

柔性机器人协调操作的动力学建模与分析*

张成新 余跃庆

(北京工业大学机械工程与应用电子技术学院 北京 100022)

摘要: 基于绝对坐标建立了柔性臂机器人协调操作的动力学模型。由此推导出协调操作的正动力学模型。令被操作物体质心的实际位置, 而不是名义刚性位置为边界条件并且满足期望轨迹, 由提出的载荷分配方法, 建立了柔性臂机器人协调操作的逆动力学模型。由此逆动力学模型求出的关节输入值可使机器人操作物体准确地实现期望轨迹。借助逆动力学模型, 通过规划载荷分配系数, 可以获得各机器人的最优载荷分配比例和系统的最大承载能力。仿真结果验证了本方法的正确性和有效性。

关键词: 柔性机器人 协调操作 动力学模型 逆动力学 轨迹跟踪 承载能力

中图分类号: TP242

0 前言

尽管刚性机器人协调操作领域已经取得了丰硕的成果^[1, 2], 但对柔性机器人协调操作的研究于 20 世纪 80 年代末期才开始。Jankowski 等^[3]研究了柔性关节机器人的协调操作。Sun 等^[4]研究了具有单柔性杆机器人协调操作时的关节驱动力矩的分配和系统稳定性。Matsuno 等^[5]建立了两个具有单柔性杆的双杆机器人的动力学模型并给出了基于准静态的协调控制算法。窦建武等^[6]建立了两平面三柔性杆机器人协调操作的动力学模型。Damaren^[7]建立了柔性臂机器人协调操作刚性负载的控制模型并进行了试验研究。以上文献对柔性臂机器人协调操作时的正动力学问题、逆动力学问题以及轨迹跟踪问题的研究有待于进一步深入。此外, 以上研究仅考虑关节柔性或者仅考虑臂的柔性, 并且主要是建模方面的研究。尽管对刚性机器人协调操作的动力规划已取得许多成果^[8], 但对于具有关节柔性和臂柔性的机器人协调操作时的动力特性的研究尚不多见。实际上, 柔性臂机器人的关节柔性往往是不可忽略的。此外, 系统动力特性的优劣直接关系到协调操作是否能充分发挥作用。因此对具有关节柔性和臂柔性的机器人协调操作的动力特性进行研究是十分必要的。

基于绝对坐标, 建立柔性臂机器人协调操作刚性负载时的动力学模型, 分析柔性臂机器人协调操作的正、逆动力学以及轨迹跟踪问题。然后, 将针对具有柔性臂的机器人协调操作刚性负载这种情

况, 借助逆动力学模型, 分析影响柔性机器人协调操作动力特性的因素。以关节驱动力矩的上下限为约束, 规划载荷分配系数, 使机器人协调操作的载荷分配比例更加合理, 从而使系统获得较优的承载能力。同时与通常的名义刚性位置法进行比较, 分析影响柔性机器人协调操作的因素。最后由仿真来验证所提出的方法。

1 单机器人模型的建立

1.1 有限元模型

如图 1 所示, 机械臂采用多节点等参 Timoshenko 梁单元进行离散, 并用 Lagrange 插值。

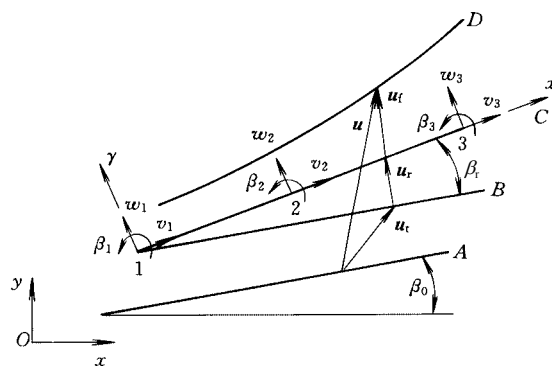


图 1 单元示意图

单元的位移均以绝对位移表述, 假设单元的初始位置为 A, 刚体平动到 B, 刚体转动到 C, 弹性变形到 D。则单元上任意一点的绝对线位移和绝对角位移矢量为

$$\begin{cases} \mathbf{u} = \mathbf{u}_t + \mathbf{u}_r + \mathbf{u}_f \\ \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}_r + \boldsymbol{\beta}_f \end{cases} \quad (1)$$

式中 $\mathbf{u}, \mathbf{u}_t, \mathbf{u}_r, \mathbf{u}_f$ ——单元上任意截面的总位移及

* 国家自然科学基金(59975001)和北京市自然科学基金(3012003)资助项目。20010719 收到初稿, 20020620 收到修改稿

刚体平动、刚体转动、弹性变形引起的线位移

β, β_r, β_f ——单元上任意截面的总转角及刚体转动、弹性变形引起的转角

单元上任意一点具有三个位移，即轴向位移 v 、横向位移 w 和角位移 β 。把式(1)用节点位移表示为

$$\begin{cases} v = H_x q_e \\ w = H_y q_e \\ \beta = H_\beta q_e \end{cases} \quad (2)$$

式中 H_x, H_y, H_β ——Lagrange 插值函数^[9]

q_e ——节点绝对位移，即包含刚体位移和弹性变形，下标 e 表示在局部坐标系表述的矢量或矩阵

1.2 动能

单元的动能为

$$E_k = \frac{1}{2} \int_0^L \rho A (\dot{v}^2 + \dot{w}^2) dx + \frac{1}{2} \int_0^L I \dot{\beta}^2 dx \quad (3)$$

式中 L, ρ, A, I ——单元长度、质量密度、截面面积和单位长梁对其质心的转动惯量

式(2)代入式(3)得

$$E_k = q_e^T m_e q_e \quad (4)$$

式中 m_e ——单元质量矩阵

1.3 势能

单元的势能为

$$E_p = \int_0^L EJ \left(\frac{\partial \beta_f}{\partial x} \right)^2 dx + \int_0^L GA_s \left(\frac{\partial u_{fy}}{\partial x} - \beta_f \right)^2 dx + \int_0^L EA \left(\frac{\partial u_{fx}}{\partial x} \right)^2 dx \quad (5)$$

式中 $A_s = k \times A$

E, J, G, k ——弹性模量、截面惯性矩、切变模量和剪切形式系数

β_f, u_{fy}, u_{fx} ——弹性变形引起的角位移及横向、纵向位移

由式(1)和式(2)得

$$\begin{cases} u_{fx} = H_x (q_e - q_{re} - q_{te}) \\ u_{fy} = H_y (q_e - q_{re} - q_{te}) \\ \beta_f = H_\beta (q_e - q_{re}) \end{cases} \quad (6)$$

式中 q_{re}, q_{te} ——与 q_e 相对应的由刚体转动和平动所引起的位移

将式(6)代入式(5)得

$$E_p = (q_e - q_{re} - q_{te})^T k_e (q_e - q_{re} - q_{te}) \quad (7)$$

式中 k_e ——单元刚度矩阵

1.4 动力学方程

将式(4)和式(7)代入 Lagrange 方程

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_e} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial q_e} + \frac{\partial E_p}{\partial q_e} = F_{ex} + F_{in} \quad (8)$$

得单元动力学方程

$$m_e \ddot{q}_e + k_e (q_e - q_{re} - q_{te}) = F_{ex} + F_{in} \quad (9)$$

式中 F_{ex}, F_{in} ——单元所受的外力和相邻单元的作用力

将各单元中的参量转换到惯性系中，消去内力并考虑阻尼作用，得到系统的动力学方程

$$m \ddot{q} + c \dot{q} + k(q - q_r - q_t) = F_{ex1} + F_{ex2} \quad (10)$$

式中 m, c, k ——系统质量矩阵、阻尼矩阵、刚度矩阵

q, q_r, q_t ——绝对位移矢量及刚体转动、平动所引起的位移矢量

F_{ex1}, F_{ex2} ——与驱动力矩有关的矢量和其余外力矢量

2 机器人协调操作的建模

2.1 协调操作的动力学方程

由于物体是刚性的，协调操作的动力约束即各机器人末端抓持力的合力与物体的惯性力相平衡。协调操作的运动约束即为各机器人末端点，即抓持点与物质心之间应满足一定的约束关系。例如，如果是紧固抓持，机器人抓持点与物质心之间应满足刚体上两点之间的运动关系。由式(10)，协调操作的动力学方程可表示为

$$\begin{aligned} {}^i m^i \ddot{q} + {}^i c^i \dot{q} + {}^i k (q - q_r - q_t) &= {}^i F_{ex1} + {}^i F_{ex2} \\ m \ddot{q}_c &= - \sum_{i=1}^N {}^i G^i F_{ex2} \\ {}^i q_d &= q_c + {}^i q_{d0} \end{aligned} \quad (11)$$

式中 i ——第 i 个机器人， $i=1 \sim m$

${}^i F_{ex1}, {}^i F_{ex2}$ ——与驱动力矩有关的矢量和与末端抓持力有关的矢量

m ——物体的质量矩阵

${}^i G$ ——第 i 个机器人的力转换矩阵

q_c ——被操作物质心的位移矢量

${}^i q_d$ ——第 i 个机器人末端的位移矢量

${}^i q_{d0}$ ——刚体上两点之间的位移关系中所出现的非线性项

2.2 协调操作的正动力学模型

协调操作的正动力学模型用于已知关节输入角或输入力矩，求物质心的位置。由式(11)，将各

机器人与运动约束有关的末端广义坐标转换成物体质心的广义坐标，消去 ${}^i F_{ex2}$ ，整理得到协调操作的正动力学模型

$${}^F m^F \ddot{q} + {}^F c^F \dot{q} + {}^F k^F (q - {}^F q_r - {}^F q_t) - {}^F k_e (q_{re} + q_{te}) = {}^F F_{ex1} - Q \quad (12a)$$

式中 q_{re}, q_{te} ——与各机器人末端广义坐标所对应的刚度矩陈刚体转动和平动所引起的位移矢量

${}^F q_r, {}^F q_t$ ——刚体转动和平动所引起的位移矢量(不包括与各机器人末端广义坐标所对应的项)

Q ——各机器人末端广义坐标转换成物体质心广义坐标时所出现的非线性项

如果以关节驱动力矩作为输入参量，式(12a)形式不变。如果以关节角为输入参量，将式(12a)中与关节驱动力矩对应的方程分为一组，相应的矩阵和矢量标左上标 b

$$T = {}^b m^b \ddot{q} + {}^b c^b \dot{q} + {}^b k^b (q - {}^b q_r - {}^b q_t) - {}^b k_e (q_{re} + q_{te}) = {}^b Q \quad (12b)$$

其余的分为一组，将未知的广义坐标及其对应的矩阵和矢量标左上标 c，将与已知关节角对应的项移到方程的右边，这些项的矩阵和矢量标左上标 d。整理得到以关节角为输入参量时的正动力学模型关系式

$${}^c m^c \ddot{q} + {}^c c^c \dot{q} + {}^c k^c (q - {}^c q_r - {}^c q_t) - {}^c k_e (q_{re} + q_{te}) = -{}^c Q - {}^d m^d \ddot{q} - {}^d c^d \dot{q} - {}^d k^d (q - {}^d q_r - {}^d q_t) \quad (12c)$$

当已知关节输入参量时，式(12a)和式(12c)的方程数目和未知广义坐标数目相等，可唯一确定物体质心位置和各机器人的抓持力。当基于名义刚性位置建立柔性臂机器人协调操作的动力学方程时，相当于以名义刚性位置的关节角作为机器人的输入参量，这种动力学模型与式(12c)相当。此时物体的实际质心轨迹可由式(12c)求出。

2.3 协调操作的载荷分配

动力约束条件相当于机器人之间的载荷分配关系。Jankowski等^[3]对柔性关节机器人协调操作采用了对力的转换矩阵求广义逆的方法来分配载荷，这种方法沿用了刚性机器人协调操作所采用的一种方法(如Walker等^[1])，这种方法不能方便地按期望分配载荷。Liu等^[2]在研究刚性机器人紧固抓持刚性负载时，采用了分配系数法分配载荷。本文将在下面根据后者的思想，提出一种适合各种抓持条件

以及混合抓持的载荷分配方法。设物体x、y方向的惯性力和惯性力矩为

$$[F_{ex}, F_{ey}, F_{em}]^T = -m \ddot{q}_c \quad (13)$$

令

$$\begin{cases} {}^i F_x = \zeta_i F_{ex} \\ {}^j F_y = \xi_j F_{ey} \\ {}^k F_m = \zeta_k (F_{em} + F_a) \end{cases} \quad (14)$$

其中 $\sum_{i=1}^{m_1} \zeta_i = 1$ $\sum_{j=1}^{m_2} \xi_j = 1$ $\sum_{k=1}^{m_3} \zeta_k = 1$

式中 ${}^i F_x, {}^j F_y, {}^k F_m$ ——第 $i(j, k)$ 个机器人所分配的 x、y 方向的惯性力和惯性力矩

ζ_i, ξ_j, ζ_k ——机器人在 x、y 方向的载荷分配系数和力矩分配系数

F_a ——所有 ${}^i F_x, {}^j F_y$ 从物体质心向机器人末端转换时所产生力矩的代数和

m_1, m_2 ——x、y 方向的抓持力数

m_3 ——抓持力矩数，

$$m_1 + m_2 + m_3 = N$$

由以上方法可确定每个机器人末端的抓持力 ${}^i F_{ex2}$ 。载荷分配系数可按某一目标如最大关节力矩最小来确定。

2.4 协调操作的逆动力学模型

协调操作的逆动力学模型用于已知被操作物体的期望轨迹，求各机器人的输入参量。通常的柔性机器人动力学模型是被操作物体质心的名义刚性位置满足期望轨迹，由于柔性臂的弹性变形，实际位置将偏离期望轨迹。本文将使实际的物体质心位置满足期望轨迹，建立柔性机器人协调操作的逆动力学模型。对于物体质心期望的轨迹，可由式(11)的第 3 式求得第 i 个机器人末端的期望轨迹。

由式(11)的第 1 式，设第 i 个机器人末端期望位移、速度和加速度矢量为 ${}^i q_d, {}^i \dot{q}_d$ 和 ${}^i \ddot{q}_d$ ，与其对应的矩阵和矢量均以下标 d 表示；其余的位移、速度和加速度矢量为 ${}^i q_c, {}^i \dot{q}_c$ 和 ${}^i \ddot{q}_c$ ，与其对应的矩阵和矢量均以下标 c 表示。与驱动力矩对应的等式分为一组，相应的矩阵分别以下标 b 表示，则驱动力矩为

$${}^i \tau = {}^i m_b {}^i \ddot{q} + {}^i c_b {}^i \dot{q} + {}^i k_b (q - {}^i q_r - {}^i q_t) \quad (15)$$

其余的分为一组，并移项得

$$\begin{aligned} & {}^i m_c {}^i \ddot{q}_c + {}^i c_c {}^i \dot{q}_c + {}^i k_c (q_c - {}^i q_{rc} - {}^i q_{tc}) = {}^i F_{ex2} - \\ & {}^i m_d {}^i \ddot{q}_d - {}^i c_d {}^i \dot{q}_d - {}^i k_d (q_d - {}^i q_{rd} - {}^i q_{td}) \end{aligned} \quad (16)$$

式(15)和式(16)即为第 i 个机器人的逆动力学模型,对于 m 个机器人可由式(15)和式(16)分别求得各机器人的输入关节角和关节驱动力矩。

当要实现期望的轨迹时,由式(16)和式(15)可求解出机器人的输入关节角或关节驱动力矩。此时要知道物体质心的实际轨迹,可将以上求得的输入参数代入正动力学模型式(12)。由于求解机器人输入参量时,式(15)和式(16)是以期望的物体质心轨迹作为动力学方程的实际边界条件进行数值计算的,因此,物体质心能非常准确地跟踪期望轨迹。

3 协调操作的内力分析和动力规划

由于建模方法与前部分类似并且动力学方程完全相同,所以建模部分的内容略去。

3.1 协调操作的内力分析

内力是指各机器人末端对物体作用力中方向相反而互相抵消的部分。如果不是摩擦抓持,期望内力一般取为零。

当机器人要协调操作物体实现一定的轨迹时,需要求解输入参量。通常的机器人动力学模型是基于名义刚性位置建立的,相当于将名义刚性角作为机器人的输入参量。由于此参量与理想的输入参量相差较大,因此,各机器人之间的内力很大。

采用了无内力载荷分配方法,由被操作物体的实际位置而不是名义刚性位置满足期望轨迹推导出逆动力学模型,因此,求得的机器人输入参量更接近理想的输入参量。所以,实际内力非常小。对于机器人一定的输入,可以由机器人协调操作的逆动力学模型关系式求得各机器人的广义坐标,代入机器人动力学方程与末端抓持力对应的方程式中求得第 i 个机器人的抓持力

$${}^i F_g = {}^i m_g \ddot{q} + {}^i c_g \dot{q} + {}^i k_g (q - {}^i q_r - {}^i q_t) \quad (17)$$

式中下标 g 的矩阵为与末端抓持力对应的方程的矩阵。

由各个机器人的抓持力可求得内力值。

3.2 动力规划

对于给定的轨迹,如何使协调操作获得较大的承载能力,将采用动力规划的方法来解决。机器人协调操作的承载能力一般要受到关节驱动力矩的限制。如何使各机器人按合理的比例承载是获得协调操作最大承载能力的关键。

对于刚性机器人协调操作,可规划驱动力矩来获得最大承载能力。然而,对于柔性机器人协调操作,如果采用名义刚性位置法,其协调操作的最大

承载能力并不很理想,其原因是:①由于各机器人的承载比例是由位形唯一确定,不可规划,并且各机器人之间的载荷分配比例不是十分合理,所以,不能充分发挥协调的作用。②由于基于名义刚性位置求得各关节输入值与理想协调输入值相差较大,因此各机器人协调操作时将产生较大的内力,从而增加机器人的负担。

采用本文所提出的逆动力学模型,系统的内力非常低。同时各机器人承载比例可由载荷分配系数进行规划,所以可以获得较好的承载能力。

对于机器人的承载能力可由动力规划的方法获得,即以驱动力矩的上下限和动力方程为约束,最大载荷(载荷质量和对质心的转动惯量)为规划目标

$$\begin{aligned} \min \quad & f(\boldsymbol{\varepsilon}, m_0, I_0) = -(m_0 + wI_0) \\ \text{s.t.} \quad & \tau_{\min i} \leq \tau_i(\boldsymbol{\varepsilon}, m_0, I_0) \leq \tau_{\max i} \\ & m_0 \geq 0 \\ & m_0 r_{\min}^2 \leq I_0 \leq m_0 r_{\max}^2 \end{aligned} \quad (18)$$

式中 $\tau_{\min i}, \tau_{\max i}, \tau_i$ ——第 i 个关节的驱动力矩上

下限和驱动力矩

$\boldsymbol{\varepsilon}$ ——载荷分配系数矩阵

m_0, I_0 ——载荷质量和对质心的转动惯量

w ——加权因子

r_{\min}, r_{\max} ——被操作物体对质心回转半径的上下限

对于名义刚性位置法,也可由式(18)求得协调操作的最大承载能力,只是第 1、2 式中不包含载荷分配系数矩阵 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 。

4 数值仿真

4.1 柔性臂机器人协调操作

将以两平面 3R 柔性机器人协调操作刚性负载为例来说明本方法的正确性和有效性。机器人各臂长均为 0.254 m。臂的截面为正方形,边长为 5.08 mm。密度 $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$,弹性模量 $E = 71 \text{ GPa}$,切变模量 $G = 26 \text{ GPa}$,采用 Rayleigh 阻尼,与质量矩阵相乘的系数为 0,与刚度矩阵相乘的系数为 1.323×10^{-3} 。每根杆取一个单元,每单元取 6 个节点。其他参数如图 2 所示,机器人 1 和 2 的抓持点分别为 A 和 B ,均为紧固抓持,两抓持点距离 $L = 0.05 \text{ m}$ 。两机器人的基座位置分别为 $(0, 0)$ 和 $(0.5, 0)$ 。物体的质心为 C , $\psi_1 = \pi/3$, $\psi_2 = 2\pi/3$, $\theta_1 = 0$, $\theta_2 = \pi$ 。物体的质量为 0.05 kg ,对质心的转动惯量为 $3.125 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。机器人 1 的载荷分配系数为

$\zeta_1 = 0.5$ 、 $\xi_1 = 0.5$ 和 $\zeta_1 = 0.5$ ，机器人 2 的载荷分配系数为 $\zeta_2 = 0.5$ 、 $\xi_2 = 0.5$ 和 $\zeta_2 = 0.5$ 。

动力学模型比名义刚性位置法更适合于轨迹跟踪。

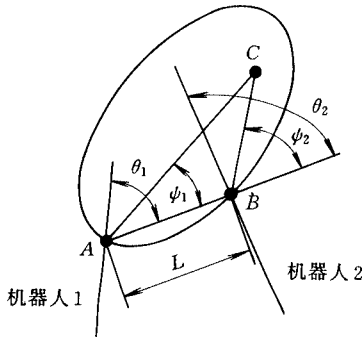


图2 协调操作参数示意图

期望轨迹为

$$y = 0.55 - 0.5x$$

期望轨迹从点(0.7, 0.2)运动到点 (0.3, 0.4)，期望的物体转角 θ_d 从 0 到 0.2，总操作时间 T_t 为 0.6 s。加速时间 T_s 为 0.2 s。期望的加速度表示为

$$a = A[1 - \cos(2\pi t / T_s)]$$

式中 A ——常量

匀速运动的时间是 0.2 s。减速时间 T_b 为 0.2 s。期望的加速度为

$$a = -A\{1 - \cos[2\pi t(t - (T_t - T_b)) / T_b]\}$$

图3和图4显示了由本文提出的逆动力学模型式(15)和式(16)求出的两机器人输入关节角和关节驱动力矩。图5显示了采用名义刚性位置法时，由式(12b)求得的物体质心的实际轨迹与期望轨迹的误差。如果要准确跟踪期望的轨迹，则必须补偿校正。而采用本文所提出的方法，轨迹跟踪误差接近于零，可以忽略，因此，无须补偿就能获得较高的跟踪精度。这是由于机器人刚体运动对弹性变形的补偿作用。从求解输入参量的过程分析可知，这是以实际的物体质心位置，而不是名义刚性位置作为逆动力学方程边界条件并且满足期望轨迹进行求解的必然结果。

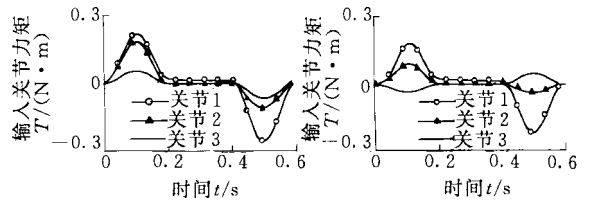


图4 输入关节力矩(左为机器人1, 右为机器人2)

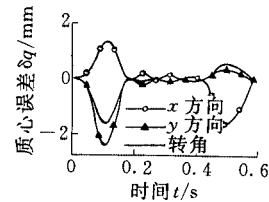


图5 采用名义刚性位置法的轨迹跟踪误差

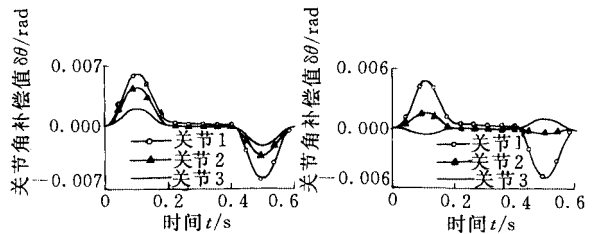


图6 关节角补偿值(左为机器人1, 右为机器人2)

使用本文所推导出的模型的仿真结果与商业软件 ADAMS 和 ANSYS 仿真结果比较如图7所示，两图显示了对名义刚性位置法轨迹跟踪误差的仿真，图7可以说明所推导出的模型的正确性。

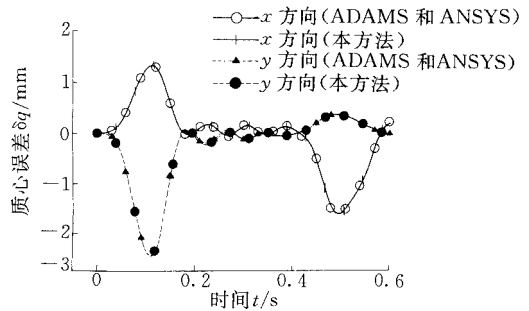


图7 本方法与 ADAMS 和 ANSYS 结果的比较

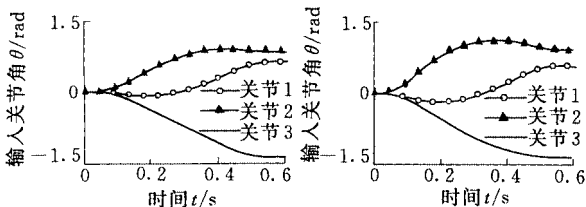


图3 输入关节角(左为机器人1, 右为机器人2)

图6显示了采用本文提出的逆动力学模型所求出的关节角相对于名义刚性位置法的关节角的补偿值。此补偿值可以补偿柔性臂弹性变形对轨迹跟踪的影响。正是由于此补偿值才使得本文所提出的逆

4.2 具有关节柔性和臂柔性的机器人协调操作

本节仍采用前面的例子来说明本方法的有效性。此算例增加了关节的柔性，需要补充的参量如下。单个机器人各关节的驱动力矩上下限分别为 $0.49 \text{ N} \cdot \text{m}$ 、 $0.27 \text{ N} \cdot \text{m}$ 和 $0.15 \text{ N} \cdot \text{m}$ ，被操作物体对质心回转半径的上下限 $r_{\min} = 0.025 \text{ mm} = 0.055 \text{ mm}$ ，加权因子 $w = 1$ 。各关节参数相同，关节集中质量为 0.02 kg ，定子的转动惯量为 $1.6 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ，转子的转动惯量为 $1.6 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ，关

节刚度 $k_r = 850 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}$ 。

由式(18)可求得协调操作的承载能力。采用本文所提出的逆动力学模型, 最大承载能力: $m_0 = 98.45 \text{ g}$, $I_0 = 2.3987 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 机器人 1 和 2 的载荷分配系数分别为 0.331 和 0.669(规划中假定每个机器人的三个载荷分配系数均相等并且等于常数)。如果采用名义刚性位置法, 承载能力 $m_0 = 19.2 \text{ g}$, $I_0 = 0.465 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。比较两种方法的最大承载能力可以看出, 采用本方法时的协调操作最大承载能力是采用名义刚性位置法的 5.1 倍。

采用通常方法时, 系统的内力较大, 各个机器人的载荷分配不合理, 被操作物体的实际运动与期望运动相差较大。而采用本文所提出的逆动力学模型, 系统的内力接近于零, 各机器人的承载比例是可规划的, 并且被操作物体的实际运动与期望运动非常接近。因此, 采用本文所提出的逆动力学模型规划关节输入, 可大大提高系统的承载能力。

5 结 论

从以上比较分析可以看出, 对于给定的机器人末端任务, 采用本文所提出的用逆动力学模型求解机器人输入参量方法具有轨迹跟踪精度高、内力小、载荷分配比例可规划和承载能力高等优点。有效克服了采用名义刚性位置法的缺点, 对于给定的机器人关节驱动力矩或输入关节角, 可用本文所提出的正动力学模型对系统进行仿真。此外, 通过动力学建模和分析, 可得出柔性机器人协调操作刚性负载的两个特性。

(1) 对于正动力学模型, 被操作物体的位置是确定的, 各机器人的抓持力, 即内力和载荷是确定的。

(2) 对于逆动力学模型, 各机器人的抓持力是不定的, 需要以某种形式进行分配。

参 考 文 献

- Walker I D, Freeman R A, Marcus S I. Analysis of motion and internal loading of objects grasped by multiple cooperating manipulators. *Int. J. Robot. Res.*, 1991, 10(4): 369~409
- Liu Y H, Arimoto S. Decentralized adaptive and nonadaptive position/force controllers for redundant manipulators in cooperations. *Int. J. Robot. Res.*, 1998, 17(3): 232~247
- Jankowski K, ElMaraghy H A, ElMaraghy W H. Dynamic

coordination of multiple robot arms with flexible joints. *Int. J. of Robot. Res.*, 1993, 12(6): 505~528

- Sun Q, Sharf I, Nahon M. Stability analysis of the force distribution algorithm for flexible-link cooperating manipulators. *Mech. Mach. Theory*, 1999, 34(5): 753~763
- Matsuno F, Hatayama M. Robot cooperative control of two two-link flexible manipulators on the basis of quasi-static equations. *Int. J. of Robot. Res.*, 1999, 18(4): 414~428
- 窦建武, 余跃庆. 两柔性机器人协调操作的动力学模型及其逆动力学分析. *机器人*, 2000, 22(1): 39~47
- Damaren C J. On the dynamics and control of flexible multi-body systems with closed loops. *Int. J. of Robot. Res.*, 2000, 19(3): 238~253
- Wang L T, Luo M J. Dynamic load-carrying capacity and inverse dynamics of multiple cooperating robotic manipulators. *IEEE Trans. Robot. Automat.*, 1994, 10(1): 71~77
- Bathe K J. *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1982

DYNAMIC MODELING AND ANALYSIS FOR THE COOPERATION OF FLEXIBLE MANIPULATORS

Zhang Chengxin Yu Yueqing
(Beijing University of Technology)

Abstract: The dynamic model of cooperative manipulators with flexible links is developed in absolute coordinates. The forward dynamic equation of the cooperative system is derived. Assuming the actual, but not the nominal rigid position of load's mass center as the boundary condition, the inverse dynamic model of the cooperative manipulators is proposed by the force distribution method. With the solution of inverse dynamic equation, the manipulators can operate the object to track a desired trajectory accurately. The optimum load distribution and load capacity are obtained by programming the distribution factors. The effectiveness of the proposed method is demonstrated through numerical simulations.

Key words: Flexible manipulator Cooperation
Dynamic model Inverse dynamics
Trajectory tracking Load capacity

作者简介: 张成新, 男, 1964 出生, 博士生。研究方向为柔性机器人和多机器人协调控制。