格式是<sup>[6]</sup>

$$\mathbf{a}_0 = \text{polyfit}(\mathbf{F}, \mathbf{h}, n)$$

图 2 同时绘出了所研究空气弹簧在设计工作高度气压为 300 kPa 时, 试验的、三次多项式拟合的

和理想气体状态方程计算(多变指数 $\lambda=1.38$ )的动态特性曲线。可以看到仅用三次多项式就能非常精确地拟合试验曲线，而气体状态方程曲线只在设计工作高度附近比较准确。表1列出了两种方法拟合的均方差 $r$ ，从二~五次多项式拟合的均方差可以看到，选择四次多项式已经能够达到相当高的拟合精度，采用太高的幂次一方面不会更显著提高精度，另一方面会使拟合刚度曲线光滑性变差，其实可能反映了过多的试验数据量化误差。

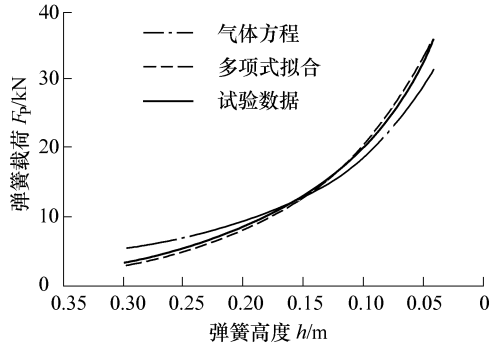


图2 空气弹簧动态特性拟合曲线

表1 动态特性曲线拟合残差

拟合方法	n次多项式				气体状态方程
	n=2	n=3	n=4	n=5	
均方差 r/kN	3.30	1.09	0.37	0.35	7.07

将空气弹簧动态特性图中的 $k$ 条试验曲线(三条以上)进行如前所述的处理，就达到了采用多项式拟合方程组来代替动态特性曲线组的效果，用矩阵表示为

$$F = a h$$

式中  $F$ ——弹簧载荷,  $F=(F_1, F_2, \dots, F_k)$ , 下标1~ $k$ 代表不同的曲线

$h$ ——高度幂矢量

$a$ ——拟合系数矩阵

$$a = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & a_{1(n+1)} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & a_{2(n+1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{kn} & a_{k(n+1)} \end{pmatrix}$$

将这 $k$ 条曲线对应的初始气体压力单调排列，用矢量 $p=(p_1, p_2, \dots, p_k)$ 表示，其中 $p_i(i=1, 2, \dots, k)$ 是第 $i$ 条曲线的初始气体压力。则 $a$ 的元素 $a_{ij}(i=1, 2, \dots, k; j=1, 2, \dots, n+1)$ 是初始压力为 $p_i$ 的动态特性曲线的拟合多项式中 $n-j+1$ 次幂项系数，且第 $j$ 列矢量 $(a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{kj})$ 反应了当气体压力从 $p_1$ 变化到 $p_k$ 时，动态特性拟合多项式第 $n-j+1$ 次幂项系数的变化规律。

为了确定 $p_1 \sim p_k$ 间任意初始压力下的空气弹簧动态特性，以压力 $p$ 为自变量，对 $a$ 的每列元素也进行多项式拟合，表示如下

$$a_j = b_{j1}p^d + b_{j2}p^{d-1} + \dots + b_{jd}p + b_{j(d+1)} \quad j=1, 2, \dots, n+1$$

式中  $d$ ——本轮拟合多项式最高幂次

$j$ ——系数在 $a$ 中的列序号

$b_{jl}$ ——幂次降序的多项式系数,  $l=1, 2, \dots, d+1$ ; 同样由 $b_{jl}$ 构成一个系数矩阵 $b$

$$b = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1d} & b_{1(d+1)} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2d} & b_{2(d+1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ b_{(n+1)1} & b_{(n+1)2} & \dots & b_{(n+1)d} & b_{(n+1)(d+1)} \end{pmatrix}$$

定义初始压力幂矢量 $p=(p^d, p^{d-1}, \dots, p, 1)^T$ ，则该压力下动态特性拟合式的系数矢量 $a_p$ 由式(4)计算

$$a_p^T = b p \tag{4}$$

将式(4)代入式(3)就得到所关心初始气压 $p$ 下，空气弹簧的动态特性估计方程式

$$F_p = (b p)^T h \tag{5}$$

式(5)对高度 $h$ 求导即是弹簧的动态刚度变化式。图3是所研究空气弹簧在设计工作高度气压为300 kPa时，试验的、多项式( $n=4, d=2$ )拟合的和气体状态方程计算(多变指数 $\lambda=1.38$ )的动态刚度曲线。除了高度极高的部分区域，多项式拟合得到的结果都比气体状态方程计算的更靠近试验曲线，并且曲线光滑。

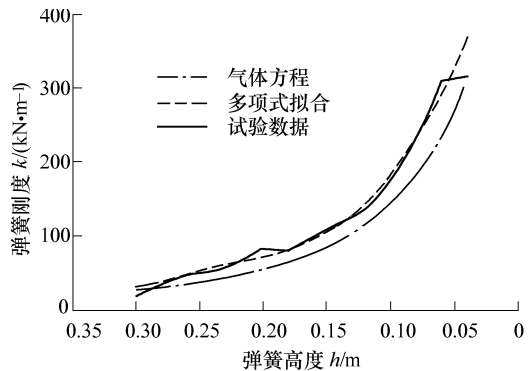


图3 空气弹簧动态刚度曲线

## 2 车辆悬架离散模型

### 2.1 悬架线性时不变系统模型

车辆平顺性研究可以不考虑侧倾运动，常采用单轨半车模型(1/2车辆模型)，悬架参数都是定常数

时,用线性常系数二阶微分方程组描述如下<sup>[7]</sup>

$$\begin{cases} \ddot{z}_1 = \frac{1}{m_f} [k_f(u_f - z_1) - k_{sf}(z_1 - z_2) - c_{sf}(\dot{z}_1 - \dot{z}_2)] \\ \ddot{z}_2 = \left(\frac{1}{m} + \frac{a^2}{I}\right) [k_{sf}(z_1 - z_2) + c_{sf}(\dot{z}_1 - \dot{z}_2)] + \\ \quad \left(\frac{1}{m} - \frac{ab}{I}\right) [k_{sr}(z_3 - z_4) + c_{sr}(\dot{z}_3 - \dot{z}_4)] \\ \ddot{z}_3 = \frac{1}{m_r} [k_r(u_r - z_3) - k_{sr}(z_3 - z_4) - c_{sr}(\dot{z}_3 - \dot{z}_4)] \\ \ddot{z}_4 = \left(\frac{1}{m} + \frac{b^2}{I}\right) [k_{sr}(z_3 - z_4) + c_{sr}(\dot{z}_3 - \dot{z}_4)] + \\ \quad \left(\frac{1}{m} - \frac{ab}{I}\right) [k_{sf}(z_1 - z_2) + c_{sf}(\dot{z}_1 - \dot{z}_2)] \end{cases}$$

式中  $z_1, z_3$ ——前、后桥垂向位移  
 $z_2, z_4$ ——前、后桥上方车身的垂向位移  
 $u_f, u_r$ ——前、后车轮的路面输入  
 所研究客车悬架参数见表2。

表2 车辆悬架模型参数

参数	数值
车身悬架质量 $m/\text{kg}$	4 543
车身转动惯量 $I/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	30 000
前车桥非悬架质量 $m/\text{kg}$	415
后车桥非悬架质量 $m/\text{kg}$	1 050
前车轮刚度 $k_f/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-1})$	700
双后车轮刚度 $k_r/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-1})$	1 500
前悬架刚度 $k_{sf}/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-1})$	97.5
后悬架刚度 $k_{sr}/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-1})$	137
前悬架阻尼系数 $c_{sf}/(\text{kg} \cdot \text{s}^{-1})$	9 039
后悬架阻尼系数 $c_{sr}/(\text{kg} \cdot \text{s}^{-1})$	8 057
车身质心到前轴距 $a/\text{m}$	3.06
车身质心到后轴距 $b/\text{m}$	1.27

将二阶微分方程组模型转化成状态空间形式,令  $x_1 = z_1, x_2 = \dot{z}_1, x_3 = z_2, x_4 = \dot{z}_2, x_5 = z_3, x_6 = \dot{z}_3, x_7 = z_4, x_8 = \dot{z}_4, \mathbf{x}$  为系统状态矢量,  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8)^T$ , 则

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{BU} \quad (6)$$

式中  $\mathbf{A}$ ——状态矩阵

$\mathbf{B}$ ——输入矩阵

$\mathbf{U}$ ——输入矢量

$$\mathbf{U} = (u_f, u_r)^T$$

## 2.2 连续时间状态空间方程离散化

式(6)是悬架动态系统的时间连续模型,用于计算机计算动态特性时,须将其转变成离散时间系统。设悬架系统的输入  $\mathbf{U}$  经虚拟采样器和零阶保持器后作用于车轮,采样周期为  $T$ ,系统用差分方程式表示成<sup>[8]</sup>

$$\mathbf{x}(kT+1) = \mathbf{Gx}(kT) + \mathbf{HU}(kT) \quad (7)$$

式中  $k$ ——正整数,  $k = 0, 1, 2, \dots$

$\mathbf{G}$ ——状态矩阵

$\mathbf{G} = \exp(\mathbf{AT})$ ,  $\exp(\mathbf{AT})$  是矩阵函数

$\mathbf{H}$ ——输入矩阵

$$\mathbf{H} = \mathbf{B} \int_0^T \exp(\mathbf{AT}) dt$$

如果  $\mathbf{A}$  是非奇异的,  $\mathbf{I}$  是与  $\mathbf{A}$  同阶的单位阵, 有

$$\mathbf{H} = (\exp(\mathbf{AT}) - \mathbf{I}) \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}$$

## 3 变刚度空气悬架仿真

### 3.1 空气弹簧动态载荷计算方法

已建立的空气弹簧刚度模型是非线性的,因此,车辆空气悬架模型也应是而非线性的。为避免非线性模型带来的求解与计算困难,仍用线性悬架模型式(7)进行空气悬架仿真。出于研究空气弹簧变刚度特性影响的目的,在系统由初始状态  $\mathbf{x}(0)$  计算  $kT$  时间后状态  $\mathbf{x}(kT)$  的过程中,每一个  $T$  时间间隔后计算悬架动行程(也就是空气弹簧高度变化量),如  $kT$  时刻前悬架动行程

$$\Delta h_f = z_1 - z_2 = x_1(kT) - x_3(kT)$$

取路面上方为坐标正向,则  $\Delta h_f > 0$  弹簧压缩、 $\Delta h_f < 0$  弹簧拉伸,由弹簧初始高度和  $\Delta h_f$  可确定弹簧的当前高度。根据弹簧当前高度由弹簧刚度多项式拟合式得到弹簧当前刚度,将当前弹簧刚度作为悬架刚度重新计算系统状态矩阵用于下一时刻系统状态计算,从而实现在变悬架刚度条件下的系统仿真。

所研究前桥空气弹簧在设计工作高度  $h_0 = 0.16 \text{ m}$  时的气体压力是  $303 \text{ kPa}$ ,用拟合方法得到弹簧载荷  $F_p$  与刚度  $k_{sf}$  计算公式为式(8)、(9)。式(9)是式(8)对高度求导后取反,因为空气弹簧载荷与高度的关系是递减特性,导数是负数,而工程中习惯刚度是正值,所以进行取反运算

$$F_p = 10\,084(h_0 - \Delta h_f)^4 - 8\,972(h_0 - \Delta h_f)^3 + 3\,164(h_0 - \Delta h_f)^2 - 586(h_0 - \Delta h_f) + 55 \quad (8)$$

$$k_{sf} = -40\,337(h_0 - \Delta h_f)^3 + 26\,915(h_0 - \Delta h_f)^2 - 6\,327.8(h_0 - \Delta h_f) + 586.1 \quad (9)$$

设仿真时弹簧由高度  $h_0 = 0.16 \text{ m}$  压缩到高度  $h = 0.13 \text{ m}$ ,  $\Delta h_f = 0.03 \text{ m}$ ,用式(8)直接可得两个高度下的弹簧载荷分别是  $12.04 \text{ kN}$  和  $15.40 \text{ kN}$ 。另外,如果将高度变化  $\Delta h_f$  细分成若干步微小改变  $\Delta h_i$  之和,第  $k$  步弹簧高度

$$h_k = h_0 + \sum_{i=0}^k \Delta h_i$$

同理,由式(9)弹簧高度为  $h_k$  时,其刚度表示为

$$k_{sf} = f(h_k) = f\left(h_0 + \sum_{i=0}^k \Delta h_i\right)$$

用式(10)近似计算高度为  $h_k$  时弹簧载荷

$$F_k = F_0 + \sum_{i=0}^k f\left(h_0 + \sum_{i=0}^k \Delta h_i\right) \Delta h_i \quad (10)$$

式中  $h_0$  和  $F_0$  是计算起点弹簧状态，通常取设计高度时之值。对本例，高度变化量若取 100 等分( $k=100$ ) 计算得到高度  $h=0.13$  m 时，弹簧载荷为 15.44 kN。可以看到两种方法得到的结果相差甚小。

### 3.2 空气悬架仿真及试验结果

悬架仿真中的常用路面输入条件是随机信号<sup>[9]</sup>，由于仿真信号一般只在统计参数上等价于实际道路参数，致使某些研究问题不能充分体现。所以，采用确定信号输入进行仿真，模拟悬架固有频率测定的滚下法试验。这是一种阶跃试验，满载车辆前桥在高度为 0.06 m 的台阶上被轻轻推下。虚拟采样和仿真计算的周期相同，取  $T=0.001$  s，其他悬架参数的取值见表 2。对后悬架空气弹簧刚度可以做与前悬架弹簧一样的拟合处理，只是需要估计该弹簧在车辆满载静止状态时的气压。为考察仿真的效果，在所研究车辆的前悬架空气弹簧进气口安装压力传感器，根据压力传感器的测试，车辆满载静止且前悬架弹簧调整到设计工作高度时，气压力是 303 kPa，式(9)是相应的悬架刚度拟合模型。

滚下法试验中，车辆从台阶上下来损失的重力势能大多数转变成水平前进的动能，消耗于克服车轮的滚动阻力，另一部分转变成悬架弹簧的弹性势能，引起悬架垂直振动而被减振器消耗。所以，车辆下台阶后垂直振动的初始状态可以确定成非零状态：被试车桥和上方车身由一定高度、以一定初速度向下运动，在悬架振动过程中车轮输入恒为零。参考试验数据，仿真时，悬架系统初始状态矢量  $x(0)$  中元素具体取值为

$$x(0)=(0, -0.05, 0.017, -0.15, 0, 0, 0, -0.05)$$

仿真计算进程中，根据每一步计算的悬架动行程确定空气弹簧的高度，使用动态刚度的多项式拟合式估计弹簧刚度的当前数值。下一步计算所用的系统状态矩阵由当前刚度数值重新构造，实现变悬架刚度仿真之目的。

图 4 是前悬架非零初始状态试验变刚度仿真的空气弹簧气压曲线与试验中测试的气压曲线。图 4 中还有前悬架刚度取定值 97.5 kN/m(悬架位于平衡位置时的数值)，其他条件相同进行仿真所得的弹簧气压曲线，明显观察到变刚度仿真的效果更佳。

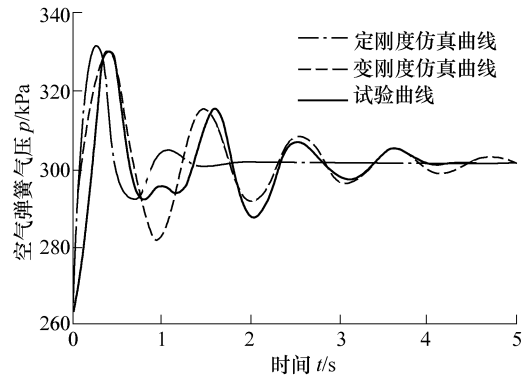


图 4 空气弹簧非零初始状态气压曲线

## 4 结论

(1) 使用制造商提供的由多条曲线组成的空气弹簧动态特性图或利用有限次规定条件下的空气弹簧动态特性试验数据，对这些多条试验曲线分别进行同样的多项式拟合，再对各个拟合式中相同幂次项的系数进行多项式拟合。可以得到在试验初始压力范围内，任意初始压力下的空气弹簧动态特性及动态刚度特性。所得结果与试验数据比较吻合且便于计算。

(2) 针对空气弹簧动态特性，在(1)所述的两步拟合操作中，拟合多项式最高幂次依次选 4 次、2 次已能满足工程要求。

(3) 用常系数时不变线性离散状态空间描述的车辆悬架模型，根据空气弹簧刚度的当前数值，修改系统状态矩阵，可实现近似的变悬架刚度仿真。

(4) 确定输入信号仿真能突出某些具体参数的作用，客车前悬架阶跃试验变刚度仿真的空气弹簧气压曲线与试验中测试的气压曲线基本一致。

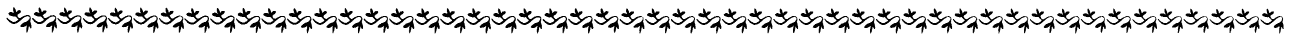
### 参 考 文 献

[1] 万科, 程飞, 过学迅. 客车用空气弹簧分析研究[J]. 客车技术与研究, 2007, 29(3): 17-20.  
WAN Ke, CHENG Fei, GUO Xuexun. Analysis and study on air suspension used on buses and coaches[J]. Bus Technology and Research, 2007, 29(3): 17-20.

[2] 尹万建, 杨绍普, 申永军, 等. 空气弹簧悬架的振动模型和刚度特性研究[J]. 北京交通大学学报(自然科学版), 2006, 30(1): 71-74.  
YIN Wanjian, YANG Shaopu, SHEN Yongjun, et al. Research on vibration model and stiffness performance of air spring suspension[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2006, 30(1): 71-74.

[3] 胡芳. 非线性空气悬架模型的理论研究及实车试验[J].

- 合肥工业大学学报(自然科学版), 2007, 30(11): 1 429-1 432.
- HU Fang. Theoretical investigation of the non-linear air suspension model and the automobile road test[J]. Journal of Hefei University of Technology(Natural Science), 2007, 30(11): 1 429-1 432.
- [4] MALIN P. Derivation of air spring model parameters for train simulation[D]. Lulea: Lulea University of Technology, 2002.
- [5] KATUYA T. Study on dynamic characteristic analysis of air spring with auxiliary chamber[J]. JSAE Review, 1999, 20(3): 350-355.
- [6] 苏金明, 阮沈勇. MATLAB6.1 实用指南(下册)[M]. 北京: 电子工业出版社, 2002.
- SU Jinming, RUAN Shenyong. A practical guide to MATLAB6.1 [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2002.
- [7] 喻凡, 林逸. 汽车系统动力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005.
- YU Fan, LIN Yi. Dynamics of automobile[M]. Beijing: China Machine Press, 2005.
- [8] KATSUHIKO O. 离散时间控制系统[M]. 北京: 机械工业出版社, 2006.
- KATSUHIKO Ogata. Discrete-time control system[M]. Beijing: China Machine Press, 2006.
- [9] 张孟俊, 谢良富, 王会义, 等. 厢式半挂车空气悬架系统的仿真分析[J]. 汽车工程, 2006, 28(12): 1 062-1 065.
- ZHANG Mengjun, XIE Liangfu, WANG Huiyi, et al. Simulation and analysis on the air suspension system of a van semi-trailer[J]. Automotive Engineering, 2006, 28(12): 1 062-1 065.
- 
- 作者简介: 陈燎, 男, 1963 年出生, 博士研究生, 副教授。主要研究方向为汽车电子及智能交通系统。
- E-mail: qinhe@ujs.edu.cn
- 周孔亢, 男, 1938 年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为车辆动态性能分析及安全控制。
- E-mail: zkk@ujs.edu.cn
- 李仲兴, 男, 1963 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为车辆系统参数匹配及现代交通运输系统。
- E-mail: zhxl@ujs.edu.cn



(上接第 92 页)

- Foreign Railway Vehicle, 1999(5): 15-18.
- [13] 黄玉坤, 田晓丽. 列车错车时的空气流场分析[J]. 华北工学院测试技术学报, 2002, 16(1): 73-74.
- HUANG Yukun, TIAN Xiaoli. The fluid field analyses of train encountering[J]. Journal of Test and Measurement Technology, 2002, 16(1): 73-74.
- [14] 田红旗, 贺德馨. 列车交会压力波三维数值的计算[J]. 铁道学报, 2001, 23(3): 18-22.
- TIAN Hongqi, HE Dexin. 3-D Numerical calculation of the air pressure pulse from two trains passing by each other[J]. Journal of the China Railway Society, 2001, 23(3): 18-22.
- [15] 田红旗, 梁习锋. 准高速列车交会空气压力波实验研究 [J]. 铁道学报, 1998, 2(4): 37-42.
- TIAN Hongqi, LIANG Xifeng. Test research on crossing air pressure pulse of quasi-high-speed train[J]. Journal of the China Railway Society, 1998, 2(4): 37-42.
- [16] VERSTEEG H K, MALALASEKERA W. An introduction to computational fluid dynamics[M]. London: Longman Group Ltd., 1995.
- [17] 李人宪. 有限体积法基础[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008.
- LI Renxian. Fundamentals of finite volume method[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008.
- 
- 作者简介: 李人宪(通信作者), 男, 1954 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为内燃机性能, 车辆空气动力学。
- E-mail: rxli@swjtu.edu.cn