

DOI: 10.3901/JME.2011.06.101

基于一种新型三角形壳元的汽车 车身部件模态分析*

崔向阳 李光耀 徐峰祥

(湖南大学汽车车身先进设计制造国家重点实验室 长沙 410082)

摘要: 针对现有的三角形壳元难以用于汽车车身模态分析的问题, 提出一种基于边光滑的三角形壳元用于汽车车身部件的模态分析。壳单元公式基于一阶剪切变形理论, 并采用离散剪切间隙有效地消除剪切自锁。问题模型首先离散成可自动生成的非结构三角形网格, 并在三角形网格的基础上进一步形成基于边的积分区域。提出一种基于边的局部坐标系, 并在局部坐标系内通过梯度光滑技术获得积分域内的光滑应变, 从而调节系统刚度, 有效地改善结果的精度。基于光滑伽辽金格式构造离散系统方程, 并建立基于边光滑三角形壳元的刚度矩阵和质量矩阵列式, 对复杂的汽车车身部件进行模态分析。通过与现有软件和参考结果的对比, 验证所提算法的有效性和高精度。

关键词: 三角形壳元 模态分析 梯度光滑技术

中图分类号: TG156

Modal Analysis of Vehicle Body Based on a Novel Triangular Shell Element

CUI Xiangyang LI Guangyao XU Fengxiang

(State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body,
Hunan University, Changsha 410082)

Abstract: As the existing triangular shell elements are difficult for simulation of vehicle body, a novel triangular shell element using edge-based smoothing operation is proposed for modal analysis of vehicle body parts. The formulation is based on the first order shear deformation theory, and a discrete shear gap method is employed to mitigate the shear locking. The domain is first discretized into a set of unstructured triangular meshes, and the integration domains associated with the edges of the triangles are then further formed. An edge local coordinate system is introduced for performing strain smoothing operations in each integration domain, and the system stiffness matrix is tuned effectively, which can obtain very accurate results. The discretized system equations are obtained by using the smoothed Galerkin weak form, and the stiffness and mass matrices are formulated. Modal analyses of complex vehicle body parts are studied and comparisons are made with the existing software and reference results, and which verify the effectiveness and high precision of the proposed algorithm.

Key words: Triangular shell element Modal analysis Gradient smoothing technique

0 前言

在现代汽车工业中, 缩短新车型开发周期和降低设计成本成为适应市场发展趋势的必然要求。计算机技术和数值模拟算法的迅速发展为适应这一要求提供了先决条件。近几十年来, 有限元法作为一种有效的数值模拟算法在工程分析中得到了广泛的

应用。车身结构模态分析是新车型开发中有限元法应用的主要领域之一, 是新产品开发中结构分析的主要内容。尤其是车身结构的低阶弹性模态, 它不仅反映了汽车车身的整体刚度性能, 而且是控制汽车常规振动的关键指标, 应作为汽车新产品开发的强制性考核内容。实践证明, 用有限元法对车身结构进行模态分析, 可在设计初期对其结构刚度、固有振型等有充分认识, 尽可能避免相关设计缺陷, 及时修改和优化设计, 使车身结构具有足够的静刚度, 以保证其装配和使用的要求, 同时有合理的动态特性达到控制振动与噪声的目的^[1-2]。

* 国家自然科学基金(11002053)、国家重点基础研究发展计划(973 计划, 2010CB328005)、中央高校基本科研业务费和汽车车身先进设计制造国家重点实验室资助课题(60870005)资助项目。20100326 收到初稿, 20100929 收到修改稿

模态分析的准确性与单元算法有着密切的关系,目前用于汽车模态分析的单元主要是四边形壳单元,然而传统的四边形等参板壳单元必须满足雅可比矩阵正定条件,即要求四边形板壳单元内角不超过 180° 。而汽车车身零部件结构和形状都比较复杂,采用四边形单元对车身零部件进行自动网格划分后单元质量非常差,常需要人工干预以调整网格单元质量。此外,四边形壳单元因加密算法存在网格协调性问题而难以进行自适应操作,限制了传统四边形壳单元的计算精度。三角形壳单元由于能够很好地逼近复杂的几何边界,并且采取加密三角形网格的策略也能较好地描述应力集中区域,在汽车车身设计分析中具有独特的优势。基于三角形板壳单元的方便和实用性,国内外有很多研究者对三角形板壳单元进行研究。其中最典型的是基于离散 KIRCHHOFF 假设的离散 KIRCHHOFF 理论 (Discrete KIRCHHOFF theory, DKT) 三角形壳单元^[3]。然而该单元构造复杂,计算效率不高。此外,DKT 三角形壳单元由于其自身假设的局限性,只能计算薄板和薄壳结构,而不适于厚板壳和厚板壳。BLETZINGER 等^[4]提出一种基于离散剪切间隙 (Discrete shear gap, DSG) 方法的三节点非等参三角形单元,该单元在离散点处显式满足剪切应变运动学方程,能够有效消除附加切应变,但是它的计算精度较低。LEE 等^[5]开发了一类使用张量分量混合插值技术的三角形单元,但是在求解固支板问题以及双曲面壳问题时仍然存在部分自锁。朱菊芬等^[6]将拟协调三角形罚函数板单元和 Allman 二次膜位移插值模式相结合,通过在膜内增加一个旋转自由度参数,构造一种新的 Mindlin 三角形板壳单元。曹杨等^[7]采用基于宏观三角形分区平板壳单元进行非线性分析。上述三角形板壳单元或者由于需要增加额外参数和自由度导致计算效率降低,或者计算精度较低。特别是上述三角形单元基本基于采用最小位能原理的传统有限元法,其系统刚度在整体上偏硬,导致位移结果较小,模态频率较高。

近期,LIU 等^[8]提出了一种边光滑有限单元法,崔向阳等^[9]采用边光滑技术构造了一种有效地薄厚通用板壳单元,该单元在静态分析中展示了优越的性能。本文进一步研究该单元在自由振动分析中的性能,并用于汽车车身部件的模态分析,从而研究将三角形壳元应用在汽车车身设计中的可行性。

1 单元公式

1.1 壳的方程与应变

基于 Mindlin 假设,在三角形单元局部坐标系

每个节点有 5 自由度,分别为平动位移 u' , v' 和 w' , 转动位移 θ_x' 和 θ_y' 。三角形内的应变可表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon}' = \begin{pmatrix} \varepsilon'_{xx} \\ \varepsilon'_{yy} \\ \gamma'_{xy} \\ \gamma'_{xz} \\ \gamma'_{yz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}'_m \\ \boldsymbol{0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} z\boldsymbol{\varepsilon}'_b \\ \boldsymbol{0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{\varepsilon}'_s \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中, $\boldsymbol{\varepsilon}'_m$ 、 $\boldsymbol{\varepsilon}'_b$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}'_s$ 分别为局部坐标系下单元内的膜应变,曲率和切应变表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon}'_m = \begin{pmatrix} \frac{\partial u'}{\partial x'} \\ \frac{\partial v'}{\partial y'} \\ \frac{\partial u'}{\partial y'} + \frac{\partial v'}{\partial x'} \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{\varepsilon}'_b = \begin{pmatrix} -\frac{\partial \theta_y'}{\partial x'} \\ \frac{\partial \theta_x'}{\partial y'} \\ \frac{\partial \theta_x'}{\partial y'} - \frac{\partial \theta_y'}{\partial x'} \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{\varepsilon}'_s = \begin{pmatrix} \gamma'_{xz} \\ \gamma'_{yz} \end{pmatrix} \quad (2)$$

采用三角形线性插值,单元内的位移场可表示为

$$(u' \ v' \ w' \ \theta_x' \ \theta_y')^T = (N_1 \ N_2 \ N_3) \begin{pmatrix} \boldsymbol{d}'_1 \\ \boldsymbol{d}'_2 \\ \boldsymbol{d}'_3 \end{pmatrix} \quad (3)$$

式中, N_i 为形函数矩阵, \boldsymbol{d}'_i 为第 i 个节点的局部位移矢量

$$\boldsymbol{d}' = \boldsymbol{T} \begin{pmatrix} \boldsymbol{d}_1 \\ \boldsymbol{d}_2 \\ \boldsymbol{d}_3 \end{pmatrix} \quad (4)$$

式中, $\boldsymbol{d}_i = (u_i \ v_i \ w_i \ \theta_{xi} \ \theta_{yi} \ \theta_{zi})^T$ 为全局坐标系下的位移矢量, \boldsymbol{T} 为从全局坐标系到局部坐标系的转换矩阵。

将式(3)代入式(2)得

$$\boldsymbol{\varepsilon}'_m = \boldsymbol{B}'_m \boldsymbol{d}' = (\boldsymbol{B}'_{m1} \ \boldsymbol{B}'_{m2} \ \boldsymbol{B}'_{m3}) \begin{pmatrix} \boldsymbol{d}'_1 \\ \boldsymbol{d}'_2 \\ \boldsymbol{d}'_3 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}'_b = \boldsymbol{B}'_b \boldsymbol{d}' = (\boldsymbol{B}'_{b1} \ \boldsymbol{B}'_{b2} \ \boldsymbol{B}'_{b3}) \begin{pmatrix} \boldsymbol{d}'_1 \\ \boldsymbol{d}'_2 \\ \boldsymbol{d}'_3 \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$\boldsymbol{B}'_{mi} = \begin{pmatrix} N_{i,x'} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_{i,y'} & 0 & 0 & 0 \\ N_{i,y'} & N_{i,x'} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\boldsymbol{B}'_{bi} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & N_{i,x'} \\ 0 & 0 & 0 & -N_{i,y'} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -N_{i,x'} & N_{i,y'} \end{pmatrix} \quad (8)$$

为消除剪切自锁，本文采用一种离散剪切间隙法构造切应变

$$\begin{cases} \gamma'_{xz} = \sum_{i=1}^3 \partial N_{i,x'} \Delta w_{x'i} + \sum_{i=1}^3 \partial N_{i,x'} \Delta w_{y'i} \\ \gamma'_{yz} = \sum_{i=1}^3 \partial N_{i,y'} \Delta w_{x'i} + \sum_{i=1}^3 \partial N_{i,y'} \Delta w_{y'i} \end{cases} \quad (9)$$

式中， $\Delta w_{x'i}$ 、 $\Delta w_{y'i}$ 为节点*i*处的剪切间隙，可由式(10)计算得到

$$\begin{cases} \Delta w_{x'1} = \Delta w_{x'3} = \Delta w_{y'1} = \Delta w_{y'2} = 0 \\ \Delta w_{x'2} = (w'_2 - w'_1) - \frac{1}{2}b(\theta'_{x1} + \theta'_{x2}) + \frac{1}{2}a(\theta'_{y1} + \theta'_{y2}) \\ \Delta w_{y'3} = (w'_3 - w'_1) - \frac{1}{2}d(\theta'_{x1} + \theta'_{x3}) + \frac{1}{2}c(\theta'_{y1} + \theta'_{y3}) \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} a = x'_2 - x'_1 & b = y'_2 - y'_1 \\ c = x'_3 - x'_1 & d = y'_3 - y'_1 \end{cases} \quad (11)$$

由式(8)~(10)可得到单元内的切应变

$$\varepsilon'_s = \begin{pmatrix} \gamma'_{xz} \\ \gamma'_{yz} \end{pmatrix} = \mathbf{B}'_s \mathbf{d}' = (\mathbf{B}'_{s1} \ \mathbf{B}'_{s2} \ \mathbf{B}'_{s3}) \begin{pmatrix} d'_1 \\ d'_2 \\ d'_3 \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{B}'_{s1} = \frac{1}{2A_e} \begin{pmatrix} 0 & 0 & b-d & 0 & A_e & 0 \\ 0 & 0 & c-a & -A_e & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{B}'_{s2} = \frac{1}{2A_e} \begin{pmatrix} 0 & 0 & d & -\frac{bd}{2} & \frac{ad}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -c & \frac{bc}{2} & -\frac{ac}{2} & 0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{B}'_{s3} = \frac{1}{2A_e} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -b & \frac{bd}{2} & -\frac{bc}{2} & 0 \\ 0 & 0 & a & -\frac{ad}{2} & \frac{ac}{2} & 0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

式中， A_e 为单元的面积。

1.2 边光滑技术

在沿单元的边进行梯度光滑操作时，与此边相邻的两个单元内的应变张量必须处于同一局部坐标系。基于此，本文引入一种新的局部坐标系：基于边的局部坐标系。如图1所示， \bar{x} 与边*k*的方向相同， \bar{z} 取两个相邻单元法向的平均值， \bar{y} 由 \bar{z} 和 \bar{x} 的叉积得到。在基于边的局部坐标系的应变可分别表示为

$$\bar{\varepsilon}_m = \mathbf{R}_{m1} \mathbf{R}_{m2} \varepsilon'_m \quad (16)$$

$$\bar{\varepsilon}_b = \mathbf{R}_{b1} \mathbf{R}_{b2} \varepsilon'_b \quad (17)$$

$$\bar{\varepsilon}_s = \mathbf{R}_{s1} \mathbf{R}_{s2} \varepsilon'_s \quad (18)$$

$$\mathbf{R}_{m1} = \mathbf{R}_{b1} = \begin{pmatrix} c_{\bar{x}\bar{x}}^2 & c_{\bar{x}\bar{y}}^2 & c_{\bar{x}\bar{z}}^2 \\ c_{\bar{y}\bar{x}}^2 & c_{\bar{y}\bar{y}}^2 & c_{\bar{y}\bar{z}}^2 \\ 2c_{\bar{x}\bar{x}}c_{\bar{y}\bar{x}} & 2c_{\bar{x}\bar{y}}c_{\bar{y}\bar{y}} & 2c_{\bar{x}\bar{z}}c_{\bar{y}\bar{z}} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} c_{\bar{x}\bar{x}}c_{\bar{x}\bar{y}} & c_{\bar{x}\bar{y}}c_{\bar{x}\bar{z}} & c_{\bar{x}\bar{x}}c_{\bar{x}\bar{z}} \\ c_{\bar{y}\bar{x}}c_{\bar{y}\bar{y}} & c_{\bar{y}\bar{y}}c_{\bar{y}\bar{z}} & c_{\bar{y}\bar{x}}c_{\bar{y}\bar{z}} \\ c_{\bar{x}\bar{x}}c_{\bar{y}\bar{y}} + c_{\bar{y}\bar{x}}c_{\bar{x}\bar{y}} & c_{\bar{x}\bar{z}}c_{\bar{y}\bar{y}} + c_{\bar{y}\bar{z}}c_{\bar{x}\bar{y}} & c_{\bar{x}\bar{x}}c_{\bar{y}\bar{z}} + c_{\bar{y}\bar{x}}c_{\bar{x}\bar{z}} \end{pmatrix} \quad (19)$$

$$\mathbf{R}_{s1} = \begin{pmatrix} 2c_{\bar{x}\bar{x}}c_{\bar{x}\bar{z}} & 2c_{\bar{x}\bar{y}}c_{\bar{y}\bar{z}} & 2c_{\bar{x}\bar{z}}c_{\bar{z}\bar{z}} \\ 2c_{\bar{y}\bar{x}}c_{\bar{x}\bar{z}} & 2c_{\bar{y}\bar{y}}c_{\bar{y}\bar{z}} & 2c_{\bar{y}\bar{z}}c_{\bar{z}\bar{z}} \\ c_{\bar{x}\bar{x}}c_{\bar{z}\bar{y}} + c_{\bar{x}\bar{z}}c_{\bar{x}\bar{y}} & c_{\bar{x}\bar{z}}c_{\bar{z}\bar{y}} + c_{\bar{z}\bar{z}}c_{\bar{x}\bar{y}} & c_{\bar{x}\bar{x}}c_{\bar{z}\bar{z}} + c_{\bar{x}\bar{z}}c_{\bar{x}\bar{z}} \\ c_{\bar{y}\bar{x}}c_{\bar{z}\bar{y}} + c_{\bar{x}\bar{z}}c_{\bar{y}\bar{y}} & c_{\bar{y}\bar{z}}c_{\bar{z}\bar{y}} + c_{\bar{z}\bar{z}}c_{\bar{y}\bar{y}} & c_{\bar{y}\bar{x}}c_{\bar{z}\bar{z}} + c_{\bar{x}\bar{z}}c_{\bar{y}\bar{z}} \end{pmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbf{R}_{m2} = \mathbf{R}_{b2} = \begin{pmatrix} c_{x'x}^2 & c_{y'x}^2 & c_{x'x}c_{y'x} \\ c_{x'y}^2 & c_{y'y}^2 & c_{x'y}c_{y'y} \\ c_{x'z}^2 & c_{y'z}^2 & c_{x'z}c_{y'z} \\ 2c_{x'x}c_{x'y} & 2c_{y'x}c_{y'y} & c_{x'x}c_{y'y} + c_{x'y}c_{y'x} \\ 2c_{x'y}c_{x'z} & 2c_{y'y}c_{y'z} & c_{x'y}c_{y'z} + c_{x'z}c_{y'y} \\ 2c_{x'x}c_{x'z} & 2c_{y'x}c_{y'z} & c_{x'x}c_{y'z} + c_{x'z}c_{y'x} \end{pmatrix} \quad (21)$$

$$\mathbf{R}_{s2} = \begin{pmatrix} c_{x'x}c_{z'x} & c_{y'x}c_{z'x} \\ c_{x'y}c_{z'y} & c_{y'y}c_{z'y} \\ c_{x'z}c_{z'z} & c_{y'z}c_{z'z} \\ c_{x'x}c_{z'y} + c_{x'y}c_{z'x} & c_{y'x}c_{z'y} + c_{y'y}c_{z'x} \\ c_{x'z}c_{z'y} + c_{x'y}c_{z'z} & c_{y'z}c_{z'y} + c_{y'y}c_{z'z} \\ c_{x'x}c_{z'z} + c_{x'z}c_{z'x} & c_{y'x}c_{z'z} + c_{y'z}c_{z'x} \end{pmatrix} \quad (22)$$

式中， $c_{x'x}$ 表示*x'*轴和*x*轴夹角的余弦。

将式(2)~(6)和式(12)代入式(16)~(18)，可得

$$\bar{\varepsilon}_m = \mathbf{R}_{m1} \mathbf{R}_{m2} \mathbf{B}'_m \mathbf{T} \mathbf{d} \quad (23)$$

$$\bar{\varepsilon}_b = \mathbf{R}_{b1} \mathbf{R}_{b2} \mathbf{B}'_b \mathbf{T} \mathbf{d} \quad (24)$$

$$\bar{\varepsilon}_s = \mathbf{R}_{s1} \mathbf{R}_{s2} \mathbf{B}'_s \mathbf{T} \mathbf{d} \quad (25)$$

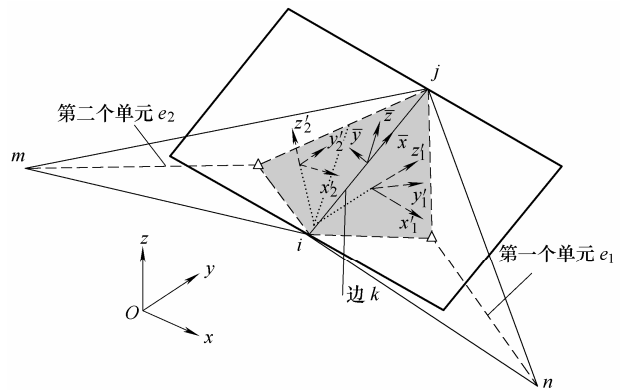


图1 边光滑示意图

如图1所示，沿边*k*构造的积分域由来自相邻两单元两个子域构造而成，将在基于边的局部坐标系下的第*l*个子域 Ω_{kl} 内的膜应变，曲率和剪切应变分别定义为 $\bar{\varepsilon}_m^{(l)}$ ， $\bar{\varepsilon}_b^{(l)}$ 和 $\bar{\varepsilon}_s^{(l)}$ 。由于此处采用线性插值，所以应变值为常数，则积分域内的平均应变可

由式(26)~(28)得到

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{m(k)} = \frac{1}{A_k} \sum_I A_{kI} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_m^{(I)} \quad (26)$$

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{b(k)} = \frac{1}{A_k} \sum_I A_{kI} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_b^{(I)} \quad (27)$$

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{s(k)} = \frac{1}{A_k} \sum_I A_{kI} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_s^{(I)} \quad (28)$$

式中, A_{kl} 是子区域 Ω_{kl} 的面积。

由式(23)~(28)得到积分域内的平均应变与全局坐标系下位移矢量的关系为

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{m(k)} = \bar{\mathbf{B}}_{m(k)} \mathbf{d} \quad (29)$$

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{b(k)} = \bar{\mathbf{B}}_{b(k)} \mathbf{d} \quad (30)$$

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{s(k)} = \bar{\mathbf{B}}_{s(k)} \mathbf{d} \quad (31)$$

$$\bar{\mathbf{B}}_{m(k)} = \frac{1}{A_k} \sum_I A_{kI} \mathbf{R}_{m1(k)} \mathbf{R}_{m2}^{(I)} \mathbf{B}_m^{(I)} \mathbf{T}^{(I)} \quad (32)$$

$$\bar{\mathbf{B}}_{b(k)} = \frac{1}{A_k} \sum_I A_{kI} \mathbf{R}_{b1(k)} \mathbf{R}_{b2}^{(I)} \mathbf{B}_b^{(I)} \mathbf{T}^{(I)} \quad (33)$$

$$\bar{\mathbf{B}}_{s(k)} = \frac{1}{A_k} \sum_I A_{kI} \mathbf{R}_{s1(k)} \mathbf{R}_{s2}^{(I)} \mathbf{B}_s^{(I)} \mathbf{T}^{(I)} \quad (34)$$

1.3 本构关系

假设每个积分域内的材料参数相同, 在基于边的局部坐标系下应力应变关系可表示为

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_m = \mathbf{D}_m \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_m \quad (35)$$

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_b = \mathbf{D}_b \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_b \quad (36)$$

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_s = \mathbf{D}_s \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_s \quad (37)$$

式中, $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_m$ 为积分域内与膜应变相对应的膜力, $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_m = (N_x \ N_y \ N_{xy})^T$; $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_b$ 为积分域内与曲率相对应的弯矩, $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_b = (M_x \ M_y \ M_{xy})^T$; $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_s$ 为积分域内与切应变相对应的切应力, $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_s = (Q_x \ Q_y)^T$; \mathbf{D}_m 、 \mathbf{D}_b 和 \mathbf{D}_s 分别为本构关系矩阵

$$\mathbf{D}_m = \frac{\delta E}{1-\lambda^2} \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 0 \\ \lambda & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\lambda)/2 \end{pmatrix} \quad (38)$$

$$\mathbf{D}_b = \frac{\delta^2}{12} \mathbf{D}_m \quad (39)$$

$$\mathbf{D}_s = \kappa \delta G \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (40)$$

式中, δ 为壳的厚度, E 为弹性模量, G 为切变模量, λ 为泊松比, κ 为剪切修正系数, $\kappa=5/6$ 。

2 系统离散方程

假设全局位移矢量函数和平均应变满足如下

迦辽金弱形式

$$\int_{\Omega} \delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_m^T \mathbf{D}_m \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_m d\Omega + \int_{\Omega} \delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_b^T \mathbf{D}_b \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_b d\Omega + \int_{\Omega} \delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_s^T \mathbf{D}_s \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_s d\Omega - \int_{\Omega} \rho \delta \mathbf{d}^T \ddot{\mathbf{d}} d\Omega = 0 \quad (41)$$

式中, ρ 为材料的密度, $\ddot{\mathbf{d}}$ 为加速度矢量。将式(3)和式(21)、(31)代入式(41), 离散动态平衡方程可表示为

$$\bar{\mathbf{k}} \mathbf{d} - \mathbf{m} \ddot{\mathbf{d}} = 0 \quad (42)$$

式中, $\bar{\mathbf{k}}$ 、 \mathbf{M} 分别为系统刚度矩阵和质量矩阵。

$$\bar{\mathbf{k}}_{ij} = \sum_{k=1}^{N_g} \bar{\mathbf{k}}_{ij(k)} \quad (43)$$

$$\bar{\mathbf{k}}_{ij(k)} = \bar{\mathbf{k}}_{mij(k)} + \bar{\mathbf{k}}_{bij(k)} + \bar{\mathbf{k}}_{sij(k)} \quad (44)$$

$$\bar{\mathbf{k}}_{mij(k)} = \int_{\Omega_k} \left(\bar{\mathbf{B}}_{m(k)} \right)_i^T \mathbf{D}_m \left(\bar{\mathbf{B}}_{m(k)} \right)_j d\Omega = \left(\bar{\mathbf{B}}_{m(k)} \right)_i^T \mathbf{D}_m \left(\bar{\mathbf{B}}_{m(k)} \right)_j A_k \quad (45)$$

$$\bar{\mathbf{k}}_{bij(k)} = \int_{\Omega_k} \left(\bar{\mathbf{B}}_{b(k)} \right)_i^T \mathbf{D}_b \left(\bar{\mathbf{B}}_{b(k)} \right)_j d\Omega = \left(\bar{\mathbf{B}}_{b(k)} \right)_i^T \mathbf{D}_b \left(\bar{\mathbf{B}}_{b(k)} \right)_j A_k \quad (46)$$

$$\bar{\mathbf{k}}_{sij(k)} = \int_{\Omega_k} \left(\bar{\mathbf{B}}_{s(k)} \right)_i^T \mathbf{D}_s \left(\bar{\mathbf{B}}_{s(k)} \right)_j d\Omega = \left(\bar{\mathbf{B}}_{s(k)} \right)_i^T \mathbf{D}_s \left(\bar{\mathbf{B}}_{s(k)} \right)_j A_k \quad (47)$$

$$\mathbf{m} = \sum_{k=1}^{N_g} \mathbf{m}_{(k)} \quad (48)$$

$$\mathbf{m}_{(k)} = \text{diag}(\mathbf{m}_1 \ \mathbf{m}_2 \ \cdots \ \mathbf{m}_n) \quad (49)$$

$$\mathbf{m}_i = \text{diag}(m_i \ m_i \ m_i \ m_i \delta^2 / 12 \ m_i \delta^2 / 12 \ m_i \delta^2 / 6) \quad (50)$$

式中, N_g 为离散模型中边的数目, m_i 为积分域 Ω_k 在其相关的第 i 节点处的质量。

$$m_i = \begin{cases} \rho \delta A_k / 2 & \text{节点 } i \text{ 在边 } k \text{ 上} \\ 0 & \text{节点 } i \text{ 不在边 } k \text{ 上} \end{cases} \quad (51)$$

式(42)的一个通解为

$$\mathbf{d} = \mathbf{Z}_p \exp(i\omega_p t) \quad (52)$$

将式(52)代入式(42)得

$$(\bar{\mathbf{k}} - \omega_p^2 \mathbf{m}) \mathbf{Z}_p = 0 \quad (53)$$

式中, ω_p 为对应于第 p 阶模态的频率值, \mathbf{Z}_p 为第 p 阶模态的模态矢量。

3 计算结果与比较

为检验所提出单元的可靠性与实用性, 对某款车的发动机盖板和后行李箱盖进行模态分析, 并将分析结果与商业软件 ABAQUS 三角形壳单元中对

板壳问题计算精度较好的 S3R 进行对比, 此处采用较多的具有较高精度的 ABAQUS 四边形壳单元 S4R 计算的结果作为参考解。

3.1 发动机盖板

图 2 为某款车的发动机盖板模型, 其厚度为 1 mm, 材料参数弹性模量为 210 kN/mm^2 , 泊松比为 0.3, 密度为 $7.8 \times 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$ 。模型被离散为 702 个三角形单元(395 节点), 并采用 3 654 个 ABAQUS 壳单元(3 640 个四边形壳元 S4R, 14 个三角形壳元 S3R, 共 3 786 节点)计算的结果作为参考解。在汽车车身设计中, 低阶模态起着至关重要的作用, 计算此发动机盖板的前 6 阶非零模态如表 1 所示。

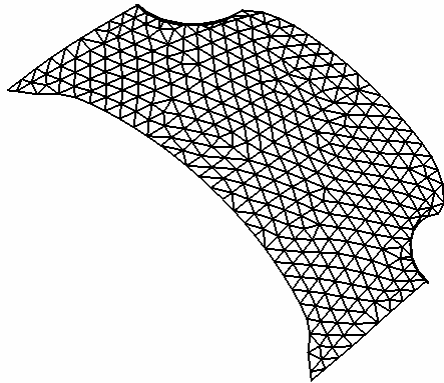


图 2 发动机盖板模型

表 1 某车发动机盖板的前 6 阶非零模态

模态阶数	本文三角形单元 (395 节点)	ABAQUS 三角形单元 (395 节点)	参考解
1	1.333 4 (-0.37%)	1.463 7 (9.36%)	1.338 4
2	1.712 6 (0.36%)	1.869 7 (9.57%)	1.706 4
3	3.838 3 (-1.27%)	4.452 0 (14.52%)	3.887 6
4	4.439 6 (0.21%)	5.454 1 (23.11%)	4.430 3
5	6.723 1 (-2.85%)	8.058 8 (16.46%)	6.920 0
6	7.668 0 (1.53%)	9.986 9 (32.23%)	7.552 5

采用本文方法和 ABAQUS 三角形单元所计算的模态结果的频率值和参考解如表 1 所示, 括号内为计算结果相对于参考解的误差值。从表 1 中可以看出本文所提出的三角形单元在计算汽车车身模态时的精度远远高于 ABAQUS 中的三角形壳单元, 模态阶数越高时本文所提出的单元的优势越明显。由表中可知, 本文所提单元误差最大的第 5 阶模态的误差值为 2.85%, ABAQUS 三角形的误差值为 16.46%; 对于第 6 阶模态的频率值, 本文提出单元的误差为 1.53%, ABAQUS 三角形的误差值达到 32.23%。此外, 从结果可以看出, 本文提出的单元计算的频率值小于 ABAQUS 的三角形壳元, 这表明本文所提出的单元有效地降低了传统三角形单元系统过刚的问题, 提高了计算精度。

3.2 后行李箱盖

为进一步验证本文所提单元的有效性, 本文对某款车的后行李箱盖进行模态分析。图 3 为该行李箱盖的数值分析模型, 其厚度为 1 mm, 材料参数弹性模量为 210 kN/mm^2 , 泊松比为 0.3, 密度为 $7.8 \times 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$ 。模型被离散为 1 024 个三角形单元(551 节点), 并采用 5 540 个 ABAQUS 壳单元(5 528 个四边形壳元, 12 个三角形壳元, 共 5 681 节点)计算的结果作为参考解。计算前 6 阶非零模态如表 2 所示。从表 2 可知本文所提出的三角形单元的精度远远高于 ABAQUS 中的三角形壳单元, 且模态阶数越高时本文所提出的单元的精度优势越明显。同样可以看出, 本文提出的单元计算的频率值小于 ABAQUS 的三角形壳元, 再一次验证了本文所提出的单元能够有效地降低传统三角形单元系统过刚问题, 提高计算精度。

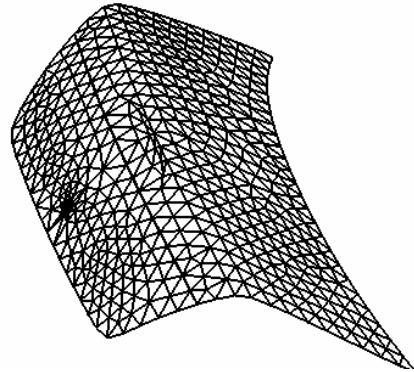


图 3 后行李箱盖模型

表 2 某车后行李箱盖的前 6 阶非零模态

模态阶数	本文三角形单元 (551 节点)	ABAQUS 三角形单元 (551 节点)	参考解
1	0.875 2 (-2.26%)	0.912 9 (1.95%)	0.895 4
2	1.774 4 (-0.78%)	1.900 6 (6.27%)	1.788 4
3	2.186 2 (-0.40%)	2.346 3 (6.90%)	2.194 9
4	2.348 7 (-0.71%)	2.526 7 (6.82%)	2.365 4
5	3.845 2 (-1.38%)	4.190 4 (7.47%)	3.899 0
6	4.246 3 (-0.13%)	4.705 5 (10.67%)	4.252 0

4 结论

本文所做的是基于一种新型的三角形壳单元在汽车车身部件模态分析方面的研究。此单元在传统的三角形壳单元的基础上基于边光滑技术重新构造积分域和应力应变场, 并基于迦辽金弱形式构造了相应的刚度矩阵和质量矩阵列式。通过某款车车身的两个零部件的模态分析表明, 经过边光滑技术重新构造的三角形单元能够有效地解决传统三角形

单元系统过刚问题, 在比较稀疏的网格下就可获得较高的计算精度, 能够有效地应用在汽车车身设计领域, 解决了传统三角形壳元因精度较低无法应用于工程实际的问题。

参 考 文 献

- [1] 杨小卫, 刘咏萱, 周孔亢, 等. 车辆驾驶室顶板振动的影响分析[J]. 机械工程学报, 2009, 45(8): 221-227.
YANG Xiaowei, LIU Yongxuan, ZHOU Kongkang, et al. Effect analysis of cab roof panel vibration [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(8): 221-227.
- [2] 马天飞, 林逸, 张建伟. 轿车车室声固耦合系统的模态分析[J]. 机械工程学报, 2005, 41(7): 225-229.
MA Tianfei, LIN Yi, ZHANG Jianwei. Modal analysis for fluid-structure interaction system of car cavity [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(7): 225-229.
- [3] WU Shenrong, LI Guangyao, BELYTSCHKO T. A DKT shell element for dynamic large deformation analysis [J]. Communications in Numerical Methods in Engineering, 2005, 21: 651-674.
- [4] BLETZINGER K U, BISCHOFF M, RAMM E. A unified approach for shear-locking-free triangular and rectangular shell finite elements [J]. Computers & Structures, 2000, 75: 321-334.
- [5] LEE P S, BATHE K J. Development of MITC isotropic triangular shell finite elements [J]. Computers & Structures, 2004, 82: 945-962.
- [6] 朱菊芬, 陈万吉. 一种有效的厚薄板壳单元[J]. 固体力学学报, 1997, 18(4): 323-328.
ZHU Jufen, CHEN Wanji. A efficient triangular element for thin and thick plates and shells [J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 1997, 18(4): 323-328.
- [7] 曹杨, 李杰. 基于宏观三角形分区平板壳单元的非线性有限元分析[J]. 计算力学学报, 2008, 25(2): 139-143.
CAO Yang, LI Jie. Nonlinear finite element analysis based on macro triangular partition shell element [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2008, 25(2): 139-143.
- [8] LIU Guirong, NGUYEN T T, DAI Keyang, et al. An edge-based smoothed finite element method (ES-FEM) for static, free and forced vibration analysis [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 320 (4-5): 1100-1130.
- [9] CUI Xiangyang, LIU Guirong, LI Guangyao, et al. Analysis of plates and shells using an edge-based smoothed finite element method [J]. Computational Mechanics, 2010, 45 (2-3): 141-156.

作者简介: 崔向阳(通信作者), 男, 1981 年出生, 博士研究生, 讲师。主要研究方向为数值计算方法、板壳单元及其在车身技术中的应用。
E-mail: pwcuixy@gmail.com
李光耀, 男, 1963 年出生, 湖南大学汽车车身先进设计制造国家重点实验室主任, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为金属塑性成形、优化分析及汽车 CAE 技术。
E-mail: gyli@hnu.cn