DOI：10.3901/JME.2024.03.254

代理模型技术及其应用：现状与展望*

吕利叶[1] 鲁玉军[1] 王 硕[2] 刘 印[2] 李昆鹏[2] 宋学官[2]
(1. 浙江理工大学机械工程学院 杭州 310018；
2. 大连理工大学机械工程学院 大连 116024)

摘要：代理模型是计算复杂且费时的数值分析模型的替代模型，在一定程度上弥补了传统工程优化设计和数值仿真分析设计周期长、计算成本高、维数灾难等短板。近年来，代理模型技术蓬勃发展，成果丰硕，被逐渐应用在航空航天、船舶、汽车、发电等领域。首先对代理模型进行总体概述，调查了近三十年代理模型相关论文发表总量与年发表量，总体分析了国内外学者在此领域的投入与产出。其次从试验设计、单保真度代理模型、多保真度代理模型这三方面较为详细地介绍了代理模型研究现状。接着围绕代理模型在优化设计中的应用展开调查，分析与概述了代理模型辅助的多学科优化设计、多目标优化设计和不确定性优化设计。最后归纳总结了代理模型技术目前存在的问题，并对未来的研究方向提出了一些建议。

关键词：代理模型；试验设计；多保真度；序列取样；多目标优化设计；多学科优化设计
中图分类号：TG11

Survey and Prospect of Surrogate Model Technique and Application

LÜ Liye[1] LU Yujun[1] WANG Shuo[2] LIU Yin[2] LI Kunpeng[2] SONG Xueguan[2]
(1. Faculty of Mechanical Engineering and Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018;
2. School of Mechanical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024)

Abstract: Surrogate model is a substitute of the numerical analysis model with complex and time-consuming calculation, which can make up for the shortcomings of traditional engineering optimization design and numerical simulation analysis, such as long design cycle, high computing costs, and curse of dimensionality. Surrogate model technique has developed rapidly and achieved abundant outcomes in recent years. It has been gradually applied in aerospace, ship industry, vehicle, power generation and other fields. First, this paper gives a general overview of the surrogate model technique, and investigates the total and increment number of papers published on the surrogate model in the past thirty years. Second, the research status of surrogate model and related typical methods and theories are introduced in detail from three aspects, namely design of experiments, single-fidelity surrogate model and multi-fidelity surrogate model. Then applications of surrogate model in optimization design are investigated. The overall investigation of the surrogate-assisted multidisciplinary, surrogate-assisted multi-objective, and surrogate-assisted uncertainty optimization design techniques are analysed and summarized. Finally, the underlying problems existing in the surrogate model technique are summarized, and some suggestions are proposed for the future research.

Key words: surrogate model; design of experiments; multi-fidelity; sequential sampling; multi-objective optimization design; multidisciplinary optimization design

0 前言

传统的工程优化设计与分析研究通常利用物理实验获得少量实验数据，探究工程系统运行规律，存在设计周期长、实验成本高等不可忽视的缺点。随着数值计算方法飞速发展，计算机技术显著提高，数值仿真技术被逐渐应用到工程实际中，且因其强大的计算推导能力、可靠性、准确性，将逐步替代物理实验[1-3]，但是计算机仿真技术也无法跳出其自

* 国家重点研发计划（2018YFB1700704）和国家自然科学基金(52075068)资助项目。20230301 收到初稿，20230904 收到修改稿

身的局限性。为了保证工程优化设计优化与分析结果的可靠性与准确性，所需的仿真模型越来越精细，模型的保真度与复杂度同时稳步提高，导致快速发展的计算机技术仍不能满足优化设计与分析时所需的高昂计算资源与时间[4-8]。因此，为了减少高保真度模型高昂的计算成本，针对工程优化设计与分析问题的复杂性，基于样本数据的快速分析计算方法——代理模型(Surrogate model)技术应运而生[9]。代理模型即为响应曲面模型(Response surface model，RSM)，国内外也称之为近似模型(Approximate model)，被称为模型的模型[10]。1975 年，学者 Blanning [11]提出“Metamodels(元模型)”来表示代理模型，之后学者们陆续提出了多种称呼来指代代理模型，如“Model emulation [12]”、“Proxy models [13]”、“Auxiliary models [14]”等。国内外学者们针对代理模型给出了多种描述，虽然具体表述不完全相同，但是大意与内涵相差不大。KLEIJNEN[14]认为代理模型是由仿真模型定义的输入/输出函数的近似值。陈昌富等在文献[15]中定义代理模型为“在不降低精度的前提下，通过少量样本信息构建的计算量小，但计算结果与原模型结果(数值分析或试验观测结果)相近的数学模型”。韩忠华等在文献[16]中认为代理模型是“在分析和优化设计中可以代替那些计算复杂且费时的数值分析模型的数学模型”。从上述描述可以看出，代理模型是通过从仿真模型中提取数据，利用数学方法构建而成的复杂仿真模型的近似模型，被广泛应用于工程系统仿真、地质勘探、航空航天等多个领域[1]。一般情况下，在基于数值仿真的优化设计与分析中，研究人员无从得知输入变量与输出响应之间的函数关系，数值仿真模型可被看作一个黑箱子(Black-box)模型，给定输入变量值，得到输出响应值。代理模型技术根据有限次的仿真模型输入输出数据对，构建输入变量与输出响应之间的函数关系，可应用于输入与输出之间物理意义不明的、计算成本高昂的优化设计与分析中，能在一定程度上解决维数灾难(Curse of dimensionality)的问题。利用构建好的代理模型替代运行成本高昂的高保真度(High-fidelity，HF)仿真模型，进行后续的工程优化设计与分析，减少运行成本与计算时间，有效缩短产品设计周期，大大提高工程项目设计效率。

通过总体调研代理模型方面相关论文，发现近二十年来代理模型技术经历了蓬勃的发展与长足的进步。国内外研究代理模型学者大多来自于中国、美国、德国、英国、法国等十个国家，图 1 和图 2 分别为这十个国家 23 年来代理模型领域论文发表总量和年发表量。从总量图可以看出，美国在代理模型领域发表论文最多，成果最为丰富，中国紧随其后，之后依次是德国、英国、法国、意大利等。从年增量图可以看出，在 2000 年美国在该领域论文发表接近 2 500 篇，而其他九个国家年发表量均低于 500 篇，美国年发表量接近其他国家发表量的总和。分析得知，美国在代理模型领域起步早，成果多，从一开始就处于引领的地位，其余国家起步较晚，尤其是我国。随着时间的推移，美国在此领域论文年发表量缓慢增长，其他国家涨幅也有所扩大，但是明显可以看出中国代理模型论文年发表量增长迅速，到 2020 年已经追赶上美国的步伐。这说明，我国在代理模型领域虽然起步晚，但是之后有更多学者投入到这项工作中，创造了丰硕的成果。从图中还可以看出，印度在代理模型领域发展也很迅速，在 20 年间，排名从第 9 跃升到第 3。

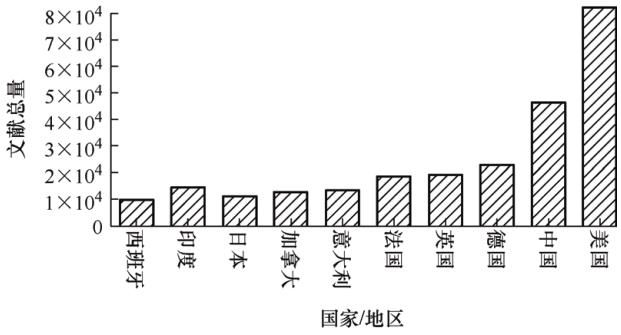


图 1　代理模型相关论文 2000-2022 年间发表总量

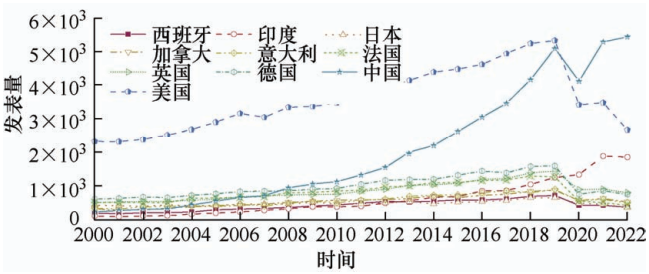


图 2　代理模型相关论文 2000-2022 年间年发表量

构建一个完整的代理模型基本要经过以下步骤：试验设计(Design of experiments，DoEs)、样本点获取、代理模型构建、精度检验、序列加点等步骤，具体如图 3 所示。

首先，利用 DoEs 方法，依据空间填充性与投影性原则，在设计空间抽取若干输入点，其中空间填充性表示输入点在原始设计空间的均匀分布程度，而投影性为输入点在原始设计空间的低维投影上的均匀分布度衡量指标；其次，将输入点代入到

数值仿真模型中，得到输出响应，获取样本点；接着，根据此初始样本点集利用数学方法构建代理模型；随后利用精度评价标准检验代理模型的精度，如果精度符合要求，则代理模型构建完成，若精度不满足要求，进入序列加点过程中，在原有的样本点基础上加入新生成的样本点，逐渐提高代理模型的精度，直到模型精度满足需求。

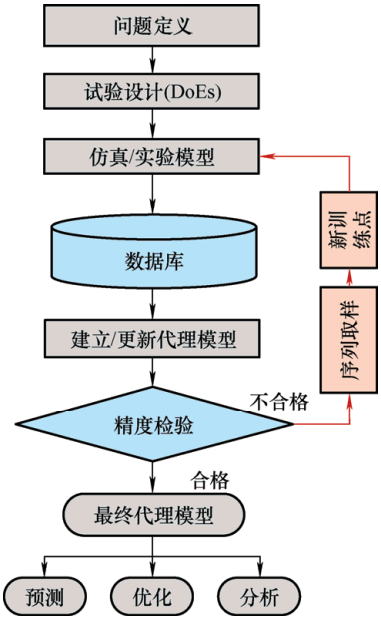


图 3 代理模型建模基本框架

文章结构大体框架如下。第 1 节概述了试验设计的研究进展，分为一次性取样和序列取样方法两部分展开调研。第 2 节进行了代理模型方法发展概述，从单保真度代理模型和多保真度代理模型两方面进行调研，其中单保真度代理模型分为单一保真度代理模型(以下简称单一模型)和组合单一保真度代理模型(以下简称组合模型)。第 3 节概述了代理模型在优化设计方面的应用，重点介绍了代理模型辅助的多学科优化设计、代理模型辅助的多目标优化设计、代理模型辅助的不确定性优化设计。最后，探讨了代理模型技术存在的潜在问题与未来可能的发展方向。

1 试验设计

试验设计是统计学的一个分支，其关键在于如何高效、低成本地安排实验设计，从而获取更多有效样本数据。DoEs 主要通过数学方法科学地设计样本点的分布，旨在利用尽可能少的试验次数来获取尽可能多的模型信息，其优劣程度对代理模型的预测性能影响很大[9]。在公元 150 年，GALEN 探讨了训练量对医学研究的影响和重要性[17]。早期的研究成果使得在 17 世纪中期和 18 世纪末涌现出了大量的 DoEs 理论和应用。在 20 世纪 20 年代，英国统计学家和数学家罗纳德·艾尔默·费希尔[18]首次将 DoEs 应用到农业实验中，写出了著名的《收成变动研究》系列论文，这一研究被称为 DoEs 领域的一座丰碑，此后该领域得到了广泛的应用和快速的发展。在 20 世纪 40～50 年代，美国学者 METROPOLIS 和 ULAM[19]提出了蒙特卡洛取样，日本统计学家和工程管理专家田口玄一[20]将正交 DoEs 方法表格化，并首先在产品的开发阶段使用了 DoEs 方法，有效降低了试验成本并提高了产品质量。在 20 世纪 70 年代，方开泰和王元[21]使用数论方法提出了均匀设计(Uniform design，UD)，并成功缩短导弹设计周期，节省了大量的设计成本。同期，MCKAY 等[22]提出了拉丁超立方取样(Latin hypercube sampling，LHS)方法。样本的数量与分布对于代理模型的性能优劣影响颇大，但是事实上对于黑箱子问题，最合适的样本数量往往是未知的，这时初始样本的分布情况并不太重要[23]。近年来，试验设计发展迅速，在传统取样(即一次性取样)方法基础上，提出了序列取样方法，即首先使用一次性取样方法获得初始样本，再利用初始样本携带的信息，使用序列取样方法进一步探索新的样本点[24-25]。接下来将分别介绍一次性取样和序列取样方法这两种 DoEs 方法在国内外的发展现状。

1.1 一次性取样方法

一次性取样方法也称静态取样，意为在设计空间内一次性抽取全部样本点。但是对于缺少先验知识的工程问题，无法预先确定合适的样本数量，很难一次性构建满足需求的代理模型。到目前为止，学者们已经提出了多种常用的一次性取样方法，如因子设计(Factorial design，FD)、正交矩阵(Or-thogonal arrays，OAs)[26]、LHS[22]、中心复合设计(Central composite design，CCD)[1]等。但是，一次性取样方法在实际使用过程中会造成较大的系统误差和随机误差，理论上面对未知工程问题时，样本点均匀分布在整个设计空间中是较为合理的取样结果[8, 27]，即样本点应具有良好的空间填充性和投影性。空间填充性描述样本点均匀分布整个设计空间的程度，投影性描述了样本点投影到低维设计空间的空间填充程度，上述提到的 LHS 和 OAs 等方法理论上具有较好的投影性能。目前，使用较为广泛的 DoEs 方法是 LHS，但该方法空间填充性、纵向相关性较差[28]，为了进一步提高 LHS 的取样精

度，学者们针对 LHS 进行了一系列的改进，提出了优化后的 LHS(Optimal LHS，OLHS)[29-30]。但是当设计变量的维数很高时，OLHS 中的优化问题较为复杂，所需的优化时间较长，容易造成维数灾难问题。为了提高 OLHS 的取样效率，VIANA 等[31]利用平移传播算法对 LHS 进行了改进，与常规的 OLHS 算法相比，改进后算法取样精度有所提高，计算成本有所减少。

1.2　序列取样方法

序列取样(Sequential sampling)方法是一种动态 DoEs 方法，这意味着用于构建代理模型的样本点并不是一次性抽取的，而是先抽取一部分初始样本点构建初始代理模型，初步了解实际问题的部分特性，然后根据构建好的初始代理模型利用序列取样方法进一步生成新的样本点，并用更新所构建的代理模型。序列取样的优势在于：1)序列取样可以监督代理模型的预测性能，当代理模型性能足够好或者其性能不再发生明显改变时，可以终止添加新的样本点；2)序列取样方法能够探测感兴趣区域。如果直接使用一次性取样方法，在设计空间均匀布样本点，即在工程问题的非线性和线性部分放置同样多的样本点，这会造成样本点的极大浪费，而序列取样方法可以从已构建的模型中学习到新知识，并逐渐细化代理模型，节省部分时间成本。序列取样方法是一种模型依赖的方法。从理论上讲，序列取样方法期望在复杂/非线性区域放置更多的点，而在简单/线性区域放置更少的点，即期望有效权衡局部开发和全局探索[32]。

目前为止，学者们对序列取样方法进行了大量的研究，并取得了可观的成果。1964 年，KUSH-Ner[33]首先提出了最大化改进概率(Probability of improvement，PoI)策略，并应用在一维问题上，之后 STUCKMAN[34]将其推广到多维问题中。1998 年，SCHONLAU 等[35]为了搜索到局部预测精度高但是全局不确定性高的位置，提出了最大化期望改进(Expected improvement，EI)策略。由 PoI 和 EI 的定义与公式可知，PoI 和 EI 同时包含局部开发和全局探索部分。2005 年，SÓBESTER 等[36]提出了加权 EI 准则，使用权重系数柔性权衡局部开发与全局探索，但是该方法涉及权重系数的选取，且不同问题对应不同的权重系数。序列取样中较为特殊的一种是最大化均方根误差(Mean squared error，MSE)，这是一种模型无关的均匀序列取样策略，取点原则是使样本点尽可能地均匀分布在设计空间中。在连续设计空间中，最大化 PoI、最大化 EI 和最大化 MSE 方法均涉及非线性问题的全局优化，且涉及未知参数问题，处理起来较为复杂，同时存在较大不确定性。为了避免上述问题，学者们基于交叉验证(Cross validation，CV)方法或泰森多边形(Voronoi)方法提出多种序列取样方法[37-42]。2002 年，JIN 等[32]利用 CV 方法评估代理模型的预测误差，并在最大误差处添加新的样本点。2008 年，LAM 和 NOTZ [37]使用 CV 误差和欧几里得(Euclidean)距离罚函数融合准则代替 MSE，提出了全局拟合期望改进序列取样方法。2011 年，CROMBECQ 等[38]计算每一个 Voronoi 单元的面积来估算样本点的密度，面积越大说明样本点越稀疏，完成全局探索任务，利用局部线性逼近算法计算每个 Voronoi 单元中样本点的梯度，从而确定需要加点的位置，完成局部开发任务。XU 等[39]根据已有样本点信息，利用 Voronoi 方法将设计空间划分为若干单元，并用留一交叉验证(Leave-one-out CV，LOO-CV)误差评估各个单元的敏感性，从而识别出最敏感区域，确定需要加点的单元，并使用蒙特卡洛取样法生成大量样本点输入(并没有计算其响应)，选择离单元中心样本点最远的位置处加入新的样本点。ZHANG 等[41]采用 CV 方法估计代理模型的预测不确定性，利用四分位数间距(Inter quartile range，IQR)判断新加入点的位置，但是 CV 方法计算预测不确定性是否可靠还缺乏更多必要的证明。

除此之外，学者还提出了基于拥挤距离、多项式拟合曲面(Polynomial regressive surface，PRS)模型等的序列取样方法。黄江涛等[42]根据拥挤增强函数与均方根误差(Root mean square error，RMSE)方法评估方法检测需加样本位置，引入基于径向基函数(Radial basis function，RBF)模型的能量函数和曲率采样准则，提出了一种同时考虑样本分布的均匀性与超曲面曲率的序列取样准则，并证明用更少的样本可显著提高代理模型的预测精度。XIAO 等[43]考虑到初始样本点给代理模型带来的不确定性，提出新加入的样本点需同时满足以下两个条件：1)尽可能地满足极限状态函数，2)为了避免信息冗余和病态(Ill-conditioned)问题的发生，应尽量远离初始样本点。ZHOU 等[44]针对多保真度代理模型提出了一种序列取样方法，并通过高斯过程(Gaussian process，GP)误差判定该重新加入 HF 样本点还是 LF 样本点。WU 等[45]为高阶 PRS 模型提出一种序列切比雪夫取样方法，为了提高高阶 PRS 模型的稳健性与精度，将最高阶数的切比雪夫多项式的零点作为候选取样点，并证明该方法的取样精度、

效率和稳定性均优于 CROMBECQ 等[38]提出的方法。为了直观明了地了解 DoEs 的发展脉络，总结了从 1920 年到 2020 年之间关于 DoEs 领域的代表研究成果，如图 4 所示。从图中可以看出，截止到 2000 年，一次性取样方法取得了较为完善得的发展，2000 年左右开始出现序列取样方法，且多围绕均方根误差、交叉验证误差和泰森多边形等理论展开。

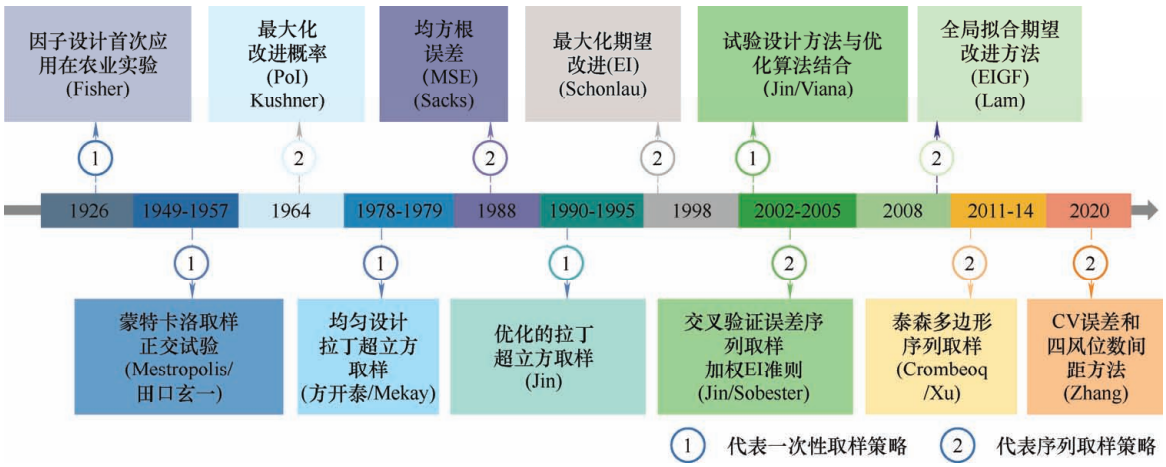


图 4 试验设计领域部分成果总结

2 代理模型方法发展概述

2.1 单保真度代理模型

相较于多保真度代理模型，单保真度代理模型是先开始发展的，其中单一模型被最先提出。本节从单一模型与组合模型两部分介绍单保真度代理模型近年来的发展现状。

2.1.1 单一模型

近半个世纪以来，代理模型技术经历了蓬勃的发展与进步，涌现出了若干经典的单一模型方法，如 PRS [46] 、克里金 (Kriging，KRG) [47]、、RBF [48]、支持向量回归(Support vector regression，SVR) [49]、人工神经网络(Artificial neural network，ANN) [50]、归纳学习(Inductive learning，IL) [51]等，并已在被广泛应用到多学科(如机械、生物、化学、流体等)和多领域(如航空航天、地质勘探、机动车辆、数据处理等)。

1951 年，英国化学专家 Box 和统计学专家 WILSON 为了解决化学研究中最佳条件的确定问题，提出了 PRS 模型，并认为如果其他领域的问题也是连续且重复误差较小的时候也可以用 PRS 模型。常用的 PRS 模型一般为二阶多项式模型，其系数由最小二乘(Least squares，LS)原理计算得到，侧面反映了各个设计变量对输入响应的敏感程度。同年，南非地质学家 DANIE KRIGE 提出了一种用于勘探矿产储量的模型。为了纪念 Kriging 的贡献，1963 年，MATHERON 将此模型称为 Kriging(KRG) [52]模型，之后 SACKS 等[27]将 KRG 模型运用到了工程优化设计中。KRG 模型是一种估计标准差最小化的不确定性无偏估计模型[53]，用标准差的变化来衡量设计空间的变化，通过寻优超参数保证输入变量的预测值误差最小。1971 年，爱荷华州立大学教授 HARDY[54]提出了一种以多曲面(Multiquadric，MQ)为基函数的 RBF 模型，用来拟合不规则曲面。RBF 模型可以将高维非线性问题转化为一系列样本点处基函数线性叠加的问题，可在一定程度上处理高维、高度非线性问题。VAPNIK 等[55]提出了 SVR 模型，解决复杂非线性模型的回归预测问题。SVR 模型是一种非插值的基于核函数的拟合模型，将低维不可分问题投影到高维空间中使之变成高维可分问题，便于找到高维特征空间中拟合超平面，由此可看出 SVR 模型较适用于解决高维复杂问题。

2000 年以前，学者们在单一模型的理论研究方面贡献卓越，之后，更多的学者将单一模型推广到了工程实际应用中。在产品结构优化设计方面，为了在有限的计算时间内改善已有产品结构性能，许多学者将代理模型技术与优化设计算法结合，实现快速设计的目的。西安电子科技大学段宝岩和曹鸿钧[56]利用 KRG 模型研究优化结果随着优化参数的改变问题，通过插值逼近 KRG 模型的优化结果，推测整个设计空间的优化结果全貌，且为了确保 KRG 模型的预测精度不受影响，提出分片插值方案。湖南大学李光耀等[57]以汽车为研究对象将 PRS、KRG 等单一模型应用到了汽车轻量化、板料成形、稳健性等方面的优化设计中。华中科技大学蒋平

等[58]为了解决基于仿真模型进行潜器型线优化设计效率低下的问题，利用 KRG 模型代替仿真模型进行多目标优化设计。北京理工大学龙腾等[59]将 SVR、RBF 等单一模型应用到了海洋卫星的轻量化、多学科优化设计、以及结构优化设计中。大连理工大学王博等[60]为了解决薄壁壳体的优化设计问题，提出基于 RBF 模型的优化设计框架分析几何缺陷区域对壳体承载能力的影响；郝鹏等[61]使用 KRG 模型和等效刚度模型的优化策略对加筋柱壳后屈曲性能进行优化设计；刘海涛等[62]为了减少航空发动机叶片的弯曲应力，将 KRG 模型应用到叶片罩量优化设计中。西北工业大学韩忠华等[63]在飞翼的优化设计中考虑起飞性能和巡航性能等多种优化目标，利用 KRG 模型进行多目标气动优化设计，得到结果较好的帕雷托(Pareto)前沿。河北工业大学韩旭等[64]利用 KRG 模型构建较高精度的近似模型，对轨道轴流风机叶轮结构进行多目标优化设计，并分析了各设计变量的敏感度。

在数字化设计方面，传统机械设计过程中制造物理模型由设计人员负责，引入数字化设计理念之后，计算机可以替代设计师构建虚拟样机，为了更大幅度提高数字化机械设计的效率，学者们将代理模型技术与虚拟样机结合。聂文超和蔡卫军[65]在研究助飞鱼雷时需要建立准确和快速的雷箭分离过程，将 RBF 模型与雷箭分离多体动力学虚拟样机模型结合，实现雷箭分离过程的快速仿真及对各参数影响规律的分析。苏杭朋[66]在计算机辅助设计软件中开发了虚拟装配系统，利用构建虚拟手的代理模型，并使用交互设备移动代理模型，处理代理模型与虚拟零件间的碰撞检测，实现虚拟装配。ZHANG 等[67]使用数字孪生(Digital twin，DT)技术实现装配过程数字化，利用代理模型近似装配界面虚拟材料薄层的单元，实现了物理装配数据与虚拟装配数据的实时交互与融合，有效验证了 DT 技术在虚拟装配中的可行性。

除了将单一模型推广应用到工程实际中，相当一部分学者在基础理论方面进行了深入研究并取得了显著的成果[68]。从 1990 年后，国内外学者针对 RBF、SVR、KRG、移动最小二乘(Move least squares，MLS)法等经典单一模型进行了深入探究。① 对 RBF 与 MLS 模型的研究。2002 年，KRISHNAMURTHY 和 ROMERO[69]使用 MLS 法拟合非线性曲面，通过调整 MLS 法的基函数和权函数，可使得其预测性能明显优于 KRG 和 PRS 模型。不久后，KRISHNAMURTHY[70]又将多项式与 RBF 模型拟合，建立了多项式增强的 RBF 模型，旨在充分利用多项式的线性拟合特性弥补 RBF 模型在线性问题方面的预测能力不足的缺陷。2010 年，LIAO[71]为了处理信号中产生的噪声，将 RBF 模型与聚类算法结合，提出了 *k*-均值 RBF 模型，并用正交最小二乘(Orthogonal least squares，OLS)方法确定模型的中心点数目。在设计新型复杂产品时，由于产品方案设计的复杂性，一次设计过程往往难以让设计人员获取符合要求的设计方案，此时，可以利用知识工程(Knowledge-based engineering，KBE)理论，根据历史设计案例提取所需的样本数，建立相应的代理模型，从而实现产品创新设计。郭丰[72]借助知识重用理论，针对小样本历史数据提出了变参数 RBF 模型，并应用在新型水轮发电机转子转轴的产品设计中，一定程度上解决了复杂产品可参考、可重用样本严重不足的问题。冯青青[73]将 RBF 代理模型技术和知识重用理论打包集成到产品设计-仿真-优化系统集成与流程自动化工具箱中，有效提高了优化设计质量与效率，缩短产品开发周期。② 对 SVR 模型的研究。XIANG 等[74]利用 SVR 模型对铁路风障进行优化，使用插值方法确定 SVR 模型中的参数，提高了 SVR 模型的精度，并对比了三种序列取样方法选择较为可靠的方法逐步提高 SVR 模型的精度。如果样本点太多或者空间分布过差，KRG 模型的预测时间大大增加且可能出现过拟合现象。针对此问题，2018 年，HWANG 和 MARTINS[75]使用正则化最小能量张量积样条模型来处理样条系数比样本点多而造成的约束不足问题，并且通过泛化带约束的能量最小化问题来提高模型精度，实验证明，当处理大量样本时，该模型的建模效率远低于 KRG 模型，预测效率和精度却远高于经典 KRG 模型，但是该模型在高维问题上表现不佳。为了解决高维大尺度问题，SHAN 和 WANG[76]使用 RBF 模型来拟合高维模型表征法中的各个组成项。③ 对 KRG 模型的研究。通过将梯度信息引入到 KRG 模型中，提出梯度增强的 KRG(Gradient-enhanced KRG，GEK)模型。按照梯度信息添加方式不同可将 GEK 模型分为直接 GEK 和间接 GEK 模型[77]。2002 年，CHUNG 和 ALONSO[77]在空气动力学形状优化问题中对直接 GEK 与间接 GEK 进行了比较研究，认为这两种模型在性能上几乎相同，但间接 GEK 使用了梯度估计的附加函数值，容易引入误差，而直接 GEK 在高维问题时建模更为复杂。2016 年，韩

少强等[68]通过在设计空间局部建立 GEK 模型，成功将基于代理模型的优化设计算法应用到了的 100 维以上的反设计问题中，并发现基于 GEK 模型的优化算法比基于 KRG 模型的优化算法运行效率更快，且随着维度的增加效率优势更名明显。但是 GEK 模型存在较为明显的问题，即其计算量会随问题维数增加而剧增。针对这一问题，韩忠华等[78]于 2017 年提出了加权梯度增强 KRG(Weighted GEK，WGEK)模型，将直接 GEK 模型转化为一系列子 GEK 模型的叠加，通过多个小规模子模型规避了大规模矩阵分解时计算量过大的问题，通过 72 维、108 维等高维问题得知 WGEK 收敛速度比 GEK 更快，建模效率更高。

分析文献发现，代理模型技术主要应用在机械设计领域，还被应用到了一般工业设计领域甚至是艺术设计领域中。代理模型技术与交互式进化算法结合进行产品的交互设计。GONG 等[79]认为评价疲劳时交互式遗传算法(Interactive GA，IGA)中的关键问题，限制了后代规模和迭代次数，提出使用代理模型评估 IGA 算法中的部分后代，并在服装交互设计中证明了代理模型辅助的 IGA 算法可有效缓解评价疲劳，提高收敛速度。王晗希[80]在进行服装花卉图案设计时发现在几何花卉设计程序运行过程中，当用户与程序交互时，会额外产生大量交互评价疲劳。为了减少设计师的评价疲劳，将 RBF 模型引入到 IGA 算法中，近似拟合用户评价，从而代替设计师的部分重复评价。

上述研究主要针对小样本数据开展，但当随着数据量的增加，或者面对大数据时，代理模型的训练时间与测试时间也会相应增加，甚至呈指数增加。传统单一模型对数据进行一次性建模，因此当有新数据加入时，重复建模造成效率低下。为了解决这个问题，很多学者将分块矩阵理论用于相关矩阵的求解。张浩然和汪晓东[81]研究最小二乘 SVR 的核函数特征，利用分块矩阵理论提出了增量式 SVR 模型，有效提高了建模效率。周晓剑和侯蓉[82]利用分块矩阵定理和增量学习算法，提出增量式 RBF 学习算法，大大缩短数据处理的时间。但是上面两种方法在建模精度、处理速度、适应范围等方面不如 KRG 模型，因此一年后周晓剑和王乐研[83]使用分块矩阵和矩阵递归方法处理 KRG 模型中相关矩阵的求解问题，实验证明该方法在增量学习时能够极大缩短样本训练时间，是一种有效的大数据处理方法。为了消除大数据中的噪声与冗余值，缩减数据量，学者们使用数据包络分析(Data envelopment analysis，DEA)对大数据进行预处理，并与代理模型技术结合，实现近似拟合大数据模型。陈烯烯[84]使用 DEA 剔除大数据中的噪声和冗余值，并于 RBF 模型结合，在保持大数据普遍性的前提下消除了异常值，防止将不符合的数据应用到 RBF 模型中，提高预测精度。GROLINGER 等[85]针对能源预测领域大数据处理问题，提出一种局部 SVR 模型，可有效降低计算复杂性，与传统 SVR 模型相比，预测精度与计算时间都有很大改善。

经过一系列的理论研究与工程应用，学者们发现没有任何一种单一模型可以适用于所有工程问题[86]。在未能掌握输入变量与输出响应之间的关系时，为了筛选最为合适的代理模型，学者们一般采取的做法是针对某特定问题同时建立多个单一模型，选择预测精度最好的模型来进行之后的分析与优化设计[87]。SOBIESZCZANSKI-SOBIESKI 和 HAFTKA[88]在多学科优化设计中对比了多种单一模型的性能，并分析了各个单一模型的适用范围。JIN 等[8]利用多种性能评价标准，通过 14 个标准测试函数系统地研究和对比了 PRS、RBF、KRG 等多种模型的性能，结果表明在精度和稳健性方面，RBF 模型表现最好，PRS 模型更适用于有噪声的问题，KRG 模型对噪声的存在非常敏感；在建模效率方面，KRG 模型最耗时，PRS 模型最省时。韩忠华等[89]为了对高亚声速运输机机翼气动/机构进行优化设计，搭建了代理模型多学科设计优化框架，并对比了多种常见单一模型，结果显示 KRG 和 PRS 模型预测精度最高，ANN 模型精度较低，另外分析出 PRS 模型比 KRG 模型建模更简单，计算量更小。宋学官等[90]对比了 PRS、RBF、KRG、SVR 等多种代理模型方法在机动车高度非线性碰撞问题优化设计中的应用，验证了这四种单一模型的有效性和可用性。程远胜等[91]对比分析了 KRG、RBF、PRS 这三种单一模型在训练量、样本点分布等不同条件下的预测性能和适应性，结果显示 KRG 适应性最强，PRS 适应性最弱。

2.1.2 组合模型

不同的单一模型适用于不同维数、阶次、非线性程度的问题，对于同一个工程问题也通常表现出不同等级的拟合特性，且没有一种单一模型适用于所有问题[92]。通过分析各单一模型建模原理，总结工程应用经验，可得出如下结论：PRS 模型建模简单，计算效率高，适用于低阶非线性问题；RBF 模

型适合于高阶非线性问题；KRG 模型适用于高维低阶非线性问题；SVR 模型适合于高维非线性问题[92]。但当遇到复杂的工程问题时，仅依靠经验和总结分析很难判断最优单一模型，若构建多个单一模型从中选择出较佳模型也不一定就是最适用于该问题的模型，比如在模型的不同非线性程度区域，特定单一模型的性能往往不一致。一方面，如何在进行工程优化设计与分析之前就能确定合适的单一模型是一个值得研究的课题；另一方面，单一模型受 DoEs 的数量和分布影响很大，模型稳健性差，因此很有必要建立能够充分利用单一模型优势的组合模型。组合模型是指将若干单一模型通过权重叠加的方式组合在一起，其关键在于如何确定各组分单一模型的权重系数。理论上，在全局或局部拟合性能较好的单一模型分配较大的权重系数，而在全局或局部拟合性能较差的单一模型分配较小的权重系数。1992 年，PERRONE 和 COOPER[93]首次提出了组合多个神经网络的概念，为组合模型的兴起奠定了基础。1995 年，BISHOP[94]提出组合神经网络的权重系数计算方法，为组合模型的构建提供了强有力的理论依据。近几年，组合模型相关理论与方法发展迅速，取得了大量研究成果，并应用在了汽车、飞行器等复杂机械系统上[95]。

组合模型可在一定程度上避免模型筛选带来的风险，对于特定问题，其建模精度与稳健性也优于单一模型[96]。按照各组分单一模型权重系数的计算方法可大致将组合模型分为两类：平均权重组合模型和自适应权重组合模型，典型成果及权重系数计算原理见表 1。

表 1　典型组合模型汇总

组合代理模型	权重系数计算原理	学者
平均权重	递归法寻找最小预测均方根	ZHOU 等[87]
	通用均方根误差	GOEL 等[92]
	优化全局预测误差	ACAR 等[97]
	局部预测标准差	SANCHEZ 等[100]
	优化全局预测误差	VIANA 等[101]
自适应权重	逐点 CV 误差	ACAR[98]
	通用均方根误差和 CV 误差	LIU 等[99]
	逐点预测标准差	ZERPA 等[102]
	k-折 CV 误差	LEE 和 CHOI[103]
	通用均方根误差和 CV 误差	QIU 等[104]
	全局误差与局部误差组合	ZHANG 等[105]

从表 1 可以看出，权重系数求解主要依靠各组分单一模型的全局预测误差(如通用均方根误差、CV 误差等)或局部预测误差(如局部预测标准差、逐点 CV 误差等)。平均权重组合模型无法根据组分单一模型的特性来逐点调整其权重系数，无法高效拟合特定问题的局部特性。而自适应组合模型能够根据各组分单一模型的性能逐点地调整其权重系数，在局部特性与全局性能方面有较大优势。文献[97]也提出自适应组合模型的性能通常优于平均权重组合模型。但是大部分自适应组合模型涉及使用全局优化算法对权重系数进行寻优，对于复杂问题，尤其是高维非线性问题，计算成本以及复杂度成倍增加[98-101]，这是一个值得关注的问题。单保真度代理模型代表性成果总结如图 5 所示，可以看出单一模型起步较早，2000 年以前多以理论为主，2000 年之后学者们对比研究了单一模型的性能，并将代理模型应用到优化设计等领域。组合模型的概念萌发于 1992 年，但是真正开始发展始于 2005 年。国外在代理模型方面起步早，发展较为成熟，而国内在这方面起步较晚，前期多以代理模型的应用为主，后期相关理论发展较为迅速，且多集中在组合模型方面。

2.2　多保真度代理模型

前面提到的单一模型和组合模型属于单保真度代理模型，是基于单一保真度样本点构建的，但是对于一些工程问题，高保真度样本点很难获取，这时单保真度代理模型辅助的优化设计与分析同样需要高昂的计算成本[106]，因此学者们提出建立多种保真度模型降低计算成本，利用多保真度模型信息来构建多保真度代理模型。通常来说，高保真度(HF)模型可以代表系统的真实响应，模型精度高，但是所需运行时间长，仅能获取数量较少的样本点。低保真度(Low-fidelity，LF)模型精度较差，但与 HF 模型趋势相似，所需运行时间短，可以提供充足的数据。LF 模型可通过降维、简化物理模型、粗糙化离散单元、部分收敛等方式得到[106]。多保真度代理模型一般是在单一模型(如 PRS、RBF、KRG、SVR 等)基础上发展而来，旨在充分融合少量但精确的 HF 模型信息和充足却不够精确的 LF 模型信息，从而构建出满足精度要求又能大量减少时间成本的代理模型。在常用单一模型的基础上，学者们在多保真度代理模型方面进行了大量的研究，文献[106]统计了截止到 2018 年关于多保真度模型文章发表数量及理论研究应用情况，发现多保真度模型相关论文逐年增加，发现多保真度代理模型主要基于 PRS 和 KRG 这两种

单保真度模型构建而成，约占总量的 85%，以 RBF、MLS、SVR 等模型为基础的多保真度代理模型研究较少，仍存在较大的研究潜力。接下来按照不同的单一模型、概述多保真度代理模型的发展。

2.2.1 基于 PRS 模型的多保真度代理模型

PRS 模型结构简单、预测快速，被最早使用在多保真度代理模型中。CHANG 等[107]利用 PRS 模型近似估计 HF 与 LF 模型之间的比例因子，并将其应用在翼盒结构优化中，在初步优化设计阶段使用 LF 模型，达到特定设计空间使用 HF 模型。2002 年，VITALI 等[108]为了模拟飞机机身和机翼面板的裂纹扩展过程，利用 PRS 模型估计 HF 和 LF 模型之间的比例因子与差异函数，从而将 HF 和 LF 信息融合在一起。2010 年，SUN 等[109]在蜂窝结构碰撞设计过程中提出了一种二阶段多保真度代理模型，在第一阶段抽取少量 HF 和 LF 样本点构建差异函数，在第二阶段利用 RBF 模型构建 HF 模型的预测模型，结果表明在相同的计算成本下利用此二阶段多保真度代理模型比单保真度代理模型进行优化设计结果更为精确。2018 年，ZHANG 等[110]建立了基于线性拟合的多保真度代理模型，但是由于线性拟合方法自身的局限性使得该方法在高度非线性与高维问题中表现不佳。

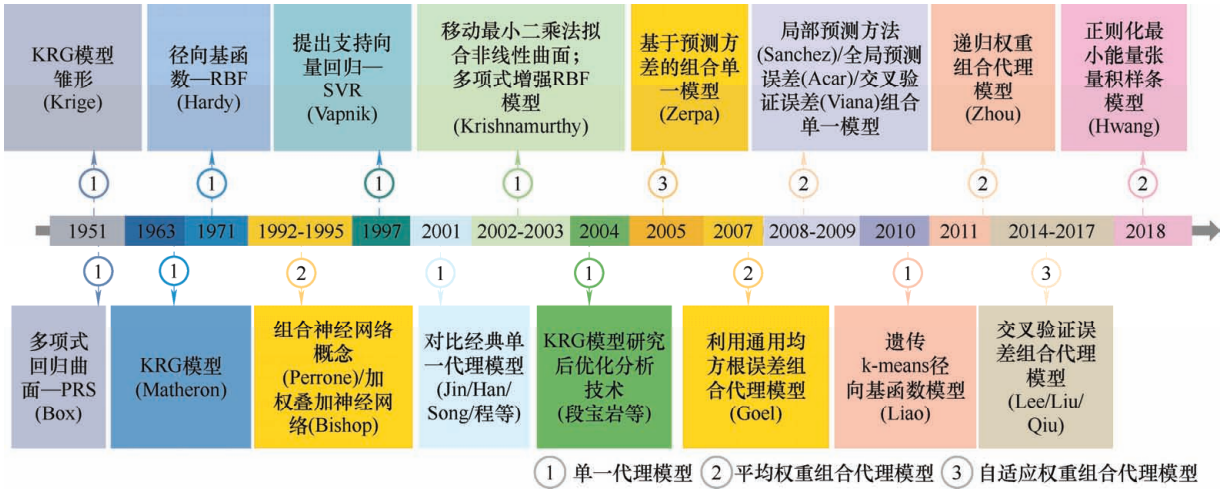


图 5 单保真度代理模型部分成果总结

2.2.2 基于 KRG 模型的多保真度代理模型

KRG 模型是贝叶斯算法的一种特殊形式，基于高斯过程(Gaussian process，GP)的不确定性建立的代理模型。近二十年基于 KRG 和 GP 构建的多保真度代理模型层出不穷[44, 111-113]，其中最著名的当属协同克里金(Co-kriging，CoKRG)模型，这是一种地质统计学方法。2000 年，KENNEDY 和 O'HAGAN[114]首次将 CoKRG 模型应用在储油器的不确定性分析中。CoKRG 模型是经典 KRG 模型的扩展，能够融合两个及以上保真度模型信息，并被广泛应用到复杂工程问题优化设计与分析中[115-117]。韩忠华等[111]提出一种区别于 CoKRG 模型的分层 KRG 模型，该多保真度代理模型使用混合修正方式将不同的保真度模型信息联系起来，极大的提高了翼型载荷的预测精度和计算效率。高亮等[113]为了解决高维问题带来的维数灾难问题，建立了截断高维模型表征法，并将其与 CoKRG 和 KRG 模型结合起来，构建了多保真度高维模型表征方法。

2.2.3 基于 RBF 模型的多保真度代理模型

早期的多保真度代理模型基本是基于 KRG 和 PRS 模型构建的，近几年基于 RBF 模型的多保真度代理模型才开始有所发展[118-123]。TYAN 等[118]利用 RBF 模型拟合 HF 和 LF 模型之间的初始比例函数和初始差异函数，并利用序列最小二乘法更新比例函数和差异函数，最终将构建好多保真度代理模型运用到了跨音速和亚音速飞机翼型优化设计中。高亮等[120]基于 RBF 模型开发了一种可以用于两个及以上保真度信息的多保真度代理模型，该方法建模简单、运算效率高，并成功运用在全向螺旋桨驱动轴的优化设计中。DURANTIN 等[121]利用变形的 CV 误差作为优化目标优化 RBF 模型中基函数的形状参数和 HF/LF 模型之间的比例因子，但是此多保真度代理模型涉及多个参数寻优，如果遇到复杂工程问题则会出现无解或寻优时间不可控的情况。宋学管团队[122-123]先后基于 RBF 模型及梯度增强的 RBF 模型提出了若干不同的多保真度代理模型方法，并

从 HF 和 LF 样本点运行成本、HF 和 LF 样本量配比、HF 和 LF 样本集关系等方面开展了多保真度代理模型性能研究。

2.2.4　基于 SVR 模型的多保真度代理模型

SVR 模型建模复杂，计算效率较低，学者们较少研究基于 SVR 模型的多保真度代理模型。2012 年，JACOBS 等[124]为了提高板状天线的模拟效率，根据贝叶斯 SVR 模型构建用粗糙离散预测模型(即 LF 预测模型)，得到一系列支持向量，然后构建精细离散预测模型(即 HF 预测模型)，并成功应用在平面微波过滤器设计中[125]，最终减少了约 51%的计算成本。宋学官等[126]利用 SVR 模型中的核函数融合 HF 和 LF 模型信息，并将 HF 和 LF 样本信息投影到高维特征空间，然后利用线性回归模型估计输入输出之间的关系，该模型改变了传统的多保真度代理模型构建框架，对后续多保真度代理模型的研究有所启发。

2.2.5　基于其他方法的多保真度代理模型

学者们还针对其他方法，如人工神经网络(ANN)、移动最小二乘(MLS)法、空间映射(Space mapping，SM)等，对多保真度代理模型进行了大量的研究。ZADEH 和 TOROPOV[127]利用 MLS 方法和信任区域策略构建全局多保真度代理模型，并将其应用在多学科优化算法中。KOZIEL 和 BANDLER[128]提出一个二阶段近似模型，在第一阶段中使用粗糙网格仿真模型(即 LF 模型)信息构建增强空间映射近似模型，在第二阶段通过有限 HF 样本点利用空间映射匹配法更新细化第一阶段的空间映射近似模型。周奇等[129]首先利用 GP 模型构建 LF 信息和 HF/LF 信息之间的差异预测模型，其次将 LF 模型的 GP 模型作为先验模型，直接映射到 HF 模型的输出空间中，构建了一种基于空间投影的多保真度代理模型。宋学官等[130]使用 MLS 方法融合 HF 和 LF 信息，并按照 HF 样本点的贡献度为其自适应地分配权重，实现影响区域与比例因子的自适应计算，作者也提到该方法不具有通用性，且在高维问题上表现不佳。

3　代理模型辅助的优化设计研究

随着计算机硬件设备的发展，数值仿真模型越来越精细，模型保真度越来越高，导致一方面认知不确定性引起的模型误差逐渐减少，另一方面模型仿真时间也在大大增加。然而，工程优化设计问题往往需要大量调用数值仿真模型，计算成本极其高昂，随着问题维度的增加计算成本进一步发生爆炸，且因系统非线性程度较高而导致探寻不到全局最优或局部最优的情况也时有发生[131]。为了缓解工程优化设计中计算效率低、搜索精度差、全局优化能力弱的难题[132]，基于代理模型的优化设计方法(Surrogate-based design and optimization, SBDO) [1]应运而生[133-135]，并逐渐成为优化设计领域前沿研究热点之一。2016 年韩忠华等[136]将其称为“代理优化算法”，文章采用 2005 年 QUEIPO 等[1]提出的称呼，即 SBDO 方法。接下来围绕 SBDO 方法在多学科优化设计、多目标优化设计、不确定性优化设计等方向的应用与推广开展调研。

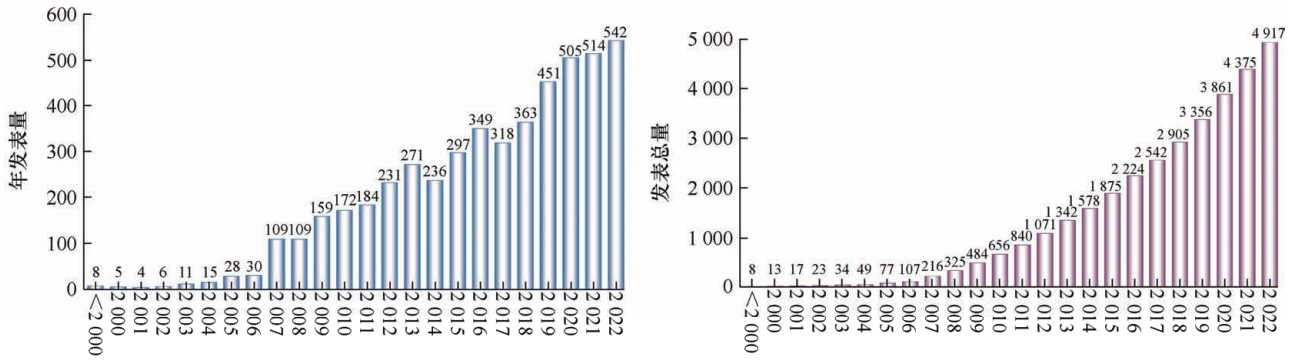
3.1　代理模型在多种学科优化设计中的应用

为了直观地了解代理模型在优化设计中的发展概况，首先给出了 1990 年～2022 年关于 SBDO 方法相关文献统计，如图 6 和 7 所示，文献涉及机械、化学、生物、电热、流体、信息等多个学科以及工程机械、航空、航天、船舶、地质、建筑等多个领域，文献搜索关键词详见表 2。从图 6 可以看出，SBDO 相关文献年发表量总体呈上升趋势，说明 SBDO 方法在这 30 年间一直保持着良好的研究热度，且目前仍是优化设计领域的研究热点，虽然近几年增速略微下降，尤其在 14、15 年增速出现明显的下降，也侧面说明关于 SBDO 的研究正在趋于成熟，发展潜力在未来几年会有所下降但是仍有发展空间。

图 7 统计了 1990 年以来 SBDO 领域每年引用量前五的文献，黑色柱图代表每年引用量最多的文献。统计图中文献发现，学者们主要基于 RBF、KRG、SVR 模型改善 SBDO 算法存在的维数灾难、计算效率、稳健性等问题。QUEIPO 等[1]、WANG 和 SHAN[138]、PARR 等[139]、SONG 等[90]综述了代理模型相关技术，研究了代理模型在优化设计、敏感度分析、不确定性度量等方面的应用，其中 QUEIPO 等[1]在 2005 年发表了一篇丰碑式的文章，被引量 2000 余次，为后来的学者总结了代理模型技术发展现状，指明了代理模型领域未来的研究方向。从文献引用量也可以看出，学者们对 SBDO 的研究从未中断，研究热情也维持在较好的程度。

图 8 对比了基于 RBF、KRG、SVR 这三种单一模型的优化设计研究概况。从图 8 左侧曲线图可以看出，基于不同单一模型的 SBDO 文献年发表量与图 6 的趋势几乎一致，但也有些微不同。基于 RBF 模型的 SBDO 方法研究起步较早，研究成果总量较

多，但在 2016 年后研究热度稍有消退。KRG 模型辅助的优化设计研究稍晚于 RBF 模型辅助的优化设计研究，略早于 SVR 模型辅助的优化设计研究，研究成果丰富，研究热度居高不下，在 2015 年超过了 RBF 辅助的 SBDO 方法，并在 2020 年研究热度达到了顶峰，近两年热度呈缓慢下降趋势。基于 SVR 模型的 SBDO 方法大约从 2006 年才开始研究，在 2009～2012 年间研究热度一度超过了 KRG 辅助的 SBDO 方法，之后研究热度居高不下，后续发展态势良好。总体来说，基于 RBF 模型的 SBDO 的文献发表总量最多(如图 8 右侧柱状图所示)，但研究潜力不如基于 KRG 模型的 SBDO 方法和 SVR 模型辅助的 SBDO 方法；KRG 模型辅助的 SBDO 方法在研究热度与研究潜力方面均保持较高的水平；SVR 辅助的 SBDO 方法起步较晚，但是后续研究热度较大，研究发展趋势良好。经过详细的文献调研分析[86, 140-141]得知，SBDO 技术在机械设计领域得到了广泛的应用，主要包括多目标优化设计、稳健性优化设计、可靠性优化设计等，接下来着重调研这三方面相关的 SBDO 算法的发展现状。



(a) 1990年以来SBDO相关论文年发表量　　(b) 1990年以来SBDO相关论文发表总量

图 6　1990 年以来 SBDO 相关论文发表量

表 2　SBDO 文献检索关键词

序号	包含	不包含
1	surrogate optimization	—
3	Metamodel(l)ing optimization	—
4	(prs/rbf/kriging/svr/polynomial regression surface/radial basis function/support vector regression)+optimization	surrogate /metamodel(l)ing
5	代理模型+优化	—
6	(prs/rbf/kriging/svr/多项式拟合曲面/径向基函数/克里金/支持向量回归)+优化	代理模型

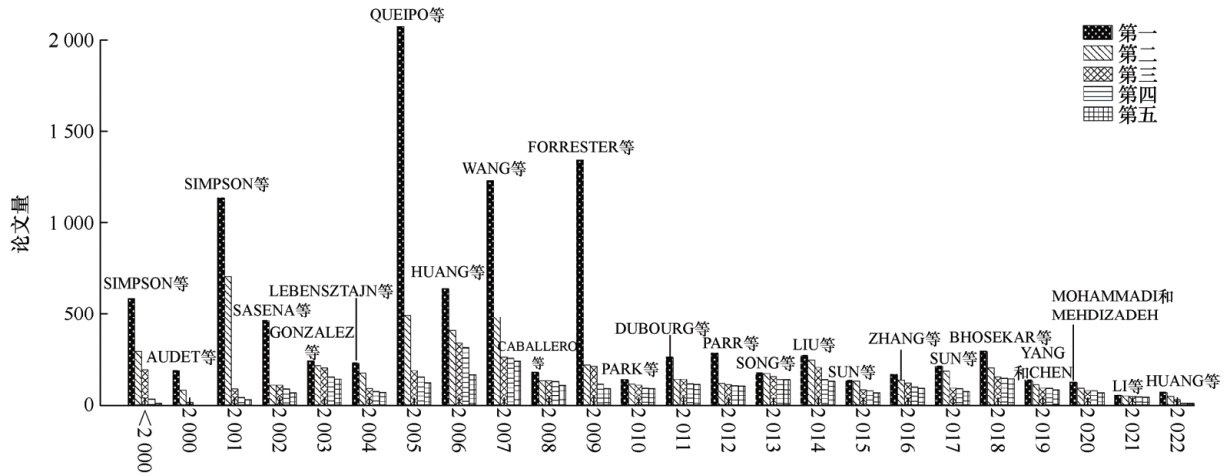


图 7　1990 年以来 SBDO 相关年引用量前五的论文

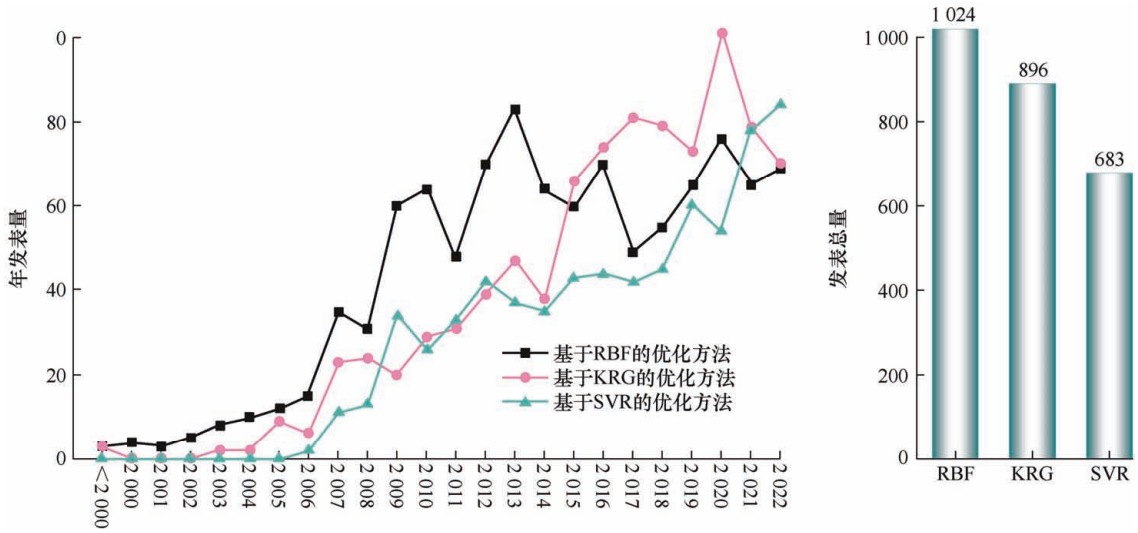


图 8　单一模型辅助的优化设计相关论文统计

3.2　代理模型辅助的多目标优化算法

按照目标函数数量对优化设计问题进行分类，可分为含有一个目标函数的单目标优化问题和含有两个及两个以上目标函数的多目标优化问题(Multi-objective optimization problems，MOOPs)[142]。多目标优化起源于经济均衡和福利理论、博弈论、理论数学等领域，后续被推广到机械、航空航天等领域[143]，利用多目标优化算法求解 MOOPS 是多目标优化设计(MOO)的首要任务。如前所述，MOO 算法主要包括两种：多目标梯度优化算法[144]和多目标进化算法(也就是多目标无梯度优化算法)[145]。

与单目标优化问题相比，MOOPs 需要权衡多个目标函数之间的利益与冲突，往往需要大量调用 HF 模型，且随着目标函数和设计变量的增加，优化设计需要更多的计算时间。为了减少优化设计所需的计算时间，充分发挥 MOO 算法在工程优化设计中的作用，学者们提出了多种代理模型辅助的多目标优化(Surrogate-assisted multi-objective optimization，SA-MOO)算法[146]。值得注意的是，SA-MOO 方法在一般情况下可以节省优化时间，但是当面对较大数据流的工程优化问题时，应该考虑到代理模型自身建模所需的时间成本。以 KRG 模型为例，假设有 n 个训练样本点，KRG 模型的构建过程涉及协方差矩阵的计算，建模时间复杂度为 $O(n^2)$，随着样本点的增加，KRG 模型的建模时间急剧增加。在 MOO 过程中，用 KRG 模型逼近各个目标函数和约束条件，随着寻优的进行需要不断更新 KRG 模型，此时代理模型的建模时间可能逼近 HF 模型运行时间，无法充分发挥 SA-MOO 方法的优势。

3.2.1　基于分解的 MOO 方法

2006 年，EMMERICH 等[147]提出了一种代理模型辅助的进化策略(Meta-model assisted evolution strategy，MAES)，这是一个用于比较单目标和多目标优化的预筛选策略的综合框架。KNOWLES[148]将快速全局优化(Efficient global optimization，EGO)算法推广到 MOOPs 中去，建立了 Pareto 优化算法，称为 ParEGO 算法，该算法通过参数化的缩放权重向量将多个目标函数转换为单个目标函数，并在每次搜索迭代中选择不同的权向量，从而逐步建立起对整个 Pareto 前沿的近似。但是作者仅用标准测试函数与经典的 MOO 方法(如 NSGA-II 算法)进行了对比研究，其在实际工程上的表现如何还有待验证。

上述方法均是基于一次性取样代理模型提出的传统 SA-MOO 算法，代理模型的精度对 SA-MOO 算法的影响至关重要，在寻找 MOO 的解之前需确定代理模型是否有效。2008 年，PONWEISER 等[149]为了解决 MOOPs，基于单目标优化的 EGO 方法将最大化超体积贡献作为加点策略，建立了序列 SA-MOO 优化算法。2014 年，COUCKUYT 等[150]将最大化 EI 和最大化 PoI 序列加点方法推广到 MOO 算法中，建立了快速多目标优化算法，但是也指出由于 EI 和 PoI 方法的局限性该 SA-MOO 算法仍然存在维数灾难的问题，作者建议将其应用在目标函数最多不超过 8 个的 MOOPs 中。2015 年，FENG 等[151]基于 MOO 方法的思想，将 EI 策略中全局项和局部项分别设置为两个不同的目标函数，有效解决了 MOOPs 中全局探索和局部开发的权衡问题。2016 年，MARTÍNEZ-FRUTOS 和 HERRERO-PÉREZ[152]利用 KRG 模型近似拟合目标函数和约束条件，但是 KRG 模型自身携带的认知不确定性对探索 Pareto 最优解带来额外的挑战，为了解决这个问题，作者提出了结合非支配解前沿的期望超体积

改进与候选点可行性概率的新型加点策略。

与传统 SA-MOO 算法相比，序列 SA-MOO 算法虽然在一定程度上提高了计算效率，但是每次迭代更新，均只能添加一个样本点来细化模型，无法快速且充分地探索 Pareto 前沿。JEONG 等[153]在柴油机燃烧室 MOO 过程中，利用最大化 EI 策略每次生成多个候选点，并利用 *k*-均值聚类方法选择中心点作为新加样本点，逐步更新 KRG 模型，与传统 SA-MOO 算法相比计算成本节省了约 95%。SYBERFELDT 等[154]认为大多数进化算法采用分代的寻优逻辑，即完整计算完当前这一代才能继续搜索下一代，计算效率大打折扣。鉴于此，SYBERFELDT 等提出了并行 SA-MOO 算法，在每次迭代中均生成若干后代，并使用代理模型技术对这些后代进行评估，选出最好的一个加入种群中。值得注意的是，作者提出该方法不受目标函数的数量约束，且不包含人为设置的参数。ZHANG 等[155]将 EGO 算法应用到其在 2007 年提出的基于分解的多目标进化算法(MOEA/D)中[156]，将一个 MOOP 分解为多个单目标子优化问题，在每次迭代过程中都可添加多个样本点，通过进行并行计算，进一步降低了计算复杂度，提高了优化设计效率。在这篇文章中，作者使用了最大化 EI 策略对每个子问题进行加点设计，并提出也可用其他加点方法。2019 年，AKHTAR 和 SHOEMAKER[157]结合 RBF 模型、禁忌搜索和多点局部搜索等方法，基于同步主从架构开发了并行 SA-MOO 算法，每次迭代可同时生成多个候选点，改善了 Pareto 边界的更新速率。

3.2.2 基于 Pareto 支配的 MOO 方法

分析文献发现，使用权重聚合方法得到的优化结果严重依赖于权重系数的变和用户对问题的理解与经验，存在极大的不确定性。1994 年，SRINIVAS 和 DEB[158]首先基于经典的 GA，基于拥挤距离提出了非支配排序遗传算法(Non-dominated sorting GA，NSGA)。但在之后的研究中，DEB[145]认为基于非支配排序和共享机制的 NSGA 存在计算复杂度高、缺乏精英个体、需指定共享参数等缺点，将每次交叉突变产生的解与前一代的解合并，提出了经典的第二代非支配排序遗传算法，称为 NSGA-II 算法。随后，很多学者将 NSGA-II 算法与代理模型技术融合，应用到了机械、车辆、电子、建筑等领域[159-160]。2004 年，CHOI 等[161]提出在 NSGA-II 算法中使用 KRG 模型来设计超音速喷气式飞机，发现该方法可寻到接近真实 Pareto 前沿的解，但没有探索到任何属于真实 Pareto 集的解。

基于 Pareto 支配的 MOO 算法与代理模型结合起来，可以有效加快寻优速率。2005 年，NAIN 和 DEB[162]将 NSGA-II 和 ANN 模型结合，构建的 NSGA-II-ANN 优化算法在寻优过程中可减少精确模型的调用次数，并保留 GA 的稳健搜索能力。2010 年，HUSAIN 和 KIM[163]将 NSGA-II 算法与单一模型结合对液流微通道散热器进行优化设计，利用 NSGA-II 算法不断探索 Pareto 最优前沿，并选取当前若干 Pareto 最优点作为候选样本点，进一步更新与精细化代理模型，以期得到全局 Pareto 最优解。2018 年，CHEN 和 ZHANG[164]研究了汽车车内噪声的多目标优化设计，构建材料与性能耦合的车内噪声 RBF 模型，并使用 NSGA-II 对阻尼厚度、驾驶员耳压等多个优化目标函数进行设计。2020 年，GHORNAI 等[165]使用 KRG 模型估计目标函数与约束条件，利用 NSGA-II 优化算法获得 Pareto 最优前沿，对泵的叶轮重新进行了设计，改善了泵的水力性能。

为了解决高维 MOOPs，DEB 与 JAIN[166]和 JIN 等[167]分别提出了 NSGA-III 和 RVEA 方法。NSGA-III 方法是在 NSGA-II 方法基础上进行了扩展，抛弃了较为耗时的拥挤距离方法，先将父代和子代个体合并进行非支配排序，再对其最后一层的个体来选择。WANG 等[168]利用 KRG 模型构建裂纹参数和转子振动的振幅模型，使用 NSGA-III 方法对转子-轴承系列裂纹参数进行优化，最终发现该方法能准确、有效地识别转子裂纹的位置、深度和角度。RVEA 在种群迭代过程中重建参照向量，对于不规则的 Pareto 最优前沿很有效果。2016 年，JIN 等[169]提出了基于代理模型的 RVEA 优化算法，为了降低计算成本，使用 KRG 模型逼近每个目标函数，并利用 KRG 模型得到目标函数中不确定性信息、参考向量的分布以及个体的位置。

3.3 代理模型辅助的不确定性优化设计

不确定性存在于任何工程系统、产品开发的任何阶段以及整个产品生命周期中，主要来源于工程系统本身以及它所涉及的环境和操作条件等[170]。通常情况下，不确定性优化设计(Uncertainty design optimization，UDO)[171]往往需要大量调用 HF 模型，计算成本极其高昂，学者们提出了多种方法减少 HF 模型调用次数节省计算成本[172]，包括近似解析法[173]、抽样仿真法[174]、代理模型法[175]等，在此着重概述代理模型法在 UDO 中的应用。

MECHESHEIMER 等[176]一方面肯定了代理模型方法在解决复杂且昂贵的工程问题上有巨大的优

势，但是也指出这些近似模型方法同样引入了不确定性问题，根据留 k 交叉验证法提出新的不确定性评估方法，并探讨 k 值与不同代理模型方法的匹配问题。GOEL 等[177]对比了多种不确定性评估方法的性能，认为没有一种方法总是明显好于其他方法，且发现基于模型的全局不确定性评估方法(如 RMSE)表现较好，而与模型无关的全局不确定性评估方法(如 CV 误差)较为稳健。VIANA 和 HAFTKA[178]认为自适应 DoEs 和优化设计算法经常局限于 KRG 和 PRS 模型是因为其他代理模型方法(如 SVR、RBF 等)无法评估模型内部存在的不确定性，提出将 KRG、PRS 等代理模型的不确定性评估引入其他代理模型中，从而反推其整体预测不确定性。PARK 等[179]利用贝叶斯统计方法来量化模型的不确定性，并采用调整因子方法将模型不确定性传播到机械系统响应预测中。LOCKWOOD 等[180]使用梯度增强代理模型对在黏性高超声速流动的不确定性进行定量研究，证明代理模型辅助的不确定性方法可在保证计算精度的同时能显著降低计算成本。ZHAO 等[181]在大型复杂工程问题的可靠性优化设计中，提出利用赤池信息准则相对变化确定动态 KRG 权重系数，构建新型代理模型，评估全局预测不确定性。MO 等[182]提出一种自适应 KRG 模型建立地质碳封存数值模拟的近似模型，分析自适应模型中的不确定性，并与传统的蒙特卡洛抽样方法进行比较，结果表明所提出的方法可以大大提高不确定性的计算效率与可靠性。SLOT 等[183]以降低风能成本为目标对风力涡轮机进行轻量化设计，通过概率方法利用 KRG 模型近似疲劳载荷效应，同时量化相关不确定性。

以上研究主要针对全局不确定性评估，对代理模型在整个设计空间的模型精度要求较高，因此学者们提出了在局部置信区域建立代理模型并进行局部不确定估计。NGUYEN 等[184]构建了一种比 CV 方法建模效率更高预测更精确的局部不确定性估计方法，并能够较好地用于模型选择。ZHANG 等[185]根据局部误差等级将设计空间分割成若干子空间，选择出模型细化时需重点关注的区域。MEHMANI 等[186]总结了现有模型评估方法存在的问题，如存在不确定性评估缺陷等提出一种新的模型无关的预测估计方法。ROMERO 等[187]为了进行 KRG 模型细化过程中的不确定性评估，提出了阶段误差估计策略。ZHOU 等[188]基于贝叶斯理论提出了加权累积误差准则，用来逐点评估高斯类近似模型(如 KRG)的不确定性。RUMPFKERIL 等[189]利用多保真度局部优化代理模型进行不确定性量化，并成功运用在 NACA 系列某一翼型优化设计中。WU 等[190]将高斯类代理模型应用到了核工程不确定性分析中，详细对比了蒙特卡洛取样、多项式混沌展开和 KRG 代理模型在集总参数热工反馈模型中的性能，并发现在成本高昂的问题中高斯类代理模型(即 KRG 模型)表现更好。DUTTA[191]提出了基于序列多项式混沌展开和 KRG 的代理模型，并将其应用在了输电塔结构设计不确定性分析中。

在高度非线性、高维度、多学科 UDO 问题上，学者们也进行了详细的研究。QIU 等[192]为了估计高度非线性碰撞时产生的振荡等不确定性，提出考虑数值不确定性(即噪声)和代理模型不确定性(即误差)的不确定性量化方法。TRIPATHY 和 BILIONIS [193]针对 UDO 中维数灾难问题，提出了基于深度神经网络代理模型的参数化降维算法，并成功预测出随机椭圆偏微分方程的解。代理模型辅助的 UDO 精确与否与代理模型的质量密切相关，而 DoEs 严重影响代理模型质量，ROY 等[194]将 CV 误差与 KRG 模型提供的方差和 Sobol 敏感度分析方法结合，提出多种有效的序列取样策略。BHATTRAI 等[195]提出了基于梯度增强 KRG 模型的不确定性量化方法，旨在使用梯度信息进一步降低计算成本，并在高超声速后缘襟翼的不确定性量化方法得到了很好的应用。ZHANG[196]在 2002 年将不确定优化设计分为可靠性优化设计(Reliability design optimization，ReDO) [197]和稳健性优化设计(Roubust design optimization，RoDO)[198]两大类。

代理模型辅助的可靠性优化设计 Surrogate-assisted ReDO，SA-ReDO)被广泛应用在隧道掘进、地质、航空航天、船舶等领域[199-204]。GANO 等[205]使用多保真度代理模型技术解决可靠性优化设计的耗时难题，并大大节省了高升力翼型可靠性优化设计计算时间。WANG 和 FANG[206]在解决隧道可靠性分析时提出了基于主动学习的 RBF 模型一阶可靠性分析方法。蔡宁和赵明华[207]对比了 PRS、RBF、BPNN、SVM 等代理模型在简单边坡和分层土质边坡可靠性计算中的性能，结果同样表明 PRS 可靠性计算结果最差，SVM 结果最好，与蒙特卡洛法计算结果最为接近。LI 等[208]基于多保真度代理模型创新了可靠性优化设计框架，该方法利用当前设计周围所有评估点的 HF 函数值和梯度值来代替 ReDO 中隐式性能函数。WANG 等[209]探究了基于 KRG 模型的结构可靠性分析过程，提出了 KRG 辅助的 DoEs 策略。ECHARD 等[210]利用

KRG 模型的插值特性与局部不确定性指标等优点，提出主动学习 KRG 模型与蒙特卡洛结合的可靠性分析方法，但是如果候选样本数量很大时，该方法不能完全消除概率密度较弱的候选样本。鉴于此，WEN 等[211]提出了多点序列取样策略，避免在影响作用较小的区域加点，从而保证基于主动学习 KRG 的可靠性分析模型更准确，但是该方法假设小概率密度样本点对于失效概率的估计精度毫无影响。针对结构可靠性分析，ZHANG 等[212]提出了一种有效的基于主动学习的结构可靠性分析 KRG 方法，结构失效概率与自适应截断采样区域直接相关。JING 等[213]提出了一种将自适应 RBF 模型与 GA 相结合的可靠性评估方法(RBF-GA)，与传统蒙特卡洛模型比较得知，RBF-GA 方法具有较高的效率、准确性和通用性。ZHANG 等[214]在工业机器人位置精度可靠性优化设计中，利用 RBF 神经网络构建不确定性参数与末端执行器的位置坐标之间的关系，并用聚类算法和正交最小二乘法融合的混合学习方法训练该模型。胡伟飞等[215]提出一种基于泰森多边形区域划分结合自适应 KRG 模型的液体火箭发动机可靠性分析方法，以便解决液体火箭发动机运行过程中外界载荷及自身属性存在不确定性导致失效的问题，结果证明该方法能够依据较少的样本点构建精确的液体火箭发动机模型，实现液体火箭发动机失效概率的准确预测。

MOUSTAPHA 和 SUDRET[216]详细分析了多种 SA-ReDO 方法，大致将该方法分为两种框架，一种是创建问题的近似模型并将其用于可靠性分析，计算成本相对较低，上述提到的方法均属于此类框架；另一类是用代理模型模拟问题的性能与相应故障概率(即可靠性指数)之间的关系，这类方法计算成本高，当面对高维问题时尤为耗时，学者们对此研究的较少，研究成果较少[217-218]。

代理模型辅助的稳健性优化设计(Surrogate-assisted RoDO，SA-RoDO)在航空航天[219]、汽车[220]、船舶设计[221]、结构力学[222]、疲劳分析[223]等多个领域得到了广泛的关注与应用。ONG 等[224]将进化算法与代理模型相结合，通过在置信局部区域建立代理模型，提出稳健性优化设计算法，并在高维问题上进行了验证。马东立等[225]基于 BP 神经网络建立了面向速度和扭转角等不确定性因素的气动性能稳健性约束模型，结果表明该方法可显著提高机翼气动性能稳健性。MENG 等[226]将等效刚度法与代理模型融合，进行刚性壳体稳健性优化设计，在效率与精度方面均优于 KRG 模型辅助的优化设计结果，但作者也提出此方法受样本点影响，泛化能力有待提高。上述 SA-RoDO 方法忽略了代理模型中存在的不确定性，从而引入一定的误差，鉴于此，熊芬芬[227]提出了一种基于蒙特卡洛抽样的代理模型不确定性量化方法，在传统仅考虑参数不确定性的基础上额外计入代理模型的不确定性对设计的影响，并在火箭弹卷弧翼气动稳健优化设计上得到了验证。ZHOU 等[228]基于多保真度代理模型技术提出高效的稳健性优化设计框架，其中多保真度代理模型用来代替目标函数和约束函数，在稳健优化过程中同时考虑了设计变量的复合不确定性和代理模型的不确定性。

4 存在的问题与未来发展

4.1 存在的问题

文章概述了三十年来代理模型技术在理论研究与应用方面取得的成果与进展，主要围绕试验设计、单保真度代理模型、多保真度代理模型、代理模型辅助的优化设计等方面开展调研，并总结提炼了目前代理模型领域仍存在的问题与挑战。

(1) 维数灾难问题。当前虽有文献将基于代理模型的优化设计算法应用到了 100 维以上的优化设计问题中，但对于设计变量超过 200，甚至成千上万的问题，代理模型技术是否仍然有效尚没有得到验证。另外，随着问题维数的增加，计算成本急剧增加，建模与优化效率急剧下降，维数灾难仍然是代理模型技术存在的一大难题。

(2) 代理模型技术在高度非线性问题中适应性差。代理模型的构建依赖于数据，样本点的分布与数量对代理模型的预测性能影响巨大。高度非线性问题伴随着多极值、多鞍点特性，使得样本点携带的局部信息区别很大且易形成信息空白区域，导致代理模型预测精度较差，代理模型辅助的优化算法全局搜索能力差。如何深度拓展代理模型及其辅助的优化设计理论，使其有效解决高度非线性问题是当前的难点。

(3) 试验设计存在取样精度差、效率低的缺点。目前在一次性试验设计方法基础上已发展出序列取样方法，可在一定程度上学习已有知识，但是多数序列取样方法基于全局(如高斯过程误差)或局部误差(如交叉验证误差等)提出，引入了更多误差不确定性及计算复杂度，使得取样精度与取样效率低下。此外，适用于多保真度代理模型的试验设计方法研究较少，其智能化程度、取样有效性、取样精度仍

存在较多问题。

(4) 未探明不同保真度模型之间的关联关系。对于多保真度代理模型，如何将成本低廉、数据量大的低保真度模型信息迁移到成本高昂、数据量小的高保真度模型中是关键问题。目前，信息迁移的有效性未到预期，根本原因在于未能探明多保真度模型之间的关联关系，无法充分利用有限的样本信息。

(5) 多保真度代理模型泛化能力问题。通过调研与分析现有方法，发现样本量与样本分布对多保真度代理模型性能影响较大，模型的泛化能力较差。同时，多保真度代理模型在不同维数、非线性程度、复杂度问题上的表现差异较大，其适用性也有待提高。

(6) 代理模型辅助的高维多目标优化设计算法研究尚浅。代理模型辅助的优化设计方法已经从单目标优化设计扩展到多目标优化设计，但是对于高维多目标优化设计问题（目标函数数量超过 3 个的优化问题），代理模型还有更大的发挥空间。

4.2 未来的发展

经过调研与分析大量的文献，认为未来可从以下方面进一步丰富与拓展代理模型相关理论与方法，进一步推广与应用代理模型技术。

(1) 维数灾难问题解方面。针对维数灾难问题，一方面可进一步发展梯度增强的代理模型相关技术，充分挖掘与利用数据携带的信息；另一方面可以研究大型矩阵分解技术，利用矩阵论知识破除维数魔咒；最后进一步发展合理有效的降维技术，侧面减少数据量的使用。

(2) 适用于大数据流的代理模型。文章着重介绍的基于小样本数据构建的代理模型，但当数据量逐步增加，或者面对大数据问题时，代理模型的训练时间与测试时间也会相应增加，甚至呈指数增加。目前学者们多采用分块矩阵理论构建增量代理模型，将离线代理模型拓展为在线代理模型。

(3) 多保真度代理模型相关技术方面。研究适用于多保真度代理模型方法的试验设计方法，改善取样智能化水平、精度与效率；探究不同保真度模型之间的关联关系，自适应融合不同保真度模型信息，建立泛化能力强、适用范围广的模型；如何挑选 LF 模型、何时使用 LF 模型、使用 LF 模型的数量如何、HF 和 LF 模型精度与效率之间的关系等问题，到目前为止，仍然没有一种合适而准确的判定标准，后续仍需要投入必要的研究。

(4) 代理模型辅助的高维多目标优化设计方面。进一步发展代理模型辅助的多目标优化设计方法，使之适用于更高维数的多目标优化问题，是当前代理模型技术发展的难点与热点所在。

(5) 代理模型与知识工程相关理论的结合。知识工程以领域知识为基础，依托于软件技术，目的是实现知识的存储、表述、检索和重用，帮助工程师重用已有数据和流程，加速设计过程，提高设计效率。如何将代理模型与知识工程理论结合，重用过往知识，使得产品创新设计快速化、数字化、智能化、自动化，仍需要学者们进一步研究。

(6) 代理模型技术在数字孪生中的应用。数字孪生技术在智慧城市、智慧工厂、航空航天、基础设施、汽车等领域具有巨大的应用前景。由于数字孪生体有望基于数据和算法构建而成，在数字孪生技术中融合代理模型技术具有较大的可能性，目前已有学者在此方面进行了尝试性研究[229-237]，未来仍可深入研究。

参 考 文 献

[1] QUEIPO N V，HAFTKA R T，WEI S，et al. Surrogate-based analysis and optimization[J]. Progress in Aerospace Sciences，2005，41(1)：1-28.

[2] CAI X，QIU H，GAO L，et al. An enhanced RBF-HDMR integrated with an adaptive sampling method for approximating high dimensional problems in engineering design[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2016，53：1209-1229.

[3] GORISSEN D，COUCKUYT I，DEMEESTER P，et al. A surrogate modeling and adaptive sampling toolbox for computer based design [J]. Journal of Machine Learning Research，2010，11(1)：2051-2055.

[4] VENKATARAMAN S，HAFTKA R T. Structural optimization complexity：What has Moore's law done for us?[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2004，28：375-387.

[5] FORRESTER A I J，SÓBESTER A，KEANE A J. Multi-fidelity optimization via surrogate modelling[J]. Proceedings of the Royal Society A：Mathematical，2007，463(2088)：3251-3269.

[6] PERI D，CAMPANA E F. High-fidelity models and multiobjective global optimization algorithms in simulation-based design[J]. Journal of Ship Research，2005，49(3)：159-175.

[7] YANG J，ZHAN Z，ZHENG K，et al. Enhanced similarity-based metamodel updating strategy for reliability-based design optimization[J]. Engineering Optimization，2016，48(12)：2026-2045.

[8] JIN R，CHEN W，SIMPSON T W. Comparative studies of metamodeling techniques under multiple modeling criteria[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2001，23：1-13.

[9] SIMPSON T W，POPLINSKI J D，KOCH P N，et al. Metamodels for computer-based engineering design：Survey and recommendations[J]. Engineering With Computers，2001，17(2)：129-150.

[10] KLEIJNEN J P C. Regression metamodels for generalizing simulation results[J]. IEEE Transactions on Systems，Man，and Cybernetics，1979，9(2)：93-96.

[11] BLANNING R W. The construction and implementation of metamodels[J]. Simulation，1975，24(6)：177-184.

[12] O'HAGAN A. Bayesian analysis of computer code outputs：A tutorial[J]. Reliability Engineering and System Safety，2006，91(10-11)：1290-1300.

[13] BIEKER H P，SLUPPHAUG O，JOHANSEN T A. Real-time production optimization of oil and gas production systems：A technology survey[J]. SPE Production and Operations，2007，22(04)：382-391.

[14] KLEIJNEN J P C. Kriging metamodeling in simulation：A review[J]. European Journal of Operational Research，2009，192(3)：707-716.

[15] 毛凤山，陈昌富，朱世民. 代理模型方法及其在岩土工程中的应用综述[J]. 地基处理，2020，2(4)：295-306.
MAO Fengshan，CHEN Changfu，ZHU Shimin. Surrogate model method and its application in geotechnical engineering[J]. Chinese Journal of Ground Improvement，2020，2(4)：295-306.

[16] 韩忠华，许晨舟，乔建领，等. 基于代理模型的高效全局气动优化设计方法研究进展[J]. 航空学报，2020，41(5)：25-65.
HAN Zhonghua，XU Chenzhou，QIAO Jianling，et al. Recent progress of efficient global aerodynamic shape optimization using surrogate-based approach[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica，2020，41(5)：25-65.

[17] WALZER R. Galen，on medical experience[J]. Philosophy，1946，21(78)：93-94.

[18] KOTZ S，JOHNSON N L. Breakthroughs in statistics：methodology and distribution[M]. New York：Springer Science & Business Media，1992.

[19] METROPOLIS N，ULAM S. The Monte Carlo method[J]. Journal of the American Statistical Association，1949，44(247)：335-341.

[20] 梁红霞. "田口方法"的集大成者——田口玄一[J]. 中国质量，2003(10)：40.
LIANG Hongxia. The master of "Taguchi Method"-Genichi Taguchi[J]. China Quality，2003(10)：40.

[21] 方开泰. 均匀试验设计的理论、方法和应用——历史回顾[J]. 数理统计与管理，2004，23(3)：69-80.
FANG Kaitai. The theory，method and application of uniform test design——Historical review[J]. Application of Statistics and Management，2004，23(3)：69-80.

[22] MCKAY M D，BECKMAN R J，CONOVER W J. A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code[J]. Technometrics，2000，42(1)：55-61.

[23] WANG G G，SHAN S Q. Review of metamodeling techniques in support of engineering design optimization[J]. Journal of Mechanical Design，2007，129(4)：370-380.

[24] GARUD S S，KARIMI I A，KRAFT M. Design of computer experiments：A review[J]. Computers and Chemical Engineering，2017，106(2)：71-95.

[25] LIU H，ONG Y S，CAI J. A survey of adaptive sampling for global metamodeling in support of simulation-based complex engineering design[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2018，57：393-416.

[26] OWEN A B. Orthogonal arrays for computer experiments，integration and visualization[J]. Statistica Sinica，1992，2(2)：439-452.

[27] SACKS J，SCHILLER S B，WELCH W J. Designs for computer experiments[J]. Technometrics，1989，31(1)：41-47.

[28] VIANA F A C. A tutorial on Latin hypercube design of experiments[J]. Quality and Reliability Engineering International，2016，32(5)：1975-1985.

[29] KENNY Q Y，LI W，SUDJIANTO A. Algorithmic construction of optimal symmetric Latin hypercube designs[J]. Journal of Statistical Planning and Inference，2000，90(1)：145-159.

[30] WANG S，LV L，DU L，et al. An improved LHS approach for constrained design space based on successive local enumeration algorithm[C]//2019 IEEE 9th Annual International Conference on CYBER Technology in Automation，Control，and Intelligent Systems (CYBER). Suzhou，IEEE，2019：896-899.

[31] VIANA F A C，VENTER G，BALABANOV V. An algorithm for fast optimal Latin hypercube design of experiments[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering，2010，82(2)：135-156.

[32] JIN R，CHEN W，SUDJIANTO A. On sequential sampling for global metamodeling in engineering design[C]// ASME 2002 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. Montreal：International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference，2002，539-548.

[33] KUSHNER H J. A new method of locating the maximum point of an arbitrary multipeak curve in the presence of noise[J]. Journal of Basic Engineering，1964，86(1)：97-106.

[34] STUCKMAN B E. A global search method for optimizing nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Systems，Man，and Cybernetics，1988，18(6)：965-977.

[35] SCHONLAU M，WELCH W J，JONES D R. Global versus local search in constrained optimization of computer models[R]// IMS Lecture Notes-Monograph Series. Hayward：Institute of Mathematical Statistics，1998，34：11-25.

[36] SÓBESTER A，LEARY S J，KEANE A J. On the design of optimization strategies based on global response surface approximation models[J]. Journal of Global Optimization，2005，33(1)：31-59.

[37] LAM C Q. Sequential adaptive designs in computer experiments for response surface model fit[D]. Columbus：The Ohio State University，2008.

[38] DESCHRIJVER D，CROMBECQ K，NGUYEN H M，et al. Adaptive sampling algorithm for macromodeling of parameterized *S*-Parameter responses[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques，2010，59(1)：39-45.

[39] XU S，LIU H，WANG X，et al. A robust error-pursuing sequential sampling approach for global metamodeling based on Voronoi diagram and cross validation[J]. Journal of Mechanical Design，2014，136(7)：69-74.

[40] HERTEN J V D，COUCKUYT I，DESCHRIJVER D，et al. A fuzzy hybrid sequential design strategy for global surrogate modeling of high-dimensional computer experiments[J]. SIAM Journal on Scientific Computing，2015，37(2)：A1020-A1039.

[41] ZHANG Y，KIM N H，HAFTKA R T. General-surrogate adaptive sampling using interquartile range for design space exploration[J]. Journal of Mechanical Design，2020，142(5)：051402.

[42] HUANG J，GAO Z，ZHOU Z，et al. An improved adaptive sampling and experiment design method for aerodynamic optimization[J]. Chinese Journal of Aeronautics，2015，28(5)：1391-1399.

[43] XIAO N C，ZUO M J，ZHOU C. A new adaptive sequential sampling method to construct surrogate models for efficient reliability analysis[J]. Reliability Engineering and System Safety，2018，169：330-338.

[44] ZHOU Q，WANG Y，CHOI S K，et al. A sequential multi-fidelity metamodeling approach for data regression[J]. Knowledge-Based Systems，2017，134(15)：199-212.

[45] WU J，LUO Z，ZHANG N，et al. A new sequential sampling method for constructing the high-order polynomial surrogate models[J]. Engineering Computations，2018，35(2)：529-564.

[46] GUNST R F. Response surface methodology：process and product optimization using designed experiments[J]. Technometrics，1996，38(3)：284-286.

[47] SACKS J，WELCH W J，MITCHELL T J，et al. Design and analysis of computer experiments[J]. Statistical Science，1989，4(4)：409-423.

[48] PARK J，SANDBERG I W. Approximation and radial-basis-function networks[J]. Neural Computation，1993，5(2)：305-316.

[49] BRERETON R G，LLOYD G R. Support vector machines for classification and regression[J]. Analyst，2010，135(2)：230-267.

[50] LI H，XU B，LU G，et al. Multi-objective optimization of PEM fuel cell by coupled significant variables recognition，surrogate models and a multi-objective genetic algorithm[J]. Energy Conversion and Management，2021，236：114063.

[51] LANGLEY P，SIMON H A. Applications of machine learning and rule induction[J]. Communications of the ACM，1995，38(11)：54-64.

[52] MATHERON G. Principles of geostatistics[J]. Economic Geology，1963，58(8)：1246-1266.

[53] 刘海涛. 基于近似模型的工程优化方法中相关问题研究及应用[D]. 大连：大连理工大学，2016.
LIU Haitao. The research and application of metamodel-based engineering optimization[D]. Dalian：Dalian University of Technology，2016.

[54] HARDY R L. Multiquadric equations of topography and

other irregular surfaces[J]. Journal of Geophysical Research，1971，76(8)：1905-1915.

[55] VAPNIK V N. An overview of statistical learning theory[J]. IEEE Transactions on Neural Networks，1999，10(5)：988-999.

[56] 曹鸿钧，段宝岩. 基于 Kriging 模型的后优化近似研究[J]. 机械设计与研究，2004，20(5)：10-13.
CAO Hongjun，DUAN Baoyan. Approximation research of post-optimization based on Kriging model[J]. Chinese Machine Design and Research，2004，20(5)：10-13.

[57] 汤龙，王琥，李光耀. Kriging-HDMR 非线性近似模型方法[J]. 力学学报，2011，43(4)：780-784.
TANG Long，WANG Hu，LI Guangyao. Kriging-HDMR nonlinear surrogate model method[J]. Journal of Theoretical and Applied Mechanics，2011，43(4)：780-784.

[58] 舒乐时，周奇，蒋平，等. 基于序列 Kriging 模型的潜器型线优化设计[J]. 船舶工程，2016，38(9)：43-46.
SHU Leshi，ZHOU Qi，JIANG Ping，et al. Design optimization of submerged vehicle profile based on sequential Kriging model[J]. Ship Engineering，2016，38(9)：43-46.

[59] 彭磊，刘莉，龙腾. 基于径向基函数的卫星平台桁架结构优化设计[J]. 南京航空航天大学学报，2014，46(3)：475- 480.
PENG Lei，LIU Li，LONG Teng. Satellite bus truss structure optimization using radial basis function [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，2014，46(3)：475-480.

[60] WANG B，HAO P，LI G，et al. Determination of realistic worst imperfection for cylindrical shells using surrogate model[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2013，48：777-794.

[61] 郝鹏，王博，李刚，等. 基于代理模型和等效刚度模型的加筋柱壳混合优化设计[J]. 计算力学学报，2012，29(4)：481-486.
HAO Peng，WANG Bo，LI Gang，et al. Hybrid optimization of grid-stiffened cylinder based on surrogate model and smeared stiffener model[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics，2012，29(4)：481-486.

[62] 刘海涛，徐胜利，王晓放，等. 1 种基于 Kriging 近似模型的叶片罩量优化设计方法[J]. 航空发动机，2015，41(5)：24-27.
LIU Haitao，XU Shengli，WANG Xiaofang，et al. Optimization design method of gravity center eccentricity for blade based on Kriging surrogate model[J]. Aeroengine，2015，41(5)：24-27.

[63] 刘俊，宋文萍，韩忠华. 基于代理模型的飞翼多目标气动优化设计[J]. 航空计算技术，2015，45(2)：1-5.
LIU Jun，SONG Wenping，HAN Zhonghua. Multi-objective aerodynamic design optimization of a flying wing using surrogate model[J]. Aeronautical Computing Technique，2015，45(2)：1-5.

[64] 韩旭. 基于数值模拟的设计理论与方法[M]. 北京：科学出版社，2015.
HAN Xu. Numerical simulation based-design：theory and methods[M]. Beijing：Science Press，2015.

[65] 聂文超，蔡卫军. 基于气动代理模型的雷箭分离快速仿真[J]. 水下无人系统学报，2019，27(6)：688-694.
NIE Wenchao，CAI Weijun. Rapid simulation on torpedo-rocket separation based on the aerodynamic surrogate model[J]. Journal of Unmanned Undersea Systems，2019，27(6)：688-694.

[66] 苏杭朋. 基于单点力反馈的虚拟装配系统的研究与开发[D]. 广州：华南理工大学，2015.
SU Hangpeng. Research and development on a virtual assembly system based on one point force feedback[D]. Guangzhou：South China University of Technology，2015.

[67] ZHANG C，SUN Q，SUN W，et al. A construction method of digital twin model for contact characteristics of assembly interface[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology，2021，113：2685-2699.

[68] 韩少强，宋文萍，韩忠华，等. 基于梯度增强型 Kriging 模型的气动反设计方法[J]. 航空学报，2017，38(7)：138-152.
HAN Shaoqiang，SONG Wenping，HAN Zhonghua，et al. Aerodynamic inverse design method based on gradient-enhanced Kriging model[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica，2017，38 (7)：138-152.

[69] KRISHNAMURTHY T，ROMERO V. Construction of response surfaces with higher order continuity and its application to reliability engineering[C]//43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures，Structural Dynamics，and Materials Conference. Denver：AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures，Structural Dynamics，and Materials Conference，2002，1466.

[70] KRISHNAMURTHY T. Response surface approximation with augmented and compactly supported radial basis functions[C]//44th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures，Structural Dynamics，and Materials Conference. Norfolk：AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures，Structural Dynamics，and Materials

Conference，2003，1748.

[71] LIAO C C. Enhanced RBF network for recognizing noise-riding power quality events[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement，2009，59(6)：1550-1561.

[72] 郭丰. 产品方案设计中的近似建模与知识处理方法研究[D]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学，2017.
GUO Feng. Research on approximation modeling and knowledge processing methods for product scheme design[D]. Harbin：Harbin Institute of Technology，2017.

[73] 冯青青. CAD/CAE/MDO 过程集成与流程自动化关键技术研究[D]. 上海：上海交通大学，2019.
FENG Qingqing. The research on technical problems in the integration of CAD/CAE/MDO[D]. Shanghai：Shanghai Jiao Tong University，2019.

[74] XIANG H，LI Y，LIAO H，et al. An adaptive surrogate model based on support vector regression and its application to the optimization of railway wind barriers[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2017，55：701-713.

[75] HWANG J T，MARTINS J R R A. A fast-prediction surrogate model for large datasets[J]. Aerospace Science and Technology，2018，75：74-87.

[76] SHAN S，WANG G G. Metamodeling for high dimensional simulation-based design problems[J]. Journal of Mechanical Design，2010. 132(5)：051009.

[77] CHUNG H S，ALONSO J. Using gradients to construct cokriging approximation models for high-dimensional design optimization problems[C]//40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit. Reno：AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit，2002,0317.

[78] HAN Z H，ZHANG Y，SONG C X，et al. Weighted gradient-enhanced kriging for high-dimensional surrogate modeling and design optimization[J]. AIAA Journal，2017，55(12)：4330-4346.

[79] GUO Y，GONG D，WANG H. Adaptive evaluation strategy based on surrogate model[C]//12th International Conference. Beijing：Human-Computer Interaction. Interaction Design and Usability，2007，472-481.

[80] 王晗希. 基于交互式遗传算法的服装几何花卉图案的设计[D]. 杭州：浙江理工大学，2017.
WANG Hanxi. Design of geometric flower cluster based on interactive genetic algorithm[D]. Hangzhou：Zhejiang Sci-Tech University，2017.

[81] 张浩然，汪晓东. 回归最小二乘支持向量机的增量和在线式学习算法[J]. 计算机学报，2006，29(3)：400-406.
ZHANG Haoran，WANG Xiaodong. Incremental and online learning algorithm for regression least squares support vector machine[J]. Chinese Journal of Computers，2006，29(3)：400-406.

[82] 周晓剑，侯蓉. 面向大数据的增量式 RBF 学习算法[J]. 统计与决策，2019(18)：68-71.
ZHOU Xiaojian，HOU Rong. RBF incremental learning algorithm for big data[J]. Statistics and Decision，2019(18)：68-71.

[83] 周晓剑，王乐研. 面向大数据流的增量式 Kriging 学习算法研究[J]. 统计与信息论坛，2020，35(10)：21-26.
ZHOU Xiaojian，WANG Leyan. A study on incremental kriging learning algorithm for big data flow[J]. Statistics and Information Forum，2020，35(10)：21-26.

[84] 陈烯烯. 面向大数据基于 DEA 和 RBF/SVM 的预测方法研究[D]. 南京：南京邮电大学，2020.
CHEN Xixi. Prediction methods based on DEA and RBF/SVM for big data[D]. Nanjing：Nanjing University of Posts and Telecommunications，2020.

[85] GROLINGER K，CAPRETZ M A M，SEEWALD L. Energy consumption prediction with big data：Balancing prediction accuracy and computational resources[C]//2016 IEEE International Congress on Big Data. San Francisco：IEEE International Congress on Big Data，2016：157-164.

[86] VIANA F A C，SIMPSON T W，BALABANOV V，et al. Special section on multidisciplinary design optimization：metamodeling in multidisciplinary design optimization：how far have we really come?[J]. AIAA Journal，2014，52(4)：670-690.

[87] ZHOU X，JIANG T. Metamodel selection based on stepwise regression[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2016，54：641-657.

[88] SOBIESZCZANSKI-SOBIESKI J，HAFTKA R T. Multidisciplinary aerospace design optimization：survey of recent developments[J]. Structural Optimization，1997，14：1-23.

[89] 张科施，韩忠华，李为吉，等. 基于近似技术的高亚声速运输机机翼气动/结构优化设计[J]. 航空学报，2006，27(5)：810-815.
ZHANG Keshi，HAN Zhonghua，LI Weiji，et al. Multidisciplinary aerodynamic/structural design optimization for high subsonic transport wing using approximation technique[J]. Acta Aeronautica et

Astronautica Sinica，2006，27(5)：810-815.

[90] SONG X，SUN G，LI G，et al. Crashworthiness optimization of foam-filled tapered thin-walled structure using multiple surrogate models[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2013，47：221-231.

[91] 郑少平，陈静，程远胜，等. 代理模型技术及其在船舶板架强度和稳定性计算中的应用[J]. 中国造船，2013，54(1)：40-51.
ZHENG Shaoping，CHEN Jing，CHENG Yuansheng，et al. Surrogate models and their application in calculation of strength and stability of ship grillage[J]. Ship Building of China，2013，54(1)：40-51.

[92] GOEL T，HAFTKA R T，SHYY W，et al. Ensemble of surrogates[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2007，33：199-216.

[93] PERRONE M P，COOPER L N. When networks disagree：Ensemble methods for hybrid neural networks[C]// 20th Century Physics| How We Learn; How We Remember：Toward an Understanding of Brain and Neural Systems Neural Networks for Speech and Image Processing. London：Century Physics，1995，342-358.

[94] BISHOP C M. Neural networks for pattern recognition[M]. New York：Oxford University Press，1995.

[95] 顾纪超，李光耀，干年妃，等. 基于混合元模型的准最优策略在汽车轻量化中的应用[J]. 中国机械工程，2011，22(16)：1997-2000.
GU Jichao，LI Guangyao，GAN Nianfei，et al. Application of new optimization method based on quasi-optimization strategy in vehicle lightweight[J]. China Mechanical Engineering，2011，22(16)：1997-2000.

[96] FERREIRA W G，SERPA A L. Ensemble of metamodels：The augmented least squares approach[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2016，53：1019-1046.

[97] ACAR E，RAIS-ROHANI M. Ensemble of metamodels with optimized weight factors[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2009，37：279-294.

[98] ACAR E. Various approaches for constructing an ensemble of metamodels using local measures[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2010，42：879-896.

[99] LIU H，XU S，WANG X，et al. Optimal weighted pointwise ensemble of radial basis functions with different basis functions[J]. AIAA Journal，2016，54(10)：3117-3133.

[100] SANCHEZ E，PINTOS S，QUEIPO N V. Toward an optimal ensemble of kernel-based approximations with engineering applications[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2008，36：247-261.

[101] VIANA F A C，HAFTKA R T，STEFFEN V. Multiple surrogates：How cross-validation errors can help us to obtain the best predictor[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2009，39：439-457.

[102] ZERPA L E，QUEIPO N V，PINTOS S，et al. An optimization methodology of alkaline-surfactant-polymer flooding processes using field scale numerical simulation and multiple surrogates[J]. Journal of Petroleum Science and Engineering，2005，47(3-4)：197-208.

[103] LEE Y，CHOI D H. Pointwise ensemble of meta-models using V nearest points cross-validation[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2014，50：383-394.

[104] QIU H，CHEN L，JIANG C，et al. Ensemble of surrogate models using sign based cross validation error[C]//2017 IEEE 21st International Conference on Computer Supported Cooperative Work in Design (CSCWD). Wellington：International Conference on Computer Supported Cooperative Work in Design (CSCWD)，2017，526-531.

[105] ZHANG J，YUE X，QIU J，et al. A unified ensemble of surrogates with global and local measures for global metamodelling[J]. Engineering Optimization，2021，53(3)：474-495.

[106] FERNÁNDEZ-GODINO M G，PARK C，KIM N H，et al. Review of multi-fidelity models[EB/OL]. arXiv preprint arXiv:1609.07196，2016.

[107] CHANG K J，HAFTKA R T，GILES G L，et al. Sensitivity-based scaling for approximating structural response[J]. Journal of Aircraft，1993，30(2)：283-288.

[108] VITALI R，HAFTKA R T，SANKAR B V. Multi-fidelity design of stiffened composite panel with a crack[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2002，23：347-356.

[109] SUN G，LI G，STONE M，et al. A two-stage multi-fidelity optimization procedure for honeycomb-type cellular materials[J]. Computational Materials Science，2010，49(3)：500-511.

[110] ZHANG Y，KIM N H，PARK C，et al. Multifidelity surrogate based on single linear regression[J]. AIAA Journal，2018，56(12)：4944-4952.

[111] HAN Z H，GÖRTZ S. Hierarchical kriging model for

variable-fidelity surrogate modeling[J]. AIAA Journal，2012，50(9)：1885-1896.

[112] HAN Z H，GÖRTZ S，ZIMMERMANN R. Improving variable-fidelity surrogate modeling via gradient-enhanced kriging and a generalized hybrid bridge function[J]. Aerospace Science and Technology，2013，25(1)：177-189.

[113] CAI X，QIU H，GAO L，et al. Metamodeling for high dimensional design problems by multi-fidelity simulations[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2017，56：151-166.

[114] KENNEDY M C，O'HAGAN A. Predicting the output from a complex computer code when fast approximations are available[J]. Biometrika，2000，87(1)：1-13.

[115] HUANG L，GAO Z，ZHANG D. Research on multi-fidelity aerodynamic optimization methods[J]. Chinese Journal of Aeronautics，2013，26(2)：279-286.

[116] TOAL D J J，KEANE A J. Efficient multipoint aerodynamic design optimization via cokriging[J]. Journal of Aircraft，2011，48(5)：1685-1695.

[117] THENON A，GERVAIS V，LE RAVALEC M. Multi-fidelity meta-modeling for reservoir engineering-application to history matching[J]. Computational Geosciences，2016，20(6)：1231-1250.

[118] TYAN M，NGUYEN N V，LEE J W. Improving variable-fidelity modelling by exploring global design space and radial basis function networks for aerofoil design[J]. Engineering Optimization，2015，47(7)：885-908.

[119] PELLEGRINI R，IEMMA U，LEOTARDI C，et al. Multi-fidelity adaptive global metamodel of expensive computer simulations[C]//2016 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC). Vancouver：IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)，2016，4444-4451.

[120] CAI X，QIU H，GAO L，et al. Adaptive radial-basis-function-based multifidelity metamodeling for expensive black-box problems[J]. AIAA Journal，2017，55(7)：2424-2436.

[121] DURANTIN C，ROUXEL J，DÉSIDÉRI J A，et al. Multifidelity surrogate modeling based on radial basis functions[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2017，56：1061-1075.

[122] SONG X，LV L，SUN W，et al. A radial basis function-based multi-fidelity surrogate model：Exploring correlation between high-fidelity and low-fidelity models[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2019，60：965-981.

[123] LI K，LIU Y，WANG S，et al. Multi-fidelity data fusion based on gradient-enhanced surrogate modelling method[J]. Journal of Mechanical Design，2021，143(12)：121704.

[124] JACOBS J P，KOZIEL S，OGURTSOV S. Computationally efficient multi-fidelity Bayesian support vector regression modeling of planar antenna input characteristics[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation，2012，61(2)：980-984.

[125] JACOBS J P，KOZIEL S. Cost-effective global surrogate modeling of planar microwave filters using multi-fidelity bayesian support vector regression[J]. International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering，2014，24(1)：11-17.

[126] SHI M，LV L，WANG S，et al. A support vector regression-based multi-fidelity surrogate model[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2020，61：2363-2375.

[127] ZADEH P M，TOROPOV V V，WOOD A S. Metamodel-based collaborative optimization framework[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2009，38：103-115.

[128] KOZIEL S，BANDLER J W. Multi-fidelity space mapping modeling of microwave devices with double coarse model processing and functional approximation[C]//2009 IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest. Boston：IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest，2009，969-972.

[129] ZHOU Q，JIANG P，SHAO X，et al. A variable fidelity information fusion method based on radial basis function[J]. Advanced Engineering Informatics，2017，32(C)：26-39.

[130] WANG S，LIU Y，ZHOU Q，et al. A multi-fidelity surrogate model based on moving least squares：Fusing different fidelity data for engineering design[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2021，61：2363-2375.

[131] 黎旭. 代理模型技术及其在飞行器可靠性优化中的应用研究[D]. 西安：西北工业大学，2018.
LI Xu. Surrogate model technology and its application to aircraft reliability-based optimization[D]. Xi’an：Northwestern Polytechnical University，2018.

[132] BHOSEKAR A，IERAPETRITOU M. Advances in surrogate based modeling，feasibility analysis，and optimization：A review[J]. Computers and Chemical Engineering，2018，108：250-267.

[133] YAMAZAKI W，RUMPFKEIL M，MAVRIPLIS D. Design optimization utilizing gradient/hessian enhanced surrogate model[C]//28th AIAA Applied Aerodynamics Conference. Chicago：AIAA Applied Aerodynamics Conference，2010，4363.

[134] NEFTCI E O，MOSTAFA H，ZENKE F. Surrogate gradient learning in spiking neural networks：Bringing the power of gradient-based optimization to spiking neural networks[J]. IEEE Signal Processing Magazine，2019，36(6)：51-63.

[135] ZHANG Z，CHEN H C，CHENG Q S. Surrogate-assisted quasi-Newton enhanced global optimization of antennas based on a heuristic hypersphere sampling[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation，2020，69(5)：2993-2998.

[136] 韩忠华. Kriging 模型及代理优化算法研究进展[J]. 航空学报，2016，37(11)：3197-3225.
HAN Zhonghua. Kriging surrogate model and its application to design optimization：A review of recent progress [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica，2016，37(11)：3197-3225

[137] SUN C，JIN Y，CHENG R，et al. Surrogate-assisted cooperative swarm optimization of high-dimensional expensive problems[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation，2017，21(4)：644-660.

[138] WANG G G，SHAN S. Review of metamodeling techniques in support of engineering design optimization[C]// ASME 2006 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. Philadelphia：IDETC/CIE，2006，4255.

[139] ZHU P，FENG F，CHEN W，et al. Lightweight design of vehicle parameters under crashworthiness using conservative surrogates[J]. Computers in Industry，2013，64(3)：280-289.

[140] SIMPSON T W，BOOKER A J，GHOSH D，et al. Approximation methods in multidisciplinary analysis and optimization：A panel discussion[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2004，27：302-313.

[141] LI J，CAI J，QU K. Surrogate-based aerodynamic shape optimization with the active subspace method[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2019，59：403-419.

[142] 公茂果，焦李成，杨咚咚，等. 进化多目标优化算法研究[J]. 软件学报，2009，20(2)：271-289.
GONG Maoguo，JIAO Licheng，YANG Dongdong，et al. Research on evolutionary multi-objective optimization algorithms[J]. Journal of Software，2009，20(2)：271-289.

[143] MARLER R T，ARORA J S. Survey of multi-objective optimization methods for engineering[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2004，26：369-395.

[144] DÉSIDÉRI J A. Multiple-gradient descent algorithm for pareto-front identification[M]//Modeling，Simulation and Optimization for Science and Technology. Dordrecht：Springer，2014.

[145] DEB K，PRATAP A，AGARWAL S，et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm：NSGA-II[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation，2002，6(2)：182-197.

[146] GASPAR-CUNHA A，VIEIRA A. A multi-objective evolutionary algorithm using neural networks to approximate fitness evaluations[J]. International Journal of Computers，Systems and Signals，2005，6(1)：18-36.

[147] EMMERICH M T M，GIANNAKOGLOU K C，NAUJOKS B. Single-and multiobjective evolutionary optimization assisted by Gaussian random field metamodels[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation，2006，10(4)：421-439.

[148] KNOWLES J. ParEGO：A hybrid algorithm with on-line landscape approximation for expensive multiobjective optimization problems[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation，2006，10(1)：50-66.

[149] PONWEISER W，WAGNER T，BIERMANN D，et al. Multiobjective optimization on a limited budget of evaluations using model-assisted *S*-metric selection[C]//International Conference on Parallel Problem Solving from Nature. Berlin：Springer，Berlin，Heidelberg，2008，784-794.

[150] COUCKUYT I，DESCHRIJVER D，DHAENE T. Fast calculation of multiobjective probability of improvement and expected improvement criteria for Pareto optimization[J]. Journal of Global Optimization，2014，60(3)：575-594.

[151] FENG Z，ZHANG Q，ZHANG Q，et al. A multiobjective optimization based framework to balance the global exploration and local exploitation in expensive optimization[J]. Journal of Global Optimization，2015，

61(4)：677-694.

[152] MARTÍNEZ-FRUTOS J，HERRERO-PÉREZ D. Kriging-based infill sampling criterion for constraint handling in multi-objective optimization[J]. Journal of Global Optimization，2016，64(1)：97-115.

[153] JEONG S，MINEMURA Y，OBAYASHI S. Optimization of combustion chamber for diesel engine using kriging model[J]. Journal of Fluid Science and Technology，2006，1(2)：138-146.

[154] SYBERFELDT A，GRIMM H，NG A，et al. A parallel surrogate-assisted multi-objective evolutionary algorithm for computationally expensive optimization problems[C]//2008 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Hong Kong，IEEE World Congress on Computational Intelligence，2008，3177-3184.

[155] ZHANG Q，LIU W，TSANG E，et al. Expensive multiobjective optimization by MOEA/D with Gaussian process model[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation，2009，14(3)：456-474.

[156] ZHANG Q，LI H. MOEA/D：A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation，2007，11(6)：712-731.

[157] AKHTAR T，SHOEMAKER C A. Efficient multi-objective optimization through population-based parallel surrogate search[EB/OL]. arXiv preprint arXiv:1903.02167，2019.

[158] SRINIVAS N，DEB K. Muiltiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms[J]. Evolutionary Computation，1994，2(3)：221-248.

[159] PEI J，WANG W，YUAN S. Multi-point optimization on meridional shape of a centrifugal pump impeller for performance improvement[J]. Journal of Mechanical Science and Technology，2016，30(11)：4949-4960.

[160] SHIM H S，KIM K Y，CHOI Y S. Three-objective optimization of a centrifugal pump to reduce flow recirculation and cavitation[J]. Journal of Fluids Engineering，2018，140(9)：091202.

[161] CHOI S，ALONSO J J，CHUNG H S. Design of a low-boom supersonic business jet using evolutionary algorithms and an adaptive unstructured mesh method[C]// 45th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures，Structural Dynamics and Materials Conference. Palm Springs：AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures，Structural Dynamics and Materials Conference，2004，1758.

[162] NAIN P K S，DEB K. A multi-objective optimization procedure with successive approximate models[J]. KanGAL Report Number 2005002，Indian Institute of Technology，Kanpur，2005. http://www.iitk.ac.in/kangal/papers/k2005002.pdf.

[163] HUSAIN A，KIM K Y. Enhanced multi-objective optimization of a microchannel heat sink through evolutionary algorithm coupled with multiple surrogate models[J]. Applied Thermal Engineering，2010，30(13)：1683-1691.

[164] CHEN S，ZHANG J. Multi-objective optimization of interior noise of an automotive body based on different surrogate models and NSGA-II[J]. SAE Technical Paper，2018，1：0146.

[165] GHORANI M M，HAGHIGHI M H S，RIASI A. Entropy generation minimization of a pump running in reverse mode based on surrogate models and NSGA-II[J]. International Communications in Heat and Mass Transfer，2020，118：104898.

[166] DEB K，JAIN H. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach，part I：solving problems with box constraints[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation，2013，18(4)：577-601.

[167] CHENG R，JIN Y，OLHOFER M，et al. A reference vector guided evolutionary algorithm for many-objective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation，2016，20(5)：773-791.

[168] WANG D，HUA C，DONG D，et al. Crack parameters identification based on a kriging surrogate model for operating rotors[J]. Shock and Vibration，2018，41(1)：25-41.

[169] CHUGH T，JIN Y，MIETTINEN K，et al. A surrogate-assisted reference vector guided evolutionary algorithm for computationally expensive many-objective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation，2016，22(1)：129-142.

[170] LIU J，YU Z，ZHANG D，et al. Multimodal ellipsoid model for non-probabilistic structural uncertainty quantification and propagation[J]. International Journal of Mechanics and Materials in Design，2021，17(3)：633-657.

[171] KOWAL M，MAHADEVAN S. Uncertainty-based multi-disciplinary optimization[C]// 7th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization. St. Louis：AIAA/USAF/

NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization，1998，4915.

[172] 杨旭锋. 含认知不确定性参数的高效高精度可靠性分析方法研究[D]. 西安：西北工业大学，2016.
YANG Xufeng. Research on highly efficient and precise methods for reliability analysis with epistemic uncertainties[D]. Xi'an：Northwestern Polytechnical University，2016.

[173] ZHANG J，DU X. A second-order reliability method with first-order efficiency[J]. Journal of Mechanical Design，2010，132(10)：101006.

[174] GROOTEMAN F. An adaptive directional importance sampling method for structural reliability[J]. Probabilistic Engineering Mechanics，2011，26(2)：134-141.

[175] BUCHER C G，BOURGUND U. A fast and efficient response surface approach for structural reliability problems[J]. Structural Safety，1990，7(1)：57-66.

[176] MECKESHEIMER M，BARTON R R，SIMPSON T W，et al. Computationally inexpensive metamodel assessment strategies[C]//ASME 2001 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. Pittsburgh：International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference，2001，191-201.

[177] GOEL T，HAFKTA R T，SHYY W. Comparing error estimation measures for polynomial and kriging approximation of noise-free functions[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2009，38：429-442.

[178] VIANA F，HAFTKA R. Importing uncertainty estimates from one surrogate to another[C]//50th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures，Structural Dynamics，and Materials Conference. Palm Springs：AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures，Structural Dynamics，and Materials Conference，2009，2237.

[179] PARK I，AMARCHINTA H K，GRANDHI R V. A Bayesian approach for quantification of model uncertainty[J]. Reliability Engineering and System Safety，2010，95(7)：777-785.

[180] LOCKWOOD B，RUMPFKEIL M，YAMAZAKI W，et al. Uncertainty quantification in viscous hypersonic flows using gradient information and surrogate modeling[C]//49th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. Orlando：AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition，2011，885.

[181] ZHAO L，CHOI K K，LEE I，et al. Conservative surrogate model using weighted Kriging variance for sampling-based RBDO[J]. Journal of Mechanical Design，2013，135(9)：091003.

[182] MO S，SHI X，LU D，et al. An adaptive Kriging surrogate method for efficient uncertainty quantification with an application to geological carbon sequestration modeling[J]. Computers and Geosciences，2019，125：69-77.

[183] SLOT R M M，SØRENSEN J D，SUDRET B，et al. Surrogate model uncertainty in wind turbine reliability assessment[J]. Renewable Energy，2020，151：1150-1162.

[184] NGUYEN H M，COUCKUYT I，KNOCKAERT L，et al. An alternative approach to avoid overfitting for surrogate models[C]//Proceedings of the 2011 Winter Simulation Conference (WSC). Phoenix：Winter Simulation Conference，2011，2760-2771.

[185] ZHANG J，CHOWDHURY S，MEHMANI A，et al. Characterizing uncertainty attributable to surrogate models[J]. Journal of Mechanical Design，2014，136(3)：031004.

[186] MEHMANI A，CHOWDHURY S，MESSAC A. Predictive quantification of surrogate model fidelity based on modal variations with sample density[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2015，52：353-373.

[187] ROMERO D A，MARIN V E，AMON C H. Error metrics and the sequential refinement of Kriging metamodels[J]. Journal of Mechanical Design，2015，137(1)：011402.

[188] ZHOU Q，SHAO X，JIANG P，et al. An active learning metamodeling approach by sequentially exploiting difference information from variable-fidelity models[J]. Advanced Engineering Informatics，2016，30(3)：283-297.

[189] RUMPFKEIL M P，HANAZAKI K，BERAN P S. Construction of multi-fidelity locally optimized surrogate models for uncertainty quantification[C]//19th AIAA Non-Deterministic Approaches Conference. Grapevine：AIAA Non-Deterministic Approaches Conference，2017，1948.

[190] WU X，WANG C，KOZLOWSKI T. Kriging-based surrogate models for uncertainty quantification and

sensitivity analysis[C]//Proceedings of the MC-2017，International Conference on Mathematics Computational Methods Applied to Nuclear Science Engineering. Daejeon：International Conference on Mathematics Computational Methods Applied to Nuclear Science Engineering，2017.

[191] DUTTA S. A sequential metamodel-based method for structural optimization under uncertainty[J]. Structures，26：54-65.

[192] QIU N，GAO Y，FANG J，et al. Crashworthiness optimization with uncertainty from surrogate model and numerical error[J]. Thin-Walled Structures，2018，129：457-472.

[193] TRIPATHY R K，BILIONIS I. Deep UQ：Learning deep neural network surrogate models for high dimensional uncertainty quantification[J]. Journal of Computational Physics，2018，375：565-588.

[194] ROY P T，SEGUI L M，JOUHAUD J C，et al. Resampling strategies to improve surrogate model‐based uncertainty quantification：Application to LES of LS89[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids，2018，87(12)：607-627.

[195] BHATTRAI S，DE BAAR J H S，NEELY A J. Efficient uncertainty quantification for a hypersonic trailing-edge flap，using gradient-enhanced kriging[J]. Aerospace Science and Technology，2018，80：261-268.

[196]ZANG T A. Needs and opportunities for uncertainty-based multidisciplinary design methods for aerospace vehicles[M]. Hampton：National Aeronautics and Space Administration，2002.

[197] DU X，CHEN W. Sequential optimization and reliability assessment method for efficient probabilistic design[J]. Journal of Mechanical Design，2004，126(2)：225-233.

[198] PARKINSON A，SORENSEN C，POURHASSAN N. A general approach for robust optimal design[J]. Journal of Mechanical Design，1993，115(1)：74-80.

[199] 周奇，杨扬，宋学官，等. 变可信度近似模型及其在复杂装备优化设计中的应用研究进展[J]. 机械工程学报，2020，56(24)：219-245.
ZHOU Qi，YANG Yang，SONG Xueguan，et al. Survey of multi-fidelity surrogate models and their applications in the design and optimization of engineering equipment[J]. Journal of Mechanical Engineering，2020，56(24)：219-245.

[200] PENG X，LI J，JIANG S. Unified uncertainty representation and quantification based on insufficient input data[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2017，56：1305-1317.

[201] 聂雪媛，刘中玉，杨国伟. 基于 Kriging 代理模型的飞行器结构刚度气动优化设计[J]. 气体物理，2017，2(2)：8-16.
NIE Xueyuan，LIU Zhongyu，YANG Guowei. Aircraft structure stiffness and aerodynamics optimization design based on Kriging surrogate model[J]. Physics of Gases，2017，2(2)：8-16.

[202] 吴宽展，刘学军，吕宏强. 基于多输出高斯过程的超临界翼型优化[J]. 空气动力学学报，2015，33(6)：728-732,746.
WU Kuanzhan，LIU Xuejun，LÜ Hongqiang. A supercritical airfoil design based on multi-output surrogate model[J]. Acta Aerodynamica Sinica，2015，33(6)：728-732,746.

[203] 穆雪峰，姚卫星，余雄庆，等. 多学科设计优化中常用代理模型的研究[J]. 计算力学学报，2005，22(5)：608-612.
MU Xuefeng，YAO Weixing，YU Xiongqing，et al. A survey of surrogate models used in MDO[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics，2005，22(5)：608-612.

[204] WANG H，JIN Y，SUN C，et al. Offline data-driven evolutionary optimization using selective surrogate ensembles[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation，2018，23(2)：203-216.

[205] GANO S N，RENAUD J E，AGARWAL H，et al. Reliability-based design using variable-fidelity optimization[J]. Structures and Infrastructure Engineering，2006，2(3-4)：247-260.

[206] WANG Q，FANG H. Reliability analysis of tunnels using an adaptive RBF and a first-order reliability method[J]. Computers and Geotechnics，2018，98：144-152.

[207] 蔡宁，赵明华. 边坡稳定可靠度替代模型分析[J]. 中南大学学报，2014，45(8)：2851-2856.
CAI Ning，ZHAO Minghua. Analysis of alternative model for slope stability reliability[J]. Journal of Central South University，2014，45(8)：2851-2856.

[208] LI X，QIU H，JIANG Z，et al. A VF-SLP framework using least squares hybrid scaling for RBDO[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2017，55：1629-1640.

[209] WANG J，SUN Z，YANG Q，et al. Two accuracy measures of the Kriging model for structural reliability analysis[J]. Reliability Engineering and System Safety，

2017，167(C)：494-505.

[210] ECHARD B，GAYTON N，LEMAIRE M. AK-MCS：An active learning reliability method combining kriging and Monte Carlo simulation[J]. Structural Safety，2011，33(2)：145-154.

[211] WEN Z，PEI H，LIU H，et al. A sequential Kriging reliability analysis method with characteristics of adaptive sampling regions and parallelizability[J]. Reliability Engineering and System Safety，2016，153：170-179.

[212] WANG Z，SHAFIEEZADEH A. REAK：Reliability analysis through error rate-based adaptive Kriging[J]. Reliability Engineering and System Safety，2020，182：33-45.

[213] LI M，WANG Z. Surrogate model uncertainty quantification for reliability-based design optimization[J]. Reliability Engineering and System Safety，2019，192:106432.

[214] ZHANG D，ZHANG N，YE N，et al. Hybrid learning algorithm of radial basis function networks for reliability analysis[J]. IEEE Transactions on Reliability，2020，99：1-14.

[215] 胡伟飞，鄢继铨，施钦杨，等. 液体火箭发动机自适应克里金可靠性分析[J]. 航天控制，2022，40(1)：50-56.
HU Weifei，YAN Jiquan，SHI Qinyang，et al. Adaptive kriging-based reliability analysis for liquid rocket engine[J]. Aerospace Control，2022，40(1)：50-56.

[216] MOUSTAPHA M，SUDRET B. Surrogate-assisted reliability-based design optimization：A survey and a new general framework[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2019，60：2157-2176.

[217] FOSCHI R，LI H，ZHANG J. Reliability and performance-based design：A computational approach and applications[J]. Structural Safety，2002，24(2-4)：205-218.

[218] CHAU K K. Reliability and performance-based design by artificial neural network[J]. Advances in Engineering Software，2007，38(3)：145-149.

[219] ALEXANDROV N M，LEWIS R M. Analytical and computational aspects of collaborative optimization for multidisciplinary design[J]. AIAA Journal，2002，40(2)：301-309.

[220] SUN G，LI G，ZHOU S，et al. Crashworthiness design of vehicle by using multiobjective robust optimization[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2011，44：99-110.

[221] YI J，WU F，ZHOU Q，et al. An active-learning method based on multi-fidelity Kriging model for structural reliability analysis[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2021，63：173-195.

[222] LEE S H，CHEN W，KWAK B M. Robust design with arbitrary distributions using gauss-type quadrature formula[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2009，39：227-243.

[223] LI F，MENG G，SHA L，et al. Robust optimization design for fatigue life[J]. Finite Elements in Analysis and Design，2011，47(10)：1186-1190.

[224] ONG Y S，NAIR P B，LUM K Y. Max-min surrogate-assisted evolutionary algorithm for robust design[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation，2006，10(4)：392-404.

[225] 蒙文巩，马东立，楚亮. 基于神经网络响应面的机翼气动稳健性优化设计[J]. 航空学报，2010，31(6)：1134-1140.
MENG Wengong，MA Dongli，CHU Liang. Wing aerodynamic robustness optimization based on neural network response surface[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica，2010，31(6)：1134-1140.

[226] MENG Z，ZHANG Z，ZHOU H，et al. Robust design optimization of imperfect stiffened shells using an active learning method and a hybrid surrogate model[J]. Engineering Optimization，2020，52(12)：2044-2061.

[227] 熊芬芬. 稳健优化设计中代理模型不确定性的研究[J]. 机械工程学报，2014，50(19)：136-143.
XIONG Fenfen. Robust design optimization considering metamodel uncertainty[J]. Journal of Mechanical Engineering，2014，50(19)：136-143.

[228] ZHOU Q，WANG Y，CHOI S K，et al. A robust optimization approach based on multi-fidelity metamodel[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization，2018，57：775-797.

[229] LAI X，WANG S，GUO Z，et al. Designing a shape-performance integrated digital twin based on multiple models and dynamic data：A boom crane example[J]. Journal of Mechanical Design，2021，143(7)：071703.

[230] LAI X，HE X，WANG S，et al. Building a lightweight digital twin of a crane boom for structural safety monitoring based on a multifidelity surrogate model[J]. Journal of Mechanical Design，2022，144(6)：064502.

[231] WANG S，LAI X，HE X，et al. Building a trustworthy

product-level shape-performance integrated digital twin with multifidelity surrogate model[J]. Journal of Mechanical Design，2022，144(3)：031703.

[232] HE X，LAI X，YANG L，et al. M-LFM：a multi-level fusion modeling method for shape-performance integrated digital twin of complex structure[J]. Frontiers of Mechanical Engineering，2022，17(4)：52.

[233] SUN T，HE X，SONG X，et al. The digital twin in medicine：A key to the future of healthcare?[J]. Frontiers in Medicine，2022，9：907066.

[234] LIU L，SONG X，ZHANG C，et al. GAN-MDF：An enabling method for multifidelity data fusion[J]. IEEE Internet of Things Journal，2022，9(15)：13405-13415.

[235] CHAKRABORTY S，ADHIKARI S，GANGULI R. The role of surrogate models in the development of digital twins of dynamic systems[J]. Applied Mathematical Modelling，2021，90：662-681.

[236] 宋学官，来孝楠，何西旺，等. 重大装备形性一体化数字孪生关键技术[J]. 机械工程学报，2022，58(10)：298-325.
SONG Xueguan，LAI Xiaonan，HE Xiwang，et al. Key technologies of shape-performance integrated digital Twin for major equipment[J]. Journal of Mechanical Engineering，2022，58(10)：298-325.

[237] 宋学官，何西旺，李昆鹏，等. 人体骨骼数字孪生的构建方法及应用[J]. 机械工程学报，2022，58(18)：218-228.
SONG Xueguan，HE Xiwang，LI Kunpeng，et al. Construction method and application of human skeleton digital twin[J]. Journal of Mechanical Engineering，2022，58(18)：218-228.

作者简介：吕利叶，女，1988 年出生，博士，讲师。主要研究方向为代理模型、多保真度代理模型、试验设计、优化设计、数字孪生等。
E-mail：lvliye@zstu.edu.cn
鲁玉军，男，1976 年出生，博士，教授，硕士研究生导师。主要研究方向为数字化设计与制造、智能制造、工业工程、TRIZ 创新方法等。
E-mail：luet_lyj@zstu.edu.cn
王硕，男，1993 年出生，博士。主要研究方向为基于代理模型的优化设计和数字孪生。
E-mail：wangshuo17@foxmail.com
刘印，女，1992 年出生，博士。主要研究方向为多学科建模分析与结构优化，基于代理模型的数据预测与采样方法。
Email：liuyin 8580@163.com
李昆鹏，男，1992 年出生，博士。主要研究方向为基于代理模型的优化设计、装备智能化和数字孪生。
E-mail：785282118@qq.com
宋学官(通信作者)，男，1982 年出生，博士，教授，博士研究生导师。主要研究方向为多学科建模分析与优化设计、工业大数据与人工智能技术、装备智能化和数字孪生等。
E-mail：sxg@dlut.edu.cn