

# 机械产品精密配合中的选配方法研究\*

刘明周 郭嘉 李旗号

(合肥工业大学机械与汽车工程学院 合肥 230009)

**摘要:** 在对配合精度要求较高的产品(或部件)进行装配时,为了得到它的最优装配组合,运用网络流规划建立了一种特定装配关系的选配模型,通过合理定义模型网络的中间点、弧的容量和方向以及模型的一般约束条件,将最优装配组合的问题转化成网络最大流问题。结合关联图模型和产品层次装配模型的特点,建立了一种便于选配模型求解的装配模型,采用了分层自底向上的选配方法,利用选配模型进行局部选配最终获得最优解。并通过实例对上述方法进行了验证。

**关键词:** 选配 网络最大流 装配模型 装配组合 分层自底向上

**中图分类号:** TH166

## 0 前言

在机械产品加工装配过程中,对于那些配合精度要求较高的关键组件,往往由于分组进行装配时,选配人员操作的随机性和处理数量、种类较多的零件时的困难性,导致无法获得最优的装配组合,影响零件装配的成功率,这种现象在企业中大量存在,使得该类企业的滞装品数量居高不下,严重影响企业效益。采用一种基于网络最大流的选配模型,求解该模型以获得最优的装配组合,以提高装配成功率和装配效果,同时,借助计算机工具,实现了求解该模型的算法,并在企业的选配作业中得到了实际应用。

## 1 机械产品装配中的选配方法分析

目前解决选配问题主要可以运用整数规划、动态规划和网络流规划等方法,假设将待选零件的种类数为  $n(n>1)$  时进行的选配称为  $n$  维选配问题,则 2 维的选配问题实际是一种多约束的纯整数规划问题,类似于指派问题<sup>[1]</sup>,可以同理建立系数矩阵并设定约束条件,不同的是指派问题的目标函数是使任务完成的成本或时间最小化,而装配组合问题的目标函数是要使所得装配组即成品数量最大化,但当两种零件的待装品数量不等时,建立的系数矩阵非方阵,无法进行变换直接获得最优解,需要对其子矩阵进行变换求解后<sup>[2]</sup>,从中选出最优解,这种方法计算量较大,且矩阵变换不方使用算法实现。

对  $n$  维选配问题,特别对于  $n>2$  时的情形,动态规划也是一种较好的方法,其多阶段求解最终获得最优解的策略,不受零件的种类和数量变化的影响,但由于每阶段的状态都须得到存储,实现这种方法的算法的空间复杂度较高。此时,考虑利用网络流规划<sup>[3]</sup>将最优装配组合的问题转化为网络最大流的问题<sup>[4]</sup>,选择按深度优先搜索策略将网络进行分层,再按宽度优先搜索策略寻找增广链求解最大流<sup>[5-7]</sup>最终获得最优装配组合,则基于此方法的算法的时间复杂度和空间复杂度与前两种方法相比均较低,且也不受零件种类和数量变化的影响,便于计算实现。下面介绍这种选配方法的具体过程。

## 2 基于网络最大流的选配模型的建立

假设产品  $Pr$  的某一装配过程,需要将零件  $P_1, P_2, \dots, P_n$  进行装配,对应各自待装品的数量为  $N_1, N_2, \dots, N_n, N_i$  与  $N_j$  可以不等,且零件  $P_i$  只和  $P_j(j=i+1$  或  $i-1)$  存在配合关系,这种装配结构的关联图模型如图 1 所示。

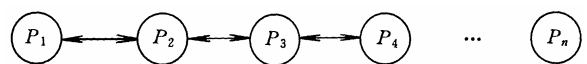


图1 选配模型解决的装配问题的关联图模型

令  $P_x[i](x=1,2,\dots,n; i=1,2,\dots,N_x)$  表示零件  $P_x$  的某一待装品,则根据各零件的配合尺寸数据,计算出符合配合精度的所有装配对  $(P_i[k], P_j[l])$ ,通过以下步骤建立选配模型的网络(如图 2 所示)。

(1) 假设存在发点  $V_s$  和收点  $V_t$ ,将所有零件的待装品作为网络中的中间点,并将同一零件的待装品设在网络的同一层上。

\* 教育部留学归国基金资助项目(200213B2)。20031008 收到初稿, 20040108 收到修改稿

(2) 如图 2 根据前面计算出的装配组, 将零件的待装品与其所属装配组的其他元素用弧连接, 且规定弧的方向总由下标小的零件待装品  $P_i[a]$  指向下标大的零件待装品  $P_{i+1}[b]$ 。由于每个装配组包含的零件待装品不可能重复, 即最终经过每个待装品的流量最大只能为 1, 因此, 将这种弧的容量规定为 1, 当该弧饱和时, 则说明此时弧连接的待装品已被一个装配组选中, 不可再参与选配。

(3) 将发点与零件  $P_1$  的所有待装品, 收点与零件  $P_n$  的所有待装品分别用弧连接, 且将弧容量也设为 1。图 2 模型中用弧上括号中前一数字表示弧的容量, 后一数字表示经过该弧的流量<sup>[1]</sup>。

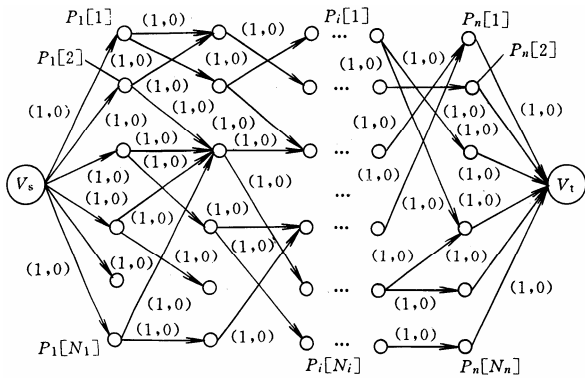


图 2 求解最优装配组合的选配模型

令  $f(P_i[k], P_j[l]) (k=1, \dots, N_i, l=1, \dots, N_j)$  表示经过中间点  $P_i[k]$  到  $P_j[l]$  的流的流量, 则该网络中的可行流必须满足下述约束条件。

(1) 容量限制条件  $0 \leq f(P_i[k], P_{i+1}[l]) \leq 1$

(2) 平衡条件

对于中间点, 流出量等于流入量, 有

$$\sum_{(P_i[k], P_{i+1}[l]) \in A} f(P_i[k], P_{i+1}[l]) - \sum_{(P_{i-1}[m], P_i[k]) \in A} f(P_{i-1}[m], P_i[k]) = 0$$

对于发点  $V_s$  即网络流的出发点, 有

$$\sum_{(V_s, P_1[k]) \in A} f(V_s, P_1[k]) - \sum_{(P_1[k], V_s) \in A} f(P_1[k], V_s) = v(f_i)$$

于是对于收点  $V_t$  即网络流的终点, 有

$$\sum_{(P_n[k], V_t) \in A} f(P_n[k], V_t) - \sum_{(V_t, P_n[k]) \in A} f(V_t, P_n[k]) = -v(f_i)$$

式中  $A$ ——网络中所有弧构成的集合

$(P_i[k], P_{i+1}[l])$ ——连接中间点  $P_i[k]$  和  $P_{i+1}[l]$  的弧, 方向由  $P_i[k]$  指向  $P_{i+1}[l]$

$f(P_i[k], P_{i+1}[l])$ ——经过弧  $(P_i[k], P_{i+1}[l])$  的流的流量

$f_i$ ——通过模型网络中的某可行流

$v(f_i)$ —— $f_i$  的流量, 即此时发点的净输出量(或收点的净输入量)

结合网络最大流的求解算法 Dinic 算法<sup>[5]</sup>, 按深度优先搜索策略将网络进行分层, 再按宽度优先搜索策略寻找增广链, 可求出该网络的最大流  $f_{max}$ 。

$f_{max}$  经过的中间点对应的待装品就是被最优装配组合选中的待装品, 流量  $v(f_{max})$  是最优装配组合中装配组的总数。若将由发点引出的每条弧上的流当作  $f_{max}$  的支流, 由于弧的容量均为 1, 所以每条支流的流量只能为 1, 不难证明每条支流经过的中间点所构成的集合相互独立, 即证明了这些中间点对应的待装品所构成的集合相互独立, 若称这样的集合为一个装配组矢量  $X_i$ , 如矢量  $X_1=(P_1[3], P_2[5], P_3[4], \dots, P_n[5])$  表示一个装配组, 则这样的矢量的集合  $\{X_i | i=1, 2, \dots, m \text{ 且 } m=v(f_{max})\}$  即为最优装配组合。

### 3 选配模型在复杂装配中的应用方法

实际装配中待装零部件的配合关系较繁杂, 特别是大、中型产品的装配, 很多都是混联的装配关系, 将所有的零部件一次性进行选配很难求得最优组合, 也无法直接应用本文选配模型求解, 所以针对这种情况, 通过建立一种适当的装配模型, 采取分层自底向上的选配方法, 在该混联模型中应用选配模型进行局部选配, 最终求得了这种复杂装配问题的最优装配组合, 具体解决方法如下。

#### 3.1 装配模型的建立

由于该模型需要既能充分表达零部件之间配合关系, 又能表达装配的层次性, 所以结合关联图模型和产品层次装配模型<sup>[8]</sup>两者的特点, 按以下步骤建立该模型。

(1) 指定装配体的基础件, 将其作为装配模型图的顶层节点, 基础件是指基础件结构的装配体在装配或使用过程中用于支撑整个装配体的某个或几个零件。

(2) 根据装配体的层次信息与零部件之间的配合关系信息, 搜索与顶层节点有任何配合关系的零部件<sup>[9]</sup>, 将这些零部件作为基础件的下一层节点, 边的方向由顶层节点指向这些节点, 同一层中用双向箭头的边连接的零部件表示也存在配合关系。

(3) 将每一个新节点作为起始点, 按照宽度优先搜索算法, 重复步骤(2)。

按上述步骤建立的某产品装配模型(如图 3 所示)中, 略去了配合精度要求较低或无配合精度要求的配合组件。模型中将顶层节点对应的基础件称为装配体, 下一层中含有子节点的节点对应的部件称为子装配体, 最底层节点对应的零件仍称为零件。模型中的装配体和子装配体与下级子装配体和零件也存在配合关系, 与下级子装配体和零件共同组成部件。

### 3.2 分层自底向上的选配方法

求解如图3的装配模型的最优装配组合时，采用分层自底向上的选配方法，其具体求解过程如下。

(1) 对模型中所有存在配合关系的零部件，根据配合尺寸求得符合配合精度要求的所有装配对。

(2) 从底层零件如本图中的零件  $P_{11}$  或  $P_{12}$  开始，对与其关联的上层子装配体和同层零件进行局部选配。

(3) 将(2)获得的最优装配组合中选中的子装配体再与上层的子装配体和零件进行选配，以此方式逐步向上，直到获得所有零部件的最优装配组合。

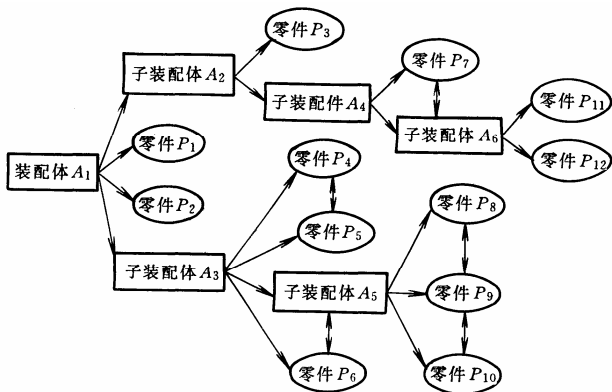


图3 某产品部件的装配模型

在对子装配体与其相关联的零部件进行选配时，会遇到以下两种关联关系，针对不同的关联关系选配模型的求解方法也不同。

(1) 同层之间的子装配体和零件之间并无配合关系，只和与其相关联的父级子装配体存在配合关系。如零件  $P_{11}$  和  $P_{12}$ ，对于这种关系可以分层将待装品按零件  $P_{11}$ 、 $A_6$ 、 $P_{12}$  的顺序，建立选配模型的网络求解出最优组合。当这种关系中子装配体下层的零件或子装配体的数量大于2，如该图中的顶层装配体  $A_1$  的下层有两个零件  $P_1$ 、 $P_2$  和两个子装配体  $A_2$ 、 $A_3$ ，将无法直接建立选配模型，则按以下步骤求解。

首先，按照一定的优先级对其分组再建立模型网络，此处根据加工工艺的复杂程度和成本高低先对零件和子装配体进行排序。

然后，若第二层中的优先级排序为  $A_3$ 、 $A_2$ 、 $P_1$ 、 $P_2$ ，先按  $A_3$ 、 $A_1$ 、 $A_2$  的顺序建立网络，用选配模型求解出最优组合  $C_1$ ，再将  $C_1$  中被选中的  $A_1$  的待装品与零件  $P_1$ 、 $P_2$  按  $P_1$ 、 $A_1$ 、 $P_2$  顺序建立网络求解出最优组合  $C_2$ 。

最后，若  $C_1$  中某一装配组矢量  $X_i$  与  $C_2$  中的某一装配组矢量  $Y_j$  选中了  $A_1$  的同一待装品，则用  $X_i$  和  $Y_j$  包含的所有元素构建新的矢量  $Z_k$ 。根据此法，求出所有这样的  $Z_k$ ，这些矢量所组成的集合即为这

次局部选配的最优装配组合。

(2) 同层之间的子装配体和零件之间存在配合关系。如子装配体  $A_4$  下层的  $A_6$  和  $P_7$ ，由于  $A_4$ 、 $A_6$ 、 $P_7$  两两之间也存在装配关系，所以要按照  $A_4$ 、 $A_6$ 、 $P_7$ 、 $A_4$  顺序，两次列出  $A_4$  待装品建立网络，才能保证求出的最优组合能同时满足每两者之间的配合精度。与(1)同理，当子装配体下层的相互关联的零件或子装配体的数量大于2，如  $A_5$  与下层的零件  $P_8$ 、 $P_9$ 、 $P_{10}$  不可能按上述方法建立网络，则按以下步骤求解。

首先，与(1)同法也要先分组再建立模型，求出优先级排序若为  $P_{10}$ 、 $P_9$ 、 $P_8$ ，则先由  $A_5$ 、 $P_{10}$ 、 $P_9$ 、 $A_5$  顺序建立网络求出最优组合  $C_1$ ，再将组合  $C_1$  中被选中的  $A_5$  和  $P_9$  的待装品与  $P_8$  按  $A_5$ 、 $P_8$ 、 $P_9$ 、 $A_5$  顺序建立网络求出最优组合  $C_2$ 。

然后，若  $C_1$  某一装配组矢量  $X_i$  与  $C_2$  中的装配组矢量  $Y_j$  选中的  $A_1$  和  $P_9$  的待装品均相同，则用  $X_i$  和  $Y_j$  包含的所有元素构建新的矢量  $Z_k$ 。根据此法，求出所有这样的  $Z_k$ ，这些矢量所组成的集合即为这次局部选配的最优装配组合。

## 4 应用实例

某厂的产品回转支承，主要由内圈、外圈、保持架和钢球等零件装配而成，其中内、外圈属于关键零件，配合精度要求较高，手动选配无法保证装配组合的最优化，使得滞装品数量不断增加，加大了生产成本。而应用上文提出的选配模型求解，可以有效避免手动选配的缺点，得到最优装配组合。

假设内圈  $N$  的待装品集合  $\{N[i] \mid i \leq n\}$ ，内圈待装品总数为  $n$ ，外圈  $W$  的待装品集合  $\{W[j] \mid j \leq m\}$ ，外圈待装品总数为  $m$ ，将所有内、外圈待装品之间的滚道间隙计算出来，用容量为1的弧将滚道间隙满足配合精度要求的内、外圈的待装品连接，建立选配模型的应用模型如图4所示。

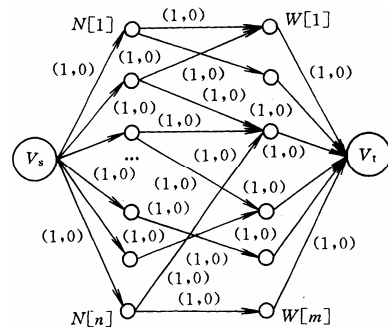


图4 内、外圈选配的网络最大流模型

结合网络最大流的求解算法采用宽度优先策略

对模型网络进行分层,再利用深度优先的策略寻找增广链,可求得内外圈的最优装配组合。基于此算法开发了用于选配的软件模块如图 5 所示。

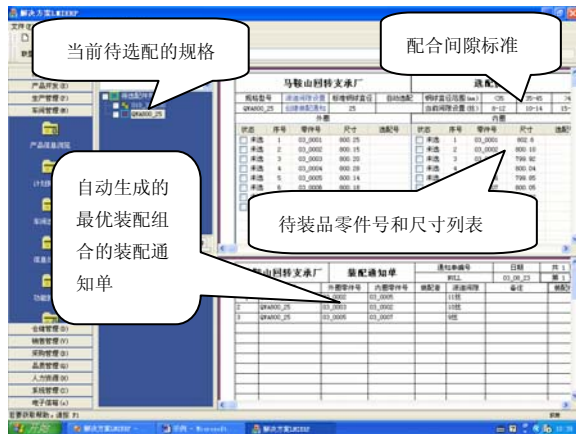


图 5 基于网络最大流选配模型的选配模块

根据建立选配软件模块对产品规格为 QWA 800-25(滚道间隙尺寸限定在 0.08~0.12 mm 内)的回转支承的一组内外圈(滚道直径尺寸如表 1 所示)进行自动选配,得出的最优装配组合如表 2 所示。

表 1 规格为 QWA800-25 的内、外圈滚道直径尺寸

外 圈		内 圈	
零件号	滚道直径	零件号	滚道直径
03-0001	800.25	03-0001	800.60
03-0002	800.15	03-0002	800.10
03-0003	800.20	03-0003	799.92
03-0004	800.28	03-0005	800.04
03-0005	800.14	03-0006	799.85
03-0006	800.18	03-0007	800.05
03-0013	800.24	03-0008	799.92
03-0014	800.15	03-0009	799.95

表 2 自动选配的最优装配组合

序 号	外圈零件号	内圈零件号	滚道间隙
1	03-0002	03-0005	0.11 mm
2	03-0003	03-0002	0.10 mm
3	03-0005	03-0007	0.09 mm

## 5 结 论

(1) 指出了现有选配中的问题,对配合精度要求较高的配合组件的选配方法进行了研究,提出的基于网络最大流的选配模型,可方便地利用计算机工具求解出最优装配组合,避免了手动选配的局限性。

(2) 构建的装配模型弥补了产品层次模型中无法直观表达同层次的零部件间装配关系的缺点。

(3) 对于装配关系复杂的产品,分层自底向上的选配方法能够准确地获得最优装配组合,提高装配的整体质量。

## 参 考 文 献

- 1 甘应爱,田丰,李维铮,等. 运筹学. 修订版. 北京:清华大学出版社, 2000
- 2 冯振笑,柯越华. 整数规划的交集及交集余集解法. 石油大学学报, 2001, 25(2): 122~125
- 3 詹森 P A, 巴恩斯 J W(美). 网络流规划. 孙东川译. 北京:科学出版社, 1988
- 4 黄海赞, 戚飞虎, 岑峰. 基于网络最大流的立体匹配算法. 上海交通大学学报, 2001, 35(2): 168~172
- 5 孙晓天. 管理的图论方法. 北京:中央广播电视大学出版社, 1999
- 6 Ford L R, Fulkerson D R. Flows in Networks. Princeton: Princeton University Press, 1962
- 7 Sukumar G, Arobinda G, Sriram V P. A self-stabilizing algorithm for the maximum flow problem. Distributed Computing, 1997, 10: 167~180
- 8 熊光楞,徐文胜,张和明. 并行工程的理论与实践. 北京:清华大学出版社, 2001
- 9 于建明,蔡建国. 装配建模与装配分层规划方法研究. 机械科学与技术, 2000, 7(19): 671~673

## RESEARCH ON THE MATCHING METHOD TO ASSEMBLE THE MECHANICAL PRODUCT WITH THE HIGHLY PRECISE COOPERATION

Liu Mingzhou Guo Jia Li Qihao

(School of Mechanical and Automotive Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009)

**Abstract:** During the process to assemble the product or assembly which requires the high precision of the cooperation, to get the optimal assembly combination, a matching model is built based on the specific assembly relation by using network flow programming. After setting the proper mid-points and the proper capacity and direction of arcs in the model's network and defining the general constraint of the model, the problem to get optimal assembly combination is transformed to the problem to get the maximum flow of network. Combining the relationship graph model with the hierarchical assembly model of product, a new assembly model is constructed to apply easily the matching model, and according to the hierarchical and down-top matching method, the optimal result is figured out after applying the matching model to match locally the parts of assembly. Moreover, the method above is proved by an example of application.

**Key words:** Match Maximum flow of network  
Assembly model Assembly combination  
Hierarchical and down-top

作者简介:刘明周,男,1968年出生,副教授,博士,博士后研究人员。主要从事机械制造自动化和 CIMS 等研究。

E-mail: lzqzmz@mail.hf.ah.cn