

考虑弹流润滑的齿轮传动多目标 优化设计的遗传算法实现

尹健 谢庆生 罗延科 陈伦军

(贵州工业大学机械工程与自动化学院 贵阳 550003)

摘要:应用弹性流体动力润滑理论,分析了模数、齿数等参数对齿轮副润滑性能的影响。在齿轮传动优化设计中,通过协调弹流效应和重量最轻建立了齿轮传动多目标优化的数学模型。采用遗传算法求解含连续及离散变量的优化设计问题,并用神经网络建立计算中各种曲线的插值模型。该系统发挥了神经网络与遗传算法各自的特点,数值例子表明了该方法的有效性。

关键词:齿轮传动 多目标优化设计 弹性流体动力润滑 遗传算法 人工神经网络

中图分类号:TH132

0 前言

齿轮传动机构是机械设备中最常用的传动形式之一,齿轮传动优化设计是最早涉及的课题,许多学者对其作过研究,研究范围十分广泛^[1~3]。随着齿轮越来越广泛地应用于高速重载场合,齿轮的润滑问题也日益引起关注^[4],美国齿轮制造者协会(AGMA)建议将弹流分析作为齿轮计算的一个重要部分。因此,在齿轮传动优化设计中,除了齿面接触疲劳强度和弯曲疲劳强度方面的考虑外,尚须考虑齿轮的弹性流体动力润滑效应,这对防止齿轮的胶合破坏具有重要意义。

齿轮传动优化设计是一个含连续/离散混合设计变量的优化问题。常用的处理方法是:先暂时将所有的设计变量视为连续变量,采用传统的优化算法求得最优点,然后再对离散设计变量圆整到许用离散值。由于优化算法通常是基于梯度的算法,故一般只能得到局部最优解,而圆整后的设计点有可能跑到可行域之外^[5]。

近年来,遗传算法^[6]的特性使它在含连续及离散变量的优化设计领域显示出良好的应用前景^[7,8]。其主要优点是具有很强的通用优化能力,不需梯度信息,不需函数连续,优化结果具有全局性。遗传算法的处理对象不是设计变量的本身,而是设计变量的编码。因此,用遗传算法来统一地解决连续/离散变量的优化问题是很有潜力的。

人工神经网络^[9]具有很强的非线性映射能力,

能实现从 R^n 到 R^m 空间的非线性映射,应用十分广泛。用其实现计算中各种曲线的插值计算。

1 优化数学模型

考虑一单级斜齿圆柱齿轮传动的优化问题。通常以体积和最小为目标函数,设计变量为模数,齿数,螺旋角及齿宽系数,计入强度及边界条件约束^[3]。由于高速运动造成磨损、胶合失效的可能加大,故齿轮的弹流润滑分析就十分必要。

膜厚比 λ 通常作为最直观的磨损、胶合判据而得到广泛的应用。Wellauer对齿轮损伤与膜厚比的关系进行过试验研究:膜厚比 $\lambda > 1.5$ 时,齿轮处于正常工作状态。因此,考虑齿轮的弹流效应的做法之一是将膜厚比 $\lambda \geq 1.5$ 作为优化问题的约束条件。

这样处理可能有不妥之处:膜厚比约束值取多少为佳?在以体积最小为目标函数的优化设计中,膜厚比约束很可能是起作用约束,这从后面给出的最小油膜厚度与设计变量的关系曲线可看出。这样,当 λ 取值较小,与期望 λ 尽可能大的愿望相悖;当 λ 取值较大,又会得到一个体积庞大的结果。

具体的作法是,同时考虑体积和最小及膜厚比最大两个目标。对这个多目标问题,通过调整权重系数 ω 来协调两者之间的关系,通过不断试算直到结果满意为止。

数学模型为

$$\text{求 } x = [x_1, x_2, x_3, x_4] = [m_n, z_1, \beta, \Phi_d]$$

$$\min F(x) = \omega \times V(x) + (1 - \omega) \times 1/\lambda$$

$$V(x) = \frac{\pi}{4} \times (d_1^2 + d_2^2) \times b =$$

$$\frac{\pi}{4} (1+u^2) \left(\frac{m_n z_1}{\cos \beta} \right)^3 \Phi_d = \frac{\pi}{4} (1+u^2) \left(\frac{x_1 x_2}{\cos x_3} \right)^3 x_4$$

$$\lambda = \delta_{\min} / \sqrt{R_{q1}^2 + R_{q2}^2}$$

式中 δ_{\min} ——最小油膜厚度

$\sqrt{R_{q1}^2 + R_{q2}^2}$ ——两齿面综合粗糙度

注意到 $V(x)$ 和 λ 的量纲和数量级都不一样, 应将其转换成量纲一旦数量级接近一样的量。

(1) 边界条件约束

$$1 \leq x_1 \leq 5$$

$$g_1(x) = 17 \cos^3 x_3 - x_2 \leq 0$$

$$x_2 - 40 \leq 0$$

$$8^\circ \leq x_3 \leq 20^\circ$$

$$0.2 \leq x_4 \leq 1.0$$

(2) 强度约束

$$g_2(x) = \sigma_c / [\sigma]_{c2} - 1 \leq 0$$

$$g_3(x) = \sigma_{b1} / [\sigma]_{b1} - 1 \leq 0$$

$$g_4(x) = \sigma_{b2} / [\sigma]_{b2} - 1 \leq 0$$

式中, 齿面接触疲劳强度和弯曲接触疲劳强度分别为^[12]

$$\sigma_c = z_E z_H z_\varepsilon z_\beta \sqrt{\frac{2KT_1(u+1)}{ux_4} \left(\frac{\cos x_3}{x_1 x_2} \right)^3}$$

$$\sigma_{bi} = \frac{2KT_1 \cos^2 x_3}{x_1^3 x_2^2 x_4} y_{bai} y_{sai} y_\varepsilon y_\beta \quad i=1,2$$

注意到在上述约束条件中, 凡是在遗传算法编码时能处理的约束都直接写出其上下界, 而通过SUMT法处理的约束写成 $g_i(x)$ 形式。

2 齿轮副的弹性流体动力润滑计算

数学模型中涉及到膜厚比 λ , 定义为最小油膜厚度与两表面的综合粗糙度之比^[10], 且 $\lambda > 3$ 时为完全液体润滑, $\lambda < 1$ 时为边界润滑, 而 $1 < \lambda < 3$ 时为混合润滑。

目前的弹流润滑计算公式是基于稳态建立的, 但齿轮啮合的运动过程比较复杂, 其接触几何、表面速度和载荷都是随时间变化的, 因而油膜厚度也是变化的。如考虑到轮齿每个啮合循环所需的时间远远大于润滑油流经Hertz接触区的时间, 仍可按照稳态理论处理齿轮的弹流润滑问题^[10]。根据Dowson-Higginson公式^[11], 线接触问题的最小油膜厚度 δ_{\min} 为

$$\delta_{\min} = 2.65\alpha^{0.54} (\eta_0 U)^{0.7} \rho^{0.43} E'^{-0.03} (W/L)^{-0.13}$$

式中 α ——润滑油粘压系数 (Pa^{-1})

η_0 ——润滑油在标准大气压时的动力粘度 ($\text{Pa} \cdot \text{s}$)

u ——接触点处润滑油的卷吸速度 ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)

ρ ——接触点处的综合曲率半径 (m)

E ——综合弹性模量 (Pa)

W/L ——接触点处单位接触长度上的载荷 ($\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$)

将上式用于齿轮弹流计算时, 通常以节点啮合时的油膜厚度为依据。对外啮合斜齿圆柱齿轮, δ_{\min} 为

$$\delta_{\min} = 2.65\alpha^{0.54} (\pi m_1 \eta_0 / 30)^{0.7} (a \sin \alpha_n)^{1.13} i^{0.43} \times$$

$$(\cos \beta)^{-1.56} E'^{-0.03} (W/L)^{-0.13} (1+i)^{-1.56}$$

图1~图4为模数、齿数、螺旋角及齿宽系数对最小油膜厚度的影响。

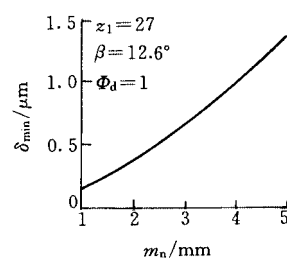


图1 m_n 对 δ_{\min} 的影响

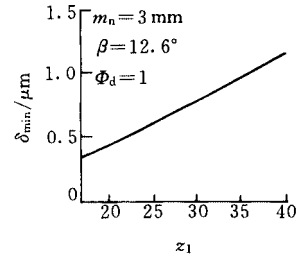


图2 z_1 对 δ_{\min} 的影响

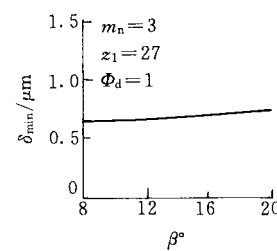


图3 β 对 δ_{\min} 的影响

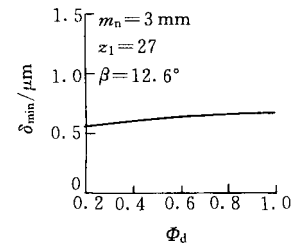


图4 Φ_d 对 δ_{\min} 的影响

从上图可以看到, 模数、齿数、螺旋角及齿宽系数对最小油膜厚有不同程度的影响。并且可初步获得这样的认识: 提高最小油膜厚最有效的途径是加大 m_n 和 z_1 , 而 β 和 Φ_d 影响很小; m_n 和 z_1 加大即增加体积, 这就是后面的优化结果体积反而比初始设计大的缘故。

3 优化问题的遗传算法求解

遗传算法已被证实在处理含连续/离散变量的优化问题中的有效性。标准遗传算法实施步骤包括编码、初始群体生成、适应度评估和检测、选择、交叉和变异^[6]。

3.1 多余码和不足码的处理

在上述设计变量中, 齿数为取整型值的离散变量, 模数为取标准值的离散变量, 螺旋角及齿宽系

数为连续变量。

遗传算法解优化问题的第一步是编码。先将每个设计变量表示为对应的二进制串，称为子串。对离散变量，如其可能的取值个数为 M ，则二进制串的长度 K 应满足 $2^K \geq M$ ；对连续变量，如其指定精度为 z ，上下限为 x_U, x_L ，则二进制串的长度 K 应满足： $2^K \geq [(x_U - x_L)/z + 1]$ 。

通常，变量的实际取值个数与所取的子串位长度对应的可取值数是不同的，会产生多余码或不足码，这时应作相应的处理，以便使实际取值个数与子串能表示的个数相同。表1为处理情况。

表1 多余码和不足码的处理

变量	实际取值个数(子串能表示的个数)	区配情况	处理方法
m_n/mm	13 (16)	3个多余码	多余码处重复填写用值
z	23 (32)	9个多余码	多余码处重复填写用值
$\beta/(^\circ)$	精度0.1时为 121 (128)	7个多余码	多余码处重复填写用值
ϕ_d	精度0.01时为 81 (64)	17个不足码	范围减小为0.37~1.00

编码即将各设计变量对应的子串首尾相接连成一长串，称为染色体。它表示一个设计变量矢量，代表解空间的一个解。遗传算法的选择、交叉和变异操作均在染色体上进行。在求解过程中，还要对染色体进行解码，即将染色体各子串上的二进制数转化为十进制数，该十进制数即为相应的设计变量可取值序列中的序列号。有了序列号，即可查寻出相应的设计变量取值。

3.2 适应度函数及比例变换

遗传算法须将约束问题转换为无约束问题后方能求解，一般采用 SUMT 法。设 r 为惩罚因子，则罚函数为^[13]

$$P(x) = F(x) + r \sum_{i=1}^4 \{\max[0, g_i(x)]\}^2$$

由于 $P(x)$ 恒为正，适应度函数可定义为

$$f(x) = 1/P(x)$$

这样极小化 $P(x)$ 等价于极大化 $f(x)$ 。

这样定义适应度函数可能会隐藏这样一种危机：在进化初期，少数几个染色体因其适应度相对很高而被大量复制，群体迅速丧失多样性，导致未成熟收敛；在进化后期，群体平均适应度与最优个体适应度相差不大，优劣染色体难于区分，不利于繁殖。为解决这个问题，将适应度采用比例变换^[6]

$$f^* = af + b$$

$$a = f_{av} / (f_{av} - f_{min})$$

$$b = -f_{min} f_{av} / (f_{av} - f_{min})$$

f_{av}, f_{min} —— 每一代染色体群体的平均适应度和最小适应度

4 神经网络模型

在目前使用的各种神经网络中，BP网络的使用占80%以上，而BP网络的基本功能就是函数逼近。现已证明，含有一个隐层的前馈网络具有以任意精度逼近定义在紧致子集 K 上的 n 维连续函数的能力^[14]。因此，单隐层BP网络是一个通用的函数逼近器。

在齿轮强度计算中，涉及到大量线图。而基于遗传算法的齿轮传动优化设计要反复计算齿轮的强度，故要频繁地查阅这些线图。通常，在输入输出关系不能用明确的函数关系表达时才使用线图，而神经网络却十分擅长对这种输入输出关系不明确的函数逼近。

BP网络的泛化能力是一个重要指标。泛化能力指网络对于非训练集仍能给出正确输入输出关系的能力。影响泛化能力的因素主要有网络结构，样本的质量、数量与训练次数。为使网络曲线能充分刻画原曲线的特征，应合理确定这些参数，并根据实际情况进行调整，直到泛化能力满意为止。

5 优化结果

考虑一单级斜齿圆柱齿轮传动的优化问题。已知名义功率 $P=20$ kW，小齿轮转速 $n_1=1000$ r/min，齿数比 $u=3$ ，载荷稳定，预期寿命10年，每年300工作日，工作时间占20%。动力机为电动机，工作中有中等振动，传动不逆转，齿轮对称布置。

先根据已知条件人工选择齿轮材料和热处理：小齿40Cr调质，硬度260 HB；大齿45调质，硬度240 HB；许用应力为

$$[\sigma_{c1}]=798 \text{ MPa} \quad [\sigma_{c2}]=690 \text{ MPa}$$

$$[\sigma_{b1}]=456 \text{ MPa} \quad [\sigma_{b2}]=349 \text{ MPa}$$

齿轮材料综合弹性模量 $E=220$ GPa，润滑油粘压指数 $\alpha=22$ nPa⁻¹，动力粘度 $\eta_0=75$ mPa·s。

遗传算法初始群体规模取为60，交叉率 $P_c=0.7$ ，变异率 $P_m=0.01$ 。经60次进化迭代后，获得最优解，表2给出了优化结果。其中单目标指不计膜厚比时的情况，表中还给出了 $n_1=1500$ r/min时的结果。当 $n_1=1500$ r/min时，为保证 n_2 不变，这时的齿数比相应为 $u=4.5$ 。

表 2 遗传算法优化结果

设计点	设计变量					性能指标	
	m_n/mm	z	β°	Φ_d	V/mm^3	λ	
初始点	3.0	27	12.6	1.00	4 490 623	0.621	
单目标	2.5	26	15.5	0.67	1 615 000	0.457	
多目标($n_1=1\ 000\ r/min$)	4.0	39	20.0	0.37	13 296 000	1.539	
多目标($n_1=1\ 500\ r/min$)	3.5	34	20.0	0.31	12 541 000	1.535	

从上表可以看出,经遗传算法优化后,可直接获得优化结果,不须再作圆整处理;对仅考虑体积和最小的单目标优化,获得的体积较初始点改善而膜厚比变差;同时考虑体积和最小及膜厚比最大的多目标优化,情况与前相反,优化中可通过调整权重系数来调整两者的大小分配。注意到提高转速后,在确保膜厚比不变的情况下,体积较低速时小,这说明提高转速是提高膜厚比的有效途径。

6 结论

在所研究的齿轮传动优化数学模型中,考虑了弹性流体动力润滑效应,这对于高速重载的齿轮传动优化问题尤为重要;通过协调体积最小和膜厚比最大两个目标,可望获得较满意的结果。

在齿轮传动的优化设计中,人工神经网络用来处理计算中曲线的插值问题。神经网络是处理非线性映射的有力工具,还可用于齿轮强度的近似计算,或代替有限元对齿轮动态特性作近似分析。

算例表明,遗传算法能有效地解决混合设计变量的优化问题,是齿轮传动优化设计十分有效的工具。

参 考 文 献

- 1 吴清一. 2K-H 行星齿轮的优化设计. 起重运输机械, 1980 (6): 24~26
- 2 陈满意, 陈定方. 基于 Matlab 的齿轮减速器的可靠性优化设计. 机械传动, 2002, 26(3): 34~36
- 3 刘康. 遗传算法用于齿轮传动离散优化设计. 机械设计与制造工程, 2001, 30(3): 23~25
- 4 卢立新, 张和豪. 渐开线直齿圆柱齿轮传动的瞬态弹性流体动力润滑的研究. 润滑与密封, 1999, 5(5): 5~7
- 5 陈立周. 机械优化设计. 上海: 上海科学技术出版社, 1982
- 6 刘勇. 非数值并行算法(第二册)——遗传算法. 北京: 科学出版社, 1995

- 7 Dhingra A K, Lee B H. A genetic algorithm approach to single and multiobjective structural optimization with discrete-continuous variables. Numerical Method in Engineering, 1994(37): 4 059~4 080
- 8 Rajeev S, Krishnamoorthy C S. Discrete optimization of structures using genetic algorithm. Journal of Structural Engineering, 1992, 11(8): 1 233~1 250
- 9 焦李成. 神经网络系统理论. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1990
- 10 温诗铸. 摩擦学原理. 北京: 清华大学出版社, 1990
- 11 道森 D, 希金森 G R. 弹性流体动力润滑. 北京: 机械工业出版社, 1982
- 12 邱宣怀. 机械设计(第四版). 北京: 高等教育出版社, 1997
- 13 席少霖. 最优化计算方法. 上海: 上海科学技术出版社, 1983
- 14 Hornik K. Approximation capability of multiplayer feed-forward networks. Neural Networks, 1991(4): 251~257
- 15 闻新, 周露, 王丹力, 等. Matlab 神经网络应用设计. 北京: 科学出版社, 2000

MULTI-OBJECTIVE OPTIMAL DESIGN OF GEAR TRANSMISSION BASED ON GENETIC ALGORITHM WITH RESPECT TO EHL EFFECT

Yin Jian Xie Qingsheng Luo Yanke Chen Lunjun
(Guizhou University of Technology)

Abstract: The influence of gear parameters on its lubrication effect is studied by the theory of elasto-hydrodynamic lubrication (EHL). The mathematical model of optimizing gear transmission is established by coordinating the objectives of minimizing volume and maximizing the film thickness ratio. The model consists of continuous and discrete arguments and is solved by genetic algorithm. Artificial neural network is used to simulate different curves. The system combines the advantages of genetic algorithm and artificial neural network. Numerical examples demonstrate its effectiveness.

Key words: Gear transmission

Multi-objective optimal design EHL

Genetic algorithm

Artificial neural network

作者简介: 尹健, 男, 1962 年生, 工学硕士, 副教授。主要研究方向为现代设计方法、模具 CAD, 发表论文 10 余篇。