

基于图论的通用翅片管换热器仿真模型*

刘 建 魏文建 丁国良 张春路

(上海交通大学机械与动力工程学院 上海 200030)

摘要：采用图论中有向图的概念以及图的遍历搜索方法，建立了一套适用于翅片管换热器设计的通用仿真模型。该模型可以对具有任意流路布置(制冷剂流路)的翅片管式换热器稳态性能进行仿真，其中考虑了实际换热器内部通过翅片的导热换热，使仿真过程更接近于实际的换热条件。该模型与试验结果对比，平均换热和压降误差分别小于 $\pm 5\%$ 和 $\pm 20\%$ ，达到工程运用的要求，其运用将对紧凑翅片管换热器的设计优化具有指导意义。

关键词：图论 换热器 稳态

中图分类号：TB657

0 前言

翅片管换热器是一种在制冷、空调和化工等工业领域广泛采用的换热器形式，尤其在空调行业中。与系统中其他部件相比，翅片管换热器的运行过程是一个融合了传热和传质的复杂过程，它不仅涉及到换热管内部制冷剂的相变过程，而且涉及外部空气的传热传质过程。因此对其仿真模型的开发，将有利于加深人们对它的认识，并且促进对它的优化设计，提高系统效率。

对用于换热器设计的仿真模型而言，仍存在以下缺点：对具体结构的描述过于宽泛，特别是对制冷剂流路布置的描述上通用性较差。如 Martins Costa 等^[1]、X. Jia 等^[2]和 John Judge 等^[3]的研究中就存在此问题。而对于已有的模型，Domanski^[4]只能分析分路条件，而无法描述任意分合的制冷剂流路情况。在模型中引入的假设条件过多，对换热器设计中应该考虑的一些问题涉及较少。A. Bensafi 等^[5]、Lee 等^[6]和 Ding 等^[7,8]均没有考虑换热器内部翅片导热对换热器性能的影响。因此，对于换热器所采用的模型仍有必要进一步研究和发展的。

通过引入图论中有向矩阵来确定换热管之间的连接关系，提高了模型对具体实物的描述能力，有助于研究换热器在不同串并联形式和流路布局下换热器的运行特性。在模型中，通过建立管翅(换热管和翅片的总称)能量平衡方程，反映换热器中翅片导热对其性能的影响，更有利于对局部特性的分析。该模型可以用于蒸发器的仿真，也可以用于冷凝器

的仿真，提高了模型的通用性。

1 基本模型

1.1 仿真对象

本模型仿真的具体对象为独立或联合运行的翅片管换热器，该换热器既可作为蒸发器也可作为冷凝器。换热器的结构可以是具有任意管排和管列间距，并采用任意的制冷剂流路布置方式。对换热器所采用的翅片、换热管以及工质类型不作限制，满足换热器设计所应有的任意性。

1.2 对象的描述方法

对于通用换热器模型来说，正确地描述换热器中制冷剂流路的布置方式是该模型研究的主要方面。引入图论中“有向图”的概念，可以有效对任意制冷剂流路布置加以描述。所谓有向图是一种概念化的层次结构，它是由一组顶点和一组用于连接各顶点并具有方向的边组成。对于换热器，顶点表示单根换热管，而边表示换热管之间的连接关系，同时由于制冷剂的流动是有方向的，所以这些边也具有方向性，由此构成了我们需要的有向图^[9]。

图 1 表示实际的换热器流路布置方式，为了确定制冷剂在换热器内的流动顺序，首先需要对换热管进行编号，即确认“有向图”中各个顶点。从迎风面第一排换热管开始，从下到上依次编号 1, 2, ...；再从第二排换热管从下到上编号，直到最后一排换热管编完。对于多联换热器的情况，采用相同的方法，继续对换热器中的每个换热管进行编号，以便确定每个换热管的连接关系。最后，增加两个假想换热管分别作为制冷剂入口集管(编号为 0)和制冷剂出口集管(编号为最大换热管数+1)。在确定了有向图中的各顶点后，根据各顶点的连接关系，

* 国家重点基础研究规划 973 研究基金资助项目(G2000026309)。20040618 收到初稿，20041201 收到修改稿

就得到如图 1 左上角所示相应的有向图。

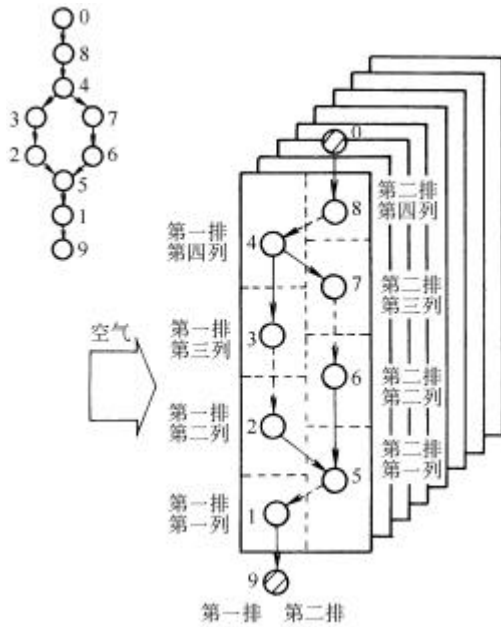


图 1 换热器及其相应图示意图

为了采用数学方法表述以上有向图中的各条边的连接关系(即换热管之间的连接关系),引入一个二维邻接矩阵 M 。根据已有的顶点数,确定矩阵的维数,其中第 i 行、第 j 列分别对应顶点 i 和顶点 j 。矩阵中元素的取值采用如下规定。

$$m_{i,j} = \begin{cases} 0 & \text{当顶点 } j \text{ 不与顶点 } i \text{ 相连时, 其值为 } 0 \\ 1 & \text{当顶点 } j \text{ 与顶点 } i \text{ 相连时, 其值为 } 1 \end{cases}$$

根据图 1 中所示有向图,将产生如下的邻接矩阵

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2 换热器的控制方程

2.1 模型的基本假设

采用分布参数的控制容积法建模,通过将整个换热器划分为许多控制容积,并对每个控制容积按集中参数建立相应的控制方程,求解其内部的传热及压降变化过程。为了建立合理的换热器模型,对

模型中的涉及对象进行如下分析,对于制冷剂,可认为制冷剂流动是沿管道轴向的一维流动;对于空气侧,空气流动方向基本与翅片平行,可按一维流动考虑,不考虑空气流动压力损失;对于换热器内部,考虑管翅片间导热对换热的影响。

根据上述分析,并结合换热器的实际运行情况,归纳得如下的主要建模假设。

- (1) 管内制冷剂流动是沿管道轴向的一维分相流动。
- (2) 忽略换热管轴向的换热,只考虑与换热管垂直方向上通过翅片的换热。
- (3) 由于蒸发器的结霜工况是动态过程,故本模型中不予考虑。

2.2 基本控制方程的建立

在每个单元控制容积中包含三个对象,即制冷剂、空气和管翅(这里将翅片和换热管视为一体,翅片认为是换热管的延伸,统称为管翅),对控制容积内换热特性的研究可通过联立求解此三对象的控制方程进行求解,如图 2 所示。

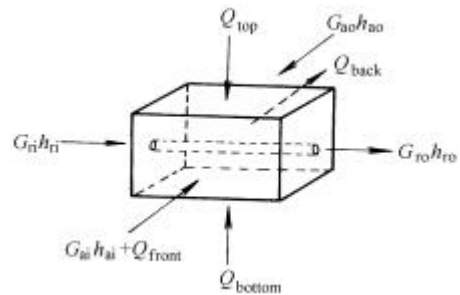


图 2 单元控制容积能量平衡示意图

2.2.1 制冷剂侧基本控制方程

控制容积中制冷剂的连续性方程为

$$G_{ri} = G_{ro} \tag{1}$$

式中 G_{ri}, G_{ro} ——制冷剂入口及出口质量流量

控制容积中制冷剂的能量平衡方程为

$$Q_r = G_{ri} h_{ri} - G_{ro} h_{ro} = a_r A_i (T_r - T_{wall}) \tag{2}$$

式中 Q_r ——制冷剂侧换热量

h_{ri}, h_{ro} ——制冷剂入口和出口比焓

a_r ——制冷剂侧换热系数

A_i ——管内侧换热面积

T_r, T_{wall} ——制冷剂和管壁温度

当工质为 R22 时,传热计算采用如下关联式:蒸发时,两相区换热采用 Gabrielii 和 Vamling^[10]的关联式;冷凝时,两相区换热采用 Shah^[11]的关联式;单相区换热采用 Dittus-Boelter 的关联式。

控制容积中制冷剂的动量方程为

$$\Delta p_{total} = \Delta p_f + \Delta p_{ac} \tag{3}$$

式中 Δp_{total} ——制冷剂总压降

Δp_f ——制冷剂摩擦压降

Δp_{ac} ——制冷剂加速压降

对于两相区，制冷剂加速压降计算如下

$$\Delta p_{ac} = G_r^2 \left[\frac{x_{ro}^2}{r_v e_{ro}} + \frac{(1-x_{ro})^2}{r_l(1-e_{ro})} \right] - G_r^2 \left[\frac{x_{ri}^2}{r_v e_{ri}} + \frac{(1-x_{ri})^2}{r_l(1-e_{ri})} \right] \quad (4)$$

式中 r_v, r_l ——制冷剂气态与液态的密度

x_{ri}, x_{ro} ——制冷剂进口与出口的干度

e_{ri}, e_{ro} ——制冷剂进口与出口的空泡率

G_r ——制冷剂质量流量

当工质为 R22 时，压降计算采用如下关联式：蒸发时，两相区压降采用 Jung^[12]的关联式，单相区采用 Colebrook-White^[13]的关联式；冷凝时，两相区采用 M. Goto 等^[14]的关联式，单相区采用 Smith^[13]的关联式。

对于过热区和过冷区，制冷剂加速压降忽略不计。

2.2.2 空气侧基本控制方程

对于空气由于不计压降，故只考虑连续性方程及能量方程。

控制容积中空气的连续性方程为

$$G_{ai} = G_{ao} \quad (5)$$

式中 G_{ai} ——入口空气质量流量，根据前排进入当前控制容积空气质量流量确定

G_{ao} ——出口空气质量流量

控制容积中空气的能量平衡方程为

$$Q_a = G_{ai} h_{ai} - G_{ao} h_{ao} = a_a A_o h_o (T_a - T_{wall}) \quad (6)$$

式中 Q_a ——空气侧换热量

a_a ——空气侧换热系数

T_a ——空气定性温度

$$T_a = (T_{ain} + T_{aout})/2$$

T_{ain}, T_{aout} ——空气进口与出口干球温度

h_o ——换热器翅片效率

h_{ai} ——进口空气比焓

h_{ao} ——出口空气比焓

A_o ——空气侧的传热面积

当换热器采用波纹形翅片时，采用 Wang 等^[15]的经验关联式计算 a_a ，采用 Yang 等^[16]的计算翅片效率 h_o 。

2.2.3 管翅基本控制方程

图 3 为管翅间导热示意图，在稳态情况不考虑管翅的能量积聚，因而进出管翅的热量应相等，得

$$Q_r + Q_a + Q_{front} + Q_{back} + Q_{top} + Q_{bottom} = 0 \quad (7)$$

式中

$$Q_{front} = \sum_{k=1}^n I_f A^{(i-1,jk)} \frac{(T_{wall}^{(i,j)} - T_{wall}^{(i-1,jk)})}{\Delta L^{(i-1)}} \quad (8)$$

$$Q_{back} = \sum_{k=1}^n I_f A^{(i+1,jk)} \frac{(T_{wall}^{(i,j)} - T_{wall}^{(i+1,jk)})}{\Delta L^{(i)}} \quad (9)$$

$$Q_{top} = I_f A_f' \frac{(T_{wall}^{(i,j)} - T_{wall}^{(i,j+1)})}{\Delta L^{(i,j)}} \quad (10)$$

$$Q_{bottom} = I_f A_f' \frac{(T_{wall}^{(i,j)} - T_{wall}^{(i,j-1)})}{\Delta L^{(i,j-1)}} \quad (11)$$

式中

Q_{front} ——与前排控制容积的换热量

Q_{back} ——与后排控制容积的换热量

Q_{top} ——与上一列控制容积的换热量

Q_{bottom} ——与下一列控制容积的换热量

$A^{(i-1,jk)}, A^{(i+1,jk)}$ ——前控制容积所对应前排、后排翅片导热有效换热面积

A_f' ——同排相邻控制容积翅片导热有效换热面积

$T_{wall}^{(i,j)}$ ——当前换热管温度

$T_{wall}^{(i-1,jk)}, T_{wall}^{(i+1,jk)}$ ——前排和后排换热管温度

$T_{wall}^{(i,j+1)}, T_{wall}^{(i,j-1)}$ ——上列和下列控制容积中换热管温度

$\Delta L^{(i-1)}, \Delta L^{(i)}$ ——当前控制容积与前排和后排管间距

$\Delta L^{(i,j)}, \Delta L^{(i,j-1)}$ ——当前控制容积与上、下列换热管之间的管间距

n ——汇合分支的个数

上述式(1)~(3)和式(5)~(7)即为控制容积的控制方程。

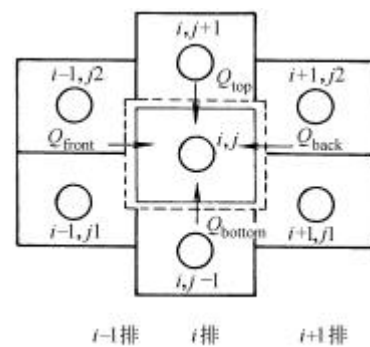


图 3 管翅间导热示意图

2.2.4 模型的适定性分析

根据模型输入的初始条件，可知控制容积的已知条件如下：制冷剂侧的已知条件，包括控制容积入口的制冷剂比焓 h_{ri} 、压力 p_{ri} 和制冷剂的质量流量 G_{ri} 。空气侧的已知条件，包括控制容积入口的空气干球温度 T_{ai} 和空气的流速 G_{ai} 。对于以上已知条件，对于控制容积能量方程式(2)、(6)和(7)，方程组中共

有 T_{ao} 、 T_{ro} 、 h_{ao} 、 h_{ro} 和 T_{wall} 五个未知数, 通过引入制冷剂与空气的物性方程, 可以使控制容积能量方程中的未知数减少到三个, 即 T_{ao} 、 h_{ro} 和 T_{wall} , 此时能量方程组封闭可解。对于控制容积出口压力 p_{ro} , 采用方程式(3)直接求解。

2.3 流路的分叉和汇合

对于具有多流路布置的换热器中, 由于管路中存在汇合和分叉的连接方式, 采取以下方式确定多个分支汇合后的制冷剂状态, 以及分叉后各分支的制冷剂状态。

对于汇合后制冷剂的比焓值和压力值由以下方程求得, 而其他参数直接由这两个参数确定。

$$h_r = \frac{\sum_{k=1}^n h_{rk} G_{rk}}{\sum_{k=1}^n G_{rk}} \quad (12)$$

$$p_r = p_{r1} = L = p_m \quad (13)$$

式中 h_r —— 汇合后制冷剂比焓

p_r —— 汇合后制冷剂压力

h_{rk} —— 第 k 条分支制冷剂比焓

G_{rk} —— 第 k 条分支制冷剂质量流量

p_m —— 第 n 条回路的压力

对于分叉后各分支的中制冷剂的比焓值和压力值由以下方程求得, 而其他参数直接由这两个参数确定。

$$h_{r1} = h_{r2} = L = h_r \quad (14)$$

$$p_{r1} = p_{r2} = L = p_r \quad (15)$$

3 算法

为了简化计算过程中制冷剂侧换热与压降相互耦合的关系, 本模型中采用换热和压降交替迭代计算的近似求解方法, 即在进行换热计算时, 保持各控制容积的进出口制冷剂压力不变, 只根据计算结果替换相应的焓值和温度值; 而在进行压降模块计算时, 保持各控制容积的进出口焓值和温度不变, 只根据计算结果替换压力值。为了实现整个换热和压降的计算过程, 本模型中分别采用广度优先遍历搜索和深度优先遍历搜索的概念, 生成了用于换热计算的换热计算路径以及用于压降计算的压降计算路径。以下将重点介绍两种计算路径的生成方法。

3.1 确定换热和压降计算路径

3.1.1 采用广度优先的换热计算路径

在上述有向图中确定入口集管 0 号后, 对图进行广度优先遍历时, 按访问顶点的先后次序得到顶点序列, 即广度优先遍历序列(BFS 序列)。在 BFS

算法中, 当从任一合点或分点 V_i 出发搜索时, 是在邻接矩阵 M 的第 i 行上从左至右选择下一个未曾访问过的邻接点作为新的出发点。若这样的邻接点多于一个, 则选中的总是序号较小的那一个, 直到搜索到一个合点或分点终止; 然后回溯到 V_i 点寻找其他分支。当所有的合点与分点路径全部遍历后, 换热路径搜索结束。具体生成步骤如下。

步骤 1 基于有向二维矩阵, 从 0 号换热管开始搜索, 从换热管编号小的一个分支开始, 直到遇到下一个合点(或分点)为止, 这样一条换热路径搜索完毕。

步骤 2 采用同步骤 1 完全相同的办法, 搜索在 0 号管道下的所有其它换热支路。

步骤 3 采用同步骤 1 完全相同的办法, 搜索在第一个合点(或分点)换热管下的所有其他换热支路。

步骤 4 依次类推, 直到最后一个分点(或合点)的所有换热路径全部遍历, 记录下每次遍历的结果, 换热计算路径生成完毕。

对于图 1 所示的流道布置方式, 其换热计算路径为

0	8	4
4	3	2
4	7	6
5	1	9

3.1.2 采用深度优先压降计算路径

在上述有向图中确定入口集管 0 号后, 对图进行深度优先遍历时, 按访问顶点的先后次序得到顶点序列, 即深度优先遍历序列(DFS 序列)。在 DFS 算法中, 当从一个分点 V_i 出发搜索时, 是在邻接矩阵 M 的第 i 行上从左至右选择下一个未曾访问过的邻接点作为新的出发点, 若这样的邻接点多于一个, 则选中的总是序号较小的那一个, 直到搜索到换热器出口集管终止; 然后直接回溯到 V_i 点寻找其他分支。当所有的分点全部遍历后, 压降路径搜索结束。具体生成步骤如下。

步骤 1 基于有向二维矩阵, 从 0 号换热管开始搜索, 在此过程中如遇分点, 只取左侧(管道编号小)的分支路, 直至到达最后一个节点为止。这样一条压降计算路径就生成完毕。

步骤 2 采用与步骤 1 相同的方法, 搜索 0 号换热管下的其它所有压降计算路径。

步骤 3 采用与步骤 1 相同的方法, 搜索第一个分点下的所有压降计算路径。

步骤 4 依次类推, 直至最后一个分点的各个分支路遍历完成, 记录下每次遍历的结果, 压降计

算路径生成完毕。

对于图1所示的流道布置方式，其压降计算路径为

0	4	3	2	5	1	0
4	3	2	5	1	0	
4	7	6	5	1	0	

3.2 算法流程

在确定换热器的结构参数、管道连接关系以及空气和制冷剂的工况参数后，根据已有的管道连接的邻接矩阵，确定换热计算路径和压降计算路径。然后分别根据两条路径进行换热器的换热计算和压降计算，并通过各支路压降计算结果调整支路中的制冷剂流量，使相同起始点的压降支路具有相同的压降。最后根据前后两次迭代的偏差，判断整个计算是否收敛，其流程图如图4所示。

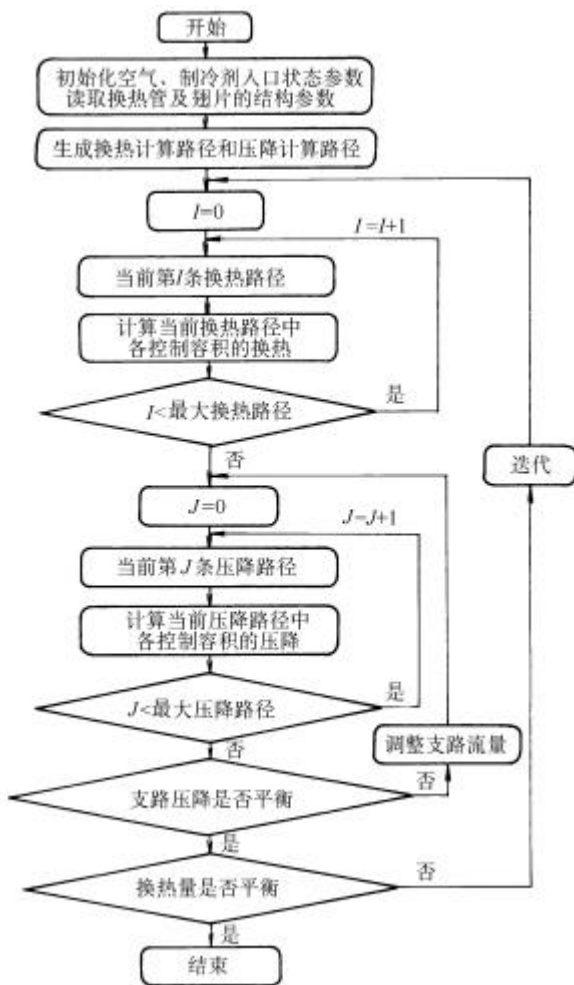


图4 算法流程图

4 试验验证

采用某空调厂家的实际空调换热器的试验数据，对本模型可靠性和精确性进行验证。与实际40组试验数据在空气入口的干球温度21.0~50.0、

空气风速0.5~2.0 m/s、制冷剂压力600.0~2425.0 kPa以及制冷剂流量12.0~47.0 g/s的条件下进行对比显示(如图5、6所示)，本模型具有良好的仿真效果，其换热量的平均误差小于±5%，制冷剂压降的平均误差小于±20%。因此，本模型可以正确地反映换热器换热与压降特性，从而验证了本模型的正确性及可靠性。

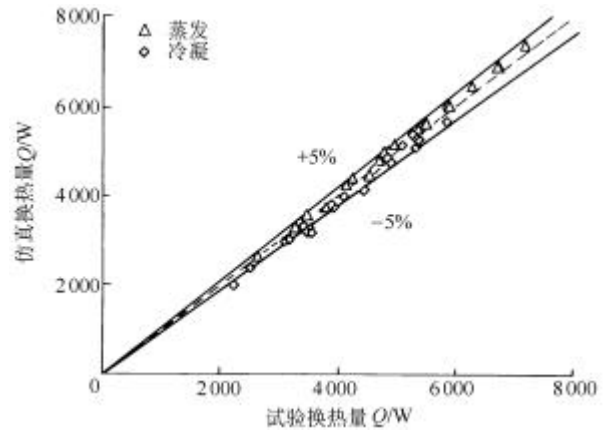


图5 换热量仿真值与试验结果对比

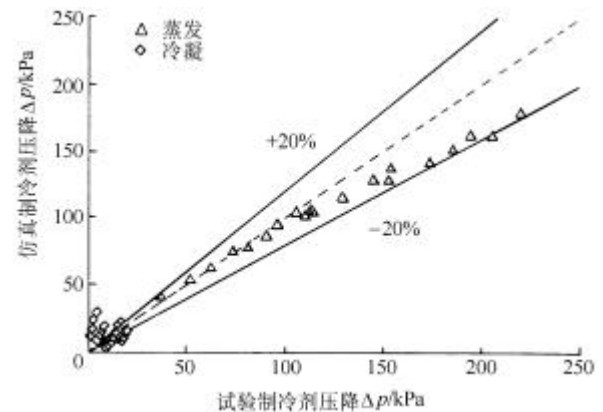


图6 压降仿真值与试验结果对比

5 结论

采用图论的有向图的概念和图的搜索遍历方法，建立了一套通用的翅片管换热器仿真模型。该模型可以对具有任意管排布置(制冷剂流路)的翅片管式换热器稳态性能进行仿真，打破了传统换热器仿真软件在换热器管排布置上的局限性；其次，模型中考虑了实际换热器内部通过翅片的导热换热，使仿真过程更接近于实际的换热条件。该模型与试验结果对比，其平均换热和压降误差分别小于±5%和±20%，达到工程运用的要求，其运用将对紧凑翅片换热器的设计优化起到指导作用。

参考文献

1 Martins Costa M L, Parise J A R. A three-zone simulation

- model for air-cooled condensers. *Heat Recovery System & CHP*, 1993, 13(2) : 97 ~ 113
- 2 Jia X, Tso C P, Chia P K. A distributed model for prediction of the transient response of an evaporator. *Int. J. of Refrig.*, 1995, 18(5) : 336 ~ 342
 - 3 Judge J, Radermacher R. A heat exchanger model for mixtures and pure refrigerant cycle simulations. *Int. J. of Refrig.*, 1997, 20(4) : 244 ~ 255
 - 4 Domanski P A. Simulation of an evaporator with nonuniform one-dimensional air distribution. *ASHRAE Trans*, 1991, 97(1) : 793 ~ 802
 - 5 Bensafi A, Borg S, Parent D. A computational model for the detailed design of plate-fin-and-tube heat exchangers using pure and mixed refrigerants. *Int. J. of Refrig.*, 1997, 20(3) : 218 ~ 228
 - 6 Lee J H, Kwon Y C, Kim M H. An improved method for analyzing a fin and tube evaporator containing a zeotropic mixture refrigerant with air maldistribution. *Int. J. of Refrig.*, 2003, 26(6) : 707 ~ 720
 - 7 丁国良, 张春路. 制冷空调装置仿真与优化. 北京: 科学出版社, 2001
 - 8 Ding G L, Zhang C L, Liu J, et al. Development of simulation software for evaporator with object oriented programming approach. In: *Conference of ICCR 2003*, Hangzhou, 528 ~ 531
 - 9 严蔚敏, 吴伟民. 数据结构. 北京: 清华大学出版社, 2000
 - 10 Gabriellii C, Vamling L. Changes in optimal design of a dry-expansion heat exchanger when replacing R22 with R407C. *Int. J. of Refrig.*, 1998, 21(6) : 518 ~ 534
 - 11 Shah M M. A general correlation for heat transfer during film condensation inside pipes. *Int. J. of Heat Mass Transfer*, 1979, 22(4) : 547 ~ 556
 - 12 Jung D S. Prediction of pressure drop during horizontal annular flow boiling of pure and mixed refrigerants. *Int. Heat Mass Transfer*, 1989, 32(12), 2 435 ~ 2 446
 - 13 Smith S J, Shao L, Riffat S B. Pressure drop of HFC refrigerants inside evaporator and condenser coils as determined by CFD. *Applied Energy*, 2001, 70(2) : 169 ~ 178
 - 14 Goto M, Inoue N, Ishiwatari N. Condensation and evaporation heat transfer of R410A inside internally grooved horizontal tubes. *Int. J. of Refrig.*, 2001, 24(7) : 628 ~ 638
 - 15 Wang C C, Jang J Y, Chiou N F. A heat transfer and friction correlation for wavy fin-and-tube heat exchangers. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 1999, 42(10) : 1 919 ~ 1 924
 - 16 Yang S M, Tao W Q. *Heat transfer* (3rd edit). Beijing: Higher Educational Press, 1998

GENERAL STEADY STATE MATHEMATICAL MODEL FOR FIN-AND-TUBE HEAT EXCHANGER BASED ON GRAPH THEORY

Liu Jian Wei Wenjian

Ding Guoliang Zhang Chunlu

*(School of Mechanical and Power Engineering,
Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)*

Abstract : A general steady state and distributed parameter model of fin-and-tube heat exchanger is developed based on graph theory and traversal methods, in which the performance of fin-and-tube heat exchanger with the complex refrigerant circuitry can be predicted. With the help of the directed graph and graph-based traversal method (Breadth-first search and depth-first search), this model can be used to describe any flexible refrigerant circuit arrangement, and quantify the heat conduction through fins. The model is verified with the experimental results, and the average error of heat transfer and pressure drop are within $\pm 5.0\%$ and $\pm 20.0\%$, respectively. It is concluded that the steady state model can be used as a tool to design and optimize the compact heat exchanger.

Key words : Graph theory Heat exchanger Steady state

作者简介: 刘建, 男, 1977 年出生, 博士研究生。主要从事换热器性能仿真模型方面的研究。

E-mail : glding@sjtu.edu.cn