

# 自由曲面的二维自适应测量及测球半径的三维补偿\*

刘荷辉 虞 钢

(中国科学院力学研究所 北京 100080)

**摘要:** 基于贝塞尔方法提出了针对自由曲面的自适应测量算法, 并与传统测量方法进行了对比。在对自适应测量数据的处理中, 提出了一种新的基于离散点三角剖分的测球半径三维补偿算法。通过仿真和试验验证, 上述算法已成功应用于集成化柔性激光加工系统中。

**关键词:** 自由曲面 贝塞尔方法 自适应测量 三角剖分 测头补偿

**中图分类号:** TN241

## 0 前言

在测量过程中, 以高效、安全、可靠并满足精度要求的方法对自由曲面进行数值化是工程界不断追求的目标。参考文献[1]针对边界已知的自由曲面提出了等弧长均匀划分网格并通过人工干预实现非均匀测点自动布测的方法, 参考文献[2]总结了数学模型已知和未知的自由曲面自适应测量点规划。而我们的研究针对数学模型未知的自由曲面, 提出了基于贝塞尔方法的自适应测量算法, 以提高测量的效率、精度和可靠性。由于测量采用的是触发式测头, 所获取的测量数据实际上是测头中心值, 要得到曲面数据则需要进行测头半径补偿。参考文献[3]提出了利用双三次B样条曲面来描述测头中心轨迹曲面, 并计算测量点法矢量从而进行三维测头半径补偿的方法, 我们的研究针对自适应测量数据的特点, 发展了基于离散数据三角剖分的三维球半径补偿算法, 以获得高精度的数据处理结果。涉及的所有相关试验都是利用集成化柔性激光加工系统中的测量系统<sup>[4]</sup>来完成的。

## 1 二维自适应测量算法及试验

在自由曲面测量中采用二维自适应测量就是根据曲面特征, 自适应地生成下一个探测点和对应的避障点, 从而做到合理地布置测点, 提高测量效率和精度。其基本思想是: 利用自由曲面的一个截面

曲线上已经测得的四个点  $P_{i-3}$ 、 $P_{i-2}$ 、 $P_{i-1}$ 、 $P_i$ , 用贝塞尔方法拟合曲线, 通过调整曲线参数自适应地外插值获取下一个探测点和避障点。得到下一测量点  $P_{i+1}$  后, 再以  $P_{i-2}$ 、 $P_{i-1}$ 、 $P_i$ 、 $P_{i+1}$  作为控制点拟合曲线, 自适应地获取新的探测点和避障点, 如此循环至测量边界。图1为自适应测量原理示意图。

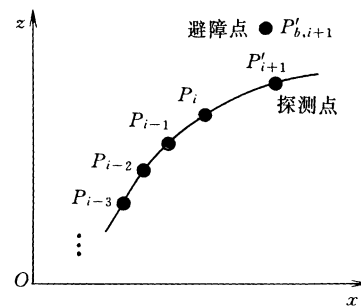


图1 二维自适应测量

用贝塞尔方法拟合一条曲线逼近已知测量点(测量点构成了一个特征多边形), 就是如式(1)利用Bernstein多项式作为基函数来表达拟合的曲线<sup>[5]</sup>。

$$C(t) = \sum_{i=0}^n \frac{n!}{(n-i)!i!} (1-t)^{n-i} t^i P_i = \sum_{i=0}^n B_{n,i}(t) P_i \quad (1)$$

式中  $P_i$  —— 已知测量点

$t$  —— 参数

$B_{n,i}(t)$  —— Bernstein 多项式, 其实质是各个测量点的权重函数

$C(t)$  —— 拟合逼近曲线

考虑到实际冲压模具的自由曲面, 其阶次介于2~4之间<sup>[6]</sup>, 在实际的应用中, 可以用式(2)~(6)表示的三次贝塞尔曲线来逼近。

$$C(t) = T(t)MP = N(t)P \quad (2)$$

$$T(t) = [t^3 \quad t^2 \quad t \quad 1] \quad (3)$$

\* 中科院大型仪器设备研制项目(中科院计字[1997]第167号, 中科院成鉴字[1999]第017号)和2000~2003年中国科学院知识创新工程重大项目(KGCX-11)。20020306收到初稿, 20030520收到修改稿

$$M = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$P = [p_{i-3} \quad p_{i-2} \quad p_{i-1} \quad p_i]^T \quad (5)$$

$$N(t) = T(t)M = [n_1 \quad n_2 \quad n_3 \quad n_4] \quad (6)$$

式中  $C(t)$  ——拟合的曲线

$N(t)$  ——基函数

$P$  ——最新测量的四点

$M$  ——基函数系数矩阵, 由 Bernstein 多项式决定

在曲线曲面造型中, 应用贝塞尔方法考虑的主要是曲线的良好对称性、凸包性和几何不变性等内插性质, 即关心的是参数  $t \in [0,1]$  段的插值曲线性质。而当利用贝塞尔外插来预测下一个探测点时, 参数  $t > 1$  段性质显得更重要。比较理想的情况是在进行外插时(即参数  $t$  取大于 1 的值), 外插曲线不会出现大的“波动”, 这就需要了解贝塞尔方法的外插性质(参数  $t > 1$  的情况)。贝塞尔的外插性质由其基函数  $N(t)$  决定。图 2 显示了三次贝塞尔基函数和三次样条基函数的对比, 表明贝塞尔基函数随着参数  $t$  的改变, 其基函数  $N(t)$  变化平稳, 仍然满足归一性。根据已测点的特点调整参数  $t$  的值, 就可以进行自适应的外插, 达到根据模具具体情况合理布置测量点的目的, 从而能够提高测量的效率和精度。

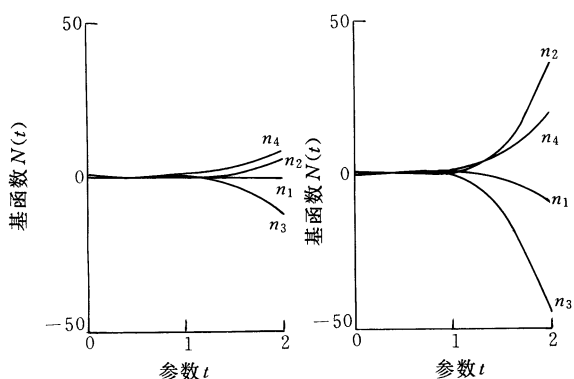


图 2 贝塞尔函数的外插性质

二维自适应测量算法的具体步骤如下。

(1) 以等弦长测量算法<sup>[7]</sup>获取待测自由曲面截面四点  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 、 $P_4$ , 确定结束点  $P_e$ 。

(2) 根据最新测得的四点  $P_{i-3}$ 、 $P_{i-2}$ 、 $P_{i-1}$ 、 $P_i$  ( $i=4, 5, \dots, n$ ), 自适应调整参数  $t(t=1+\Delta t)$ , 生成下一个探测点  $P'_{i+1}$ 。  $\Delta t$  根据下列原则自适应取值: 令  $\theta$  为由点  $P_{i-2}$ 、 $P_{i-1}$  确定的直线和由点  $P_{i-1}$ 、 $P_i$  确定的直线之间的夹角(可由式(7)计算得)。若  $\theta \leq D_L$ , 则

$\Delta t = 1/3 + 0.1$ , 表明曲面曲率较小, 可以加大步长; 若  $D_L < \theta \leq D_M$ ,  $\Delta t = 1/3 + 0.05$ ; 若  $D_M < \theta \leq D_H$ ,  $\Delta t = 1/3$ ; 若  $\theta > D_H$ ,  $\Delta t = -1/6$ , 回测一点。(  $D_L$ 、 $D_M$ 、 $D_H$  为常数, 大量试验表明其分别取  $1^\circ$ 、 $3^\circ$ 、 $6^\circ$  较合理)。选取  $1/3$  作为  $\Delta t$  的基准其实质是以等步长测量为基础来自适应的调整测量步长, 以  $\theta$  为判据是因为它表征了曲面的曲率变化剧烈程度。利用式(8)、(9)式就可以得到预测的下一个探测点  $P'_{i+1}$ , 由式(10)得到  $P'_{i+1}$  点对应的避障点  $P'_{b,i+1}$ 。

$$\theta = \arccos \left( \frac{(p_{i-1} - p_{i-2}) \cdot (p_i - p_{i-1})}{|p_{i-1} - p_{i-2}| \cdot |p_i - p_{i-1}|} \right) \quad (7)$$

$$T(1 + \Delta t) = \begin{bmatrix} (1 + \Delta t)^3 & (1 + \Delta t)^2 & (1 + \Delta t) & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$P'_{i+1} = T'MP \quad (9)$$

$$P'_{b,i+1} = P'_{i+1} + \Delta P \quad (10)$$

式(10)中  $\Delta P$  为避障矢量, 一般固定, 也可根据模具具体情况通过人机交换调整。

(3) 计算  $P_{i+1}$  与  $P_e$ (结束点)之间的距离  $D_S$ , 若  $D_S < E_S$ , ( $E_S$  为固定值, 测量中一般采用 5 mm)结束; 否则以最新测得的四个点作为  $P_{i-3}$ 、 $P_{i-2}$ 、 $P_{i-1}$ 、 $P_i$ , 重复(2)直至  $D_S < E_S$ 。

利用自适应测量, 就可根据曲面特征, 自适应决定测点的合理布置。图 3 是对汽车覆盖件模具的一个易磨损而需强化部位的自适应测量结果。下表则是一般的等间距自动测量方法和自适应测量方法测量的对比。试验表明利用二维自适应测量可以大大提高测量的精度和效率。能够提高拟合精度的原因在于测点的合理布置<sup>[7]</sup>。测量效率的提高除了合理的布置测点的原因外, 还因为其避障点也是自适应生成的, 而自动等距测量总是将避障点取较高位置以确保安全。

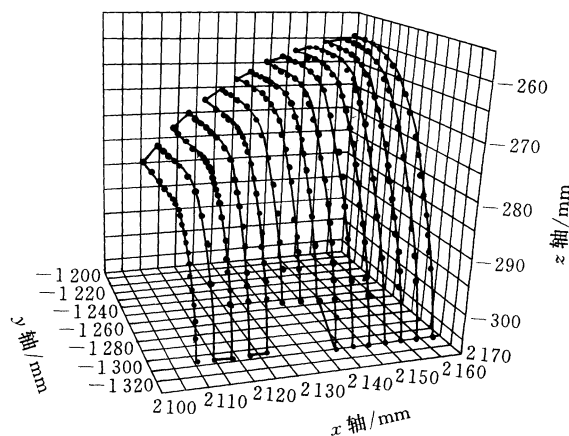


图 3 自适应测量数据三维图

表 自动等距测量和自适应测量的比较

模具测量试验	测点间距 <i>d</i> /mm	测量点数	测量时间 <i>t</i> /min	拟合精度 $\Delta$ /mm
等间距自动测量	4	370	25	0.10
二维自适应测量	自适应确定	290	5	0.05

### 2 测球半径的三维补偿算法及其试验

利用触发式测头测量获得的数据实际上是测头中心点的轨迹。要获得真实曲面上的点则需要求得测量点处的法矢量  $N(P_i)$ ，再按式(11)由测头中心点转化成曲面上的点。

$$(x, y, z) = (x_c, y_c, z_c) - \left(\frac{D}{2} - \Delta r\right) \times \frac{N(P_i)}{|N(P_i)|} \quad (11)$$

- 式中  $(x, y, z)$ ——待测曲面上的点
- $(x_c, y_c, z_c)$ ——测球中心点(测量点)
- $D$ ——测球直径
- $\Delta r$ ——测球作用半径(由测量前标定)

针对测头半径三维补偿，参考文献[8]提出小平面对补偿算法，参考文献[3]提出利用双三次  $B$  样条曲面来描述测头中心轨迹曲面来求测量点的法矢量。由于采用这种方法要求对测量数据进行规则化(实际上就是直线插值)后才能拟合，考虑到由于测量数据是由二维自适应测量获得的，规则化所得到的数据精度要降低。采用对测量的离散数据进行三角剖分，进而获取测点法矢量并进行三维球半径补偿的方法[5]。

离散数据三角剖分法先将空间离散数据投影到二维平面，然后在二维平面上对投影点做 Delaunay 三角剖分[9]，剖分的基本步骤如下。

- (1) 对平面域内的离散数据点按字典方式进行预排序，形成顶点表。
- (2) 取顶点表的前  $j$  个数据点构成初始 Delaunay 三角剖分  $T_j$ ，其中  $j$  是保证节点 1, 2, ...,  $j$  不是都共线的最小整数。建立各顶点的邻接关系并按逆时针方向建立边界环。
- (3) 对  $k=j+1, j+2, \dots, n$  构造顶点 1, 2, ...,  $k$  的 Delaunay 三角剖分  $T_k$ 。

1) 由于顶点经过预排序，顶点  $P_k$  必在  $T_k$  外，在边界上搜索顶点  $P_1$  和  $P_2$ ，使得按逆时针方向从  $P_1$  到  $P_2$  间的所有边界边从  $P_k$  处都是可见的(指对平面上非共线三个点  $P_0, P_1, P_2$ ，当且仅当  $\det(P_0, P_1, P_2) \geq 0$  时，称  $P_1P_2$  对于  $P_0$  可见；当且仅当  $\det(P_0, P_1, P_2) > 0$  时，则称  $P_1P_2$  相对于  $P_0$  严格可见)。除此之外，不再有从  $P_k$  处可见的边界边。

2) 连接  $P_k$  和  $P_1, P_2$  及  $P_1$  到  $P_2$  按逆时针方向经过的所有边界顶点，修改边界环及内节点的邻接链表。

3) 对每一个以  $T_{k-1}$  的边为对角线并包含顶点  $P_k$  的凸四边形，应用最小内角最大原则优化三角网格。

(4) 对三角网格进行修改，删除不在真实边界内的三角形。完成后所得的  $T_k$ ，即平面三角剖分。将平面三角网格上的点对应到三维空间，即得到三维空间的三角剖分网格。

测点的法矢量由上述三角剖分所获得在该点周围的若干个三角形法矢的面积加权平均来计算[5]。如图 4 所示，测点  $P_i$  周围有  $m$  个点  $P_{ik}(k=1, 2, \dots, m)$  与之相邻接，由  $P_iP_{ik}P_{i(k+1)}$  所组成的三角形的单位法矢为  $N_{ik}$  ( $N_{im}$  由三角形  $P_iP_{im}P_{i1}$  的单位法矢量)，其对应的面积为  $S_{ik}$ ，二者由式(12)、(13)求得，由式(14)通过对单位法矢量进行面积加权即可得测点  $P_i$  的法矢量  $N(P_i)$ 。

$$N_{ik} = \frac{(P_{ik} - P_i) \times (P_{i(k+1)} - P_i)}{|(P_{ik} - P_i) \times (P_{i(k+1)} - P_i)|} \quad (12)$$

$$S_{ik} = |(P_{ik} - P_i) \times (P_{i(k+1)} - P_i)| / 2 \quad (13)$$

$$N(P_i) = \sum_{k=1}^m N_{ik} S_{ik} / \sum_{k=1}^m S_{ik} \quad (14)$$

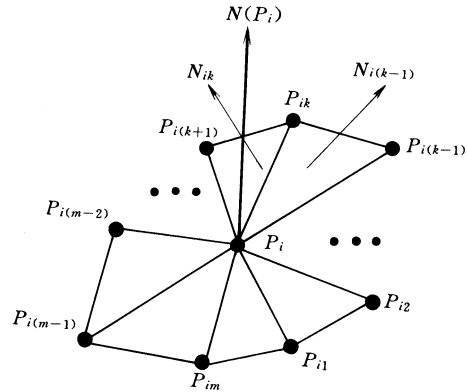


图 4 三角剖分求测点法矢量

为考察测球三维半径补偿算法精度，以一直径为 34 mm 的理想球面上半球作为测球中心轨迹曲面。取测球直径值为 3 mm 和作用半径值  $\Delta r$  为 0.5 mm，则对应理论测量曲面就是一个与测头中心轨迹曲面相距  $(D/2 - \Delta r)$  的球面。对测球中心轨迹面分别按不同间距取点，通过上述三维半径补偿算法计算实际球面的对应点。以点到对应理论测量曲面的距离作为拟合误差，图 5 显示了不同测点间距对应的补偿误差，说明当测点间距减小，其拟合误差是趋于很小，补偿算法稳定收敛。图 6 是对上节二维自适应测量的数据进行三维半径补偿的结果，其

总体测量、补偿和拟合误差为 0.15 mm，重复性测量精度为 0.05 mm/全程，完全满足激光加工的 0.25 mm 的精度要求<sup>[10]</sup>。

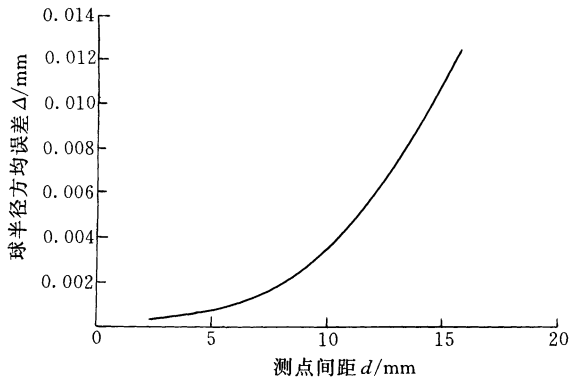


图 5 补偿误差与测点间距关系

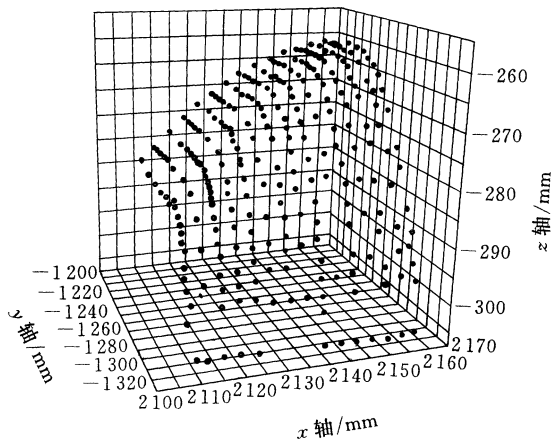


图 6 自适应测量数据的三维球半径补偿

### 3 结论

基于贝塞尔方法提出了针对自由曲面的二维自适应算法，使符合曲面自身特征的自适应自动测量成为现实。并与等距测量方法进行了对比试验，表明该算法可提高测量效率 3~5 倍，同时改善了数据拟合精度，自适应生成的测量避障点则提高了测量安全性。在自适应测量所获的数据处理中，提出了利用三角剖分求取测点法矢量并进行三维球半径补偿算法。算法的计算机仿真和对测量数据补偿试验都表明该算法收敛，当间距足够小时补偿精度可达微米级，高于测量精度。以上算法都已成功应用于中科院力学研究所研制的集成化柔性激光加工系统中<sup>[4,10]</sup>。

### 参 考 文 献

- 1 王平江, 陈吉红, 李作清, 等. 空间自由曲面测量系统中的测点自动布置. 计量学报, 1995(12): 10~13
- 2 来新民, 黄田, 陈关龙, 等. 自由曲面数字化的自适应

规划. 上海交通大学学报, 1999, 33(7): 837~841

- 3 王建华, 林其骏, 乔桂芳. 复杂型面测量中测头中心的轨迹曲面及测头半径的三维补偿. 计量学报, 1994, 15(2): 99~100
- 4 虞钢, 刘荷辉. 柔性激光加工系统中的测量功能及其静态误差分析. 机械工程学报, 2001, 37(8): 84~87
- 5 朱心雄. 自由曲线曲面造型技术. 北京: 科学出版社, 2000
- 6 郑叔芳, 吕晓明, 杨明. 几何量自适应测量. 计算机自动测量与控制, 1998(2): 44~48
- 7 张文杰. 自由曲线自由曲面的高精度自动测量、数据处理及误差分析方法的研究: [博士学位论文]. 天津: 天津大学, 1995
- 8 陆涛, 陈吉红, 刘劲松. 空间自由曲面测量过程中测球半径补偿问题的研究. 计量技术, 1993(12): 3~5
- 9 Cline A K, Renka R L. Storage efficient method for construction of a thiessen triangulation. Rocky Mountain Journal of Mathematics, 1984, 24(2): 119~139
- 10 Yu G, Zhang S, Qiao R. A computer integrated multifunctional 5-axis laser processing system. In: Proceedings of ISATA 2000, Epsom: Epsom House, 2000: 145~152

## 2D ADAPTIVE MEASURING FOR FREE SURFACE WITH 3D PROBE COMPENSATION

Liu Hehui Yu Gang

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences)

**Abstract:** A 2D adaptive measure method for free surfaces based on Bézier curves is developed, the measuring experiments are carried out focused on comparison of our new method with traditional equal step measuring. In order to process the scattered data from adaptive measuring, a 3D probe compensation method based on triangulation has also been developed, both compute simulation and practical experiments are performed, and the results show potential application of the methods in the laser intelligent manufacturing system.

**Key words:** Free surface Bézier method

Adaptive measuring Triangulation

Probe compensation

**作者简介:** 刘荷辉, 男, 1975 年出生, 博士研究生。研究方向为集成化智能激光加工和柔性制造, 发表论文 3 篇。