

4WS 汽车横摆角速度跟踪 μ 综合鲁棒控制*

殷国栋 陈南 李普
(东南大学机械工程系 南京 210096)

摘要：实际汽车行驶总承担不同的载荷以及运行状态(如速度)变化，以横摆角速度跟踪反馈为控制逻辑，设计 μ 综合鲁棒控制器来抑制外部干扰，优化权函数，实现了传统四轮转向4WS(Four-wheel steering)车辆控制器难于达到的性能指标。仿真表明，所设计的4WS汽车 μ 综合鲁棒控制器不仅可使其具有良好操纵性能鲁棒性和稳定鲁棒性，即对外界干扰具有很好的抑制性能且不敏感于车辆参数变化，也改善了以往 H_8 控制器设计偏于保守的问题。

关键词： μ 综合 四轮转向 鲁棒控制 横摆角速度

中图分类号：TP13 U463.4

0 前言

主动底盘控制对汽车性能有明显的改善作用，是现代汽车技术发展的热点之一。其中四轮转向技术更是提高操纵灵活和稳定安全性能的重要途径，是达到高档轿车和特种车辆所要求的高操纵性能的重要手段。对目前实用的4WS控制系统，控制方法一般可分为前后轮转角与车速定比传递函数控制、一阶滞后及最优控制及鲁棒控制等^[1-3]，较新的有本质上属于模型参考控制的横摆角速度反馈控制^[4]。

四轮转向控制可属于主动安全范畴，改善汽车在恶劣环境下的行驶工况就尤为重要。汽车行驶过程中受到诸多不稳定性因素的影响，比如：载荷变化、侧风干扰、路面不平、附着系数变化及刹车/加速时轮胎侧偏特性的变化等。因而如何设计鲁棒性能良好的控制器成为目前研究的重点，也是四轮转向能否解决不确定性导致汽车控制性能恶化的关键。目前，国内外在此领域应用较普遍的鲁棒控制方法是 H_2/H_8 控制^[2]，但 H_8 控制器存在着稳定鲁棒性能偏于保守问题也不容忽视，这一点在控制理论专家Doyle在创建 H_8 控制理论时就曾经阐述过^[5]。

四轮转向汽车控制来说，横摆角速度跟踪控制方案，有其注重的汽车状态量 - 横摆角速度的检测反馈容易实现的并且直接可成为车辆稳定性的关键判据的优点，成为近期比较受到注重的4WS控制策略^[4]。但此控制策略本质上属于模型参考控制；控制器的设计综合可采用随机搜索为主要方式的多目标优化，对车辆参数以及运行状况可能较大变化的鲁棒性要求考虑不多，因此其鲁棒性能得不到保证。

充分考虑汽车参数和行驶状态如车速的扰动，应用结构奇异值 μ 综合理论^[3]设计4WS汽车控制器，设计针对稳定鲁棒性和性能鲁棒性的严格要求，统一模型车辆的扰动为前轮操纵和后轮控制执行环节相乘性扰动，据此优化性能权函数，获得了有良好性能的 μ 综合控制器。仿真结果表明，4WS汽车系统具有良好的操纵稳定性和鲁棒性，而且对外界干扰具有较好的抑制性能。

1 四轮转向汽车动力学模型分析

研究四轮转向汽车操纵稳定性可以采用两自由度转向模型，如图1所示，它是一个由前后两个有侧向弹性的轮胎支撑于地面，具有侧向和横摆运动的2自由度线性化简单数学模型(Oxy 为车体坐标系； Ox_0y_0 为大地坐标系， f 为横摆角)。

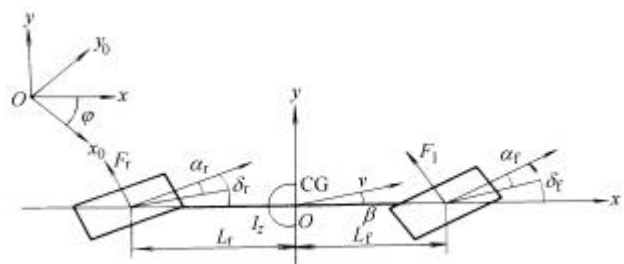


图1 2-DOF 四轮转向车辆模型

将悬架与转向系的侧倾转向角、侧向力转向角和轮胎侧偏角一起，看作前后轮的综合侧偏角，其数学表达式为

$$\begin{cases} mv\dot{\beta} = -(k_f + k_r)\mathbf{b} - \left(mv + \frac{L_f k_f - L_r k_r}{v} \right) \mathbf{w} + k_f \mathbf{d}_f + k_r \mathbf{d}_r \\ I_z \dot{\beta} = -(L_f k_f - L_r k_r)\mathbf{b} - \frac{L_f^2 k_f + L_r^2 k_r}{v} \mathbf{w} + L_f k_f \mathbf{d}_f - L_r k_r \mathbf{d}_r \end{cases} \quad (1)$$

* 福特—中国研究与发展基金(50122153)，江苏省科技攻关(BE2003013)和东南大学优秀博士学位论文基金(YBJJ0402)资助项目。20041009 收到初稿，20050123 收到修改稿

图1及式(1)中, d_f, d_r 为前后轮转角; F_b, F_r 为汽车前后轮所受侧向力; L_b, L_r 为质心至前后轴距离; k_f, k_r 为前后轮侧偏刚度; a_f, a_r 为前后轮轮胎侧偏角; m, v 为汽车质量, 行驶速度; β, w 为质心侧偏角, 横摆角速度; I_z 为横摆惯性力矩。

根据汽车转向响应的横摆角速度 w 和汽车质心侧偏角 β , 可得到侧向加速度

$$a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = v \left(w + \frac{d\beta}{dt} \right) \quad (2)$$

式中 y ——侧向位移

考虑实际中状态量质心侧偏角难以测量, 横摆角速度便于测量, 现控制系统只取横摆角速度作为反馈变量, 设计转向盘转角跟踪横摆角速度的 μ 综合控制, 并把转向盘转角按比例转化为前轮转角进行仿真。

2 m 综合鲁棒控制器设计

前言中所述 H_8 控制存在鲁棒性能准则问题, 即 H_8 优化控制方法仅仅针对鲁棒稳定性而言, 忽略了对鲁棒性能的要求, 导致保守性和忽略鲁棒性能设计的原因主要在于 H_8 设计方法是以非结构化不确定性和小增益定理为设计框架的, 而结构奇异值 μ 理论则考虑了结构化的不确定性问题, 它不但能有效地、无保守性地判断“最坏情况”下摄动, 而且当存在不同表达形式的结构化不确定性情况下, 能分析控制系统的鲁棒稳定性和鲁棒性能问题^[5]。结构奇异值定义^[5]如下

$$m_{\underline{}}(M) = \begin{cases} \left\{ \min_{\substack{? \in \underline{?} \\ ? \in \underline{?}}} [\bar{s}(?) : ? \in \underline{?} \det(I - MD) = 0] \right\}^{-1} \\ 0 : \det(I - M?) \neq 0 \quad \forall ? \in \underline{?} \end{cases}$$

式中 M ——标称系统

$?$ ——结构化不确定性摄动

如图2所示的鲁棒稳定性要求鲁棒性能的 $M-?$ 结构, $M(s)$ 表示标称系统, 块对角阵集合 $?$ 表示实际摄动, 而 $?_p$ 则表示性能评价的假想摄动, 其性质由所考虑的性能评价指标决定。汽车闭环系统对

所有摄动 稳定的充要条件: $m_{\underline{}}(M) < 1, \forall w, ?$ 表示频率域, 对应鲁棒性能定理可描述为

$$\sup_{w \in R} m_{\underline{}}[M(jw)] \leq 1$$

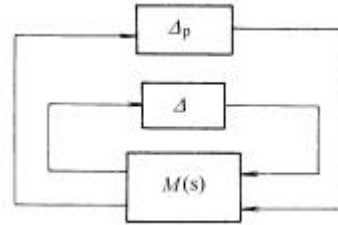


图2 鲁棒性能与鲁棒稳定性

系统以汽车速度为摄动进行研究。如图3四轮转向汽车 μ 综合控制闭环系统, W_{sf}, W_{sr} 为车辆系统模型速度变化不确定性频率加权函数, W_{tr} 为横摆角速度性能加权函数, W_{tb} 为质心侧偏角性能加权函数; d_1, d_2 及 z_f, z_r 为汽车速度变化时不确定性的输入及输出; 实际系统中模型的摄动环节 $?_f$ 和 $W_{sf}, ?_r$ 和 W_{sr} , 将以上建模中所有不确定性都归入归一化 $?_f, ?_r$ 。另外 $?_f, ?_r$ 是稳定的且仅知道有范数边界条件 $\|?_f\|_8 < 1, \|?_r\|_8 < 1$ 及其结构。 $K_m(s)$ 为基于系统不确定性设计得到的 μ 综合控制器, U 为控制输出的控制量。 d_f 为前轮转角输入, e_r 为四轮转向汽车系统跟踪横摆角速度的控制误差信号输出, e_b 为质心侧偏角的控制误差信号输出, 以使在系统跟踪横摆角速度中同时抑制质心侧偏角的峰值。

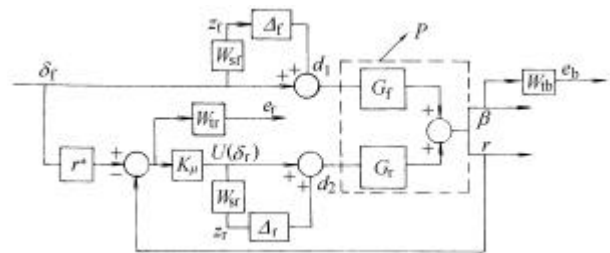


图3 4WS 汽车 μ 综合控制闭环系统

其中前、后轮转角到汽车质心横摆角速度的传递函数为

$$G_f = \frac{\frac{L_f k_f}{I_z} s + \frac{k_f k_r (L_f + L_r)}{mv I_z}}{s^2 + \left(\frac{L_f^2 k_f + L_r^2 k_r}{I_z v} + \frac{k_f + k_r}{mv} \right) s + \frac{k_f k_r (L_f + L_r)^2}{mv^2 I_z} + \frac{L_f k_r - L_r k_f}{I_z}}$$

$$G_r = \frac{-\frac{L_r k_r}{I_z} s - \frac{k_f k_r (L_f + L_r)}{mv I_z}}{s^2 + \left(\frac{L_f^2 k_f + L_r^2 k_r}{I_z v} + \frac{k_f + k_r}{mv} \right) s + \frac{k_f k_r (L_f + L_r)^2}{mv^2 I_z} + \frac{L_f k_r - L_r k_f}{I_z}}$$

定义理想横摆角速度增益，基于驾驶员的驾驶习惯，以汽车稳态参数为理想值，并经反复试算取一阶惯性环节 r^* 使得横摆角速度能迅速的达到稳态值

$$r^* = \frac{s/300 + 0.8}{s/10 + 1}$$

μ 综合算法是所有稳定的控制器 K_m 中最小化闭环系统 $F_1(P(s), K_m(s))$ 的 $m_{\%}(\cdot)$ 的峰值。即：
 $\min \max m_{\%}[F_1(P, K_m)(j\omega)]$ ，其中， K_m 稳定，引入尺度变换矩阵 $D(s)$ ， $D(s)$ 为稳定可逆的最小相位矩阵， D_{ω} 是尺度矩阵集合 $D(s)$ 中的元素，且在每个 ω 处相互独立，上式可写成

$$\min \min \| [D_{\omega} F_1(P, K_m)(j\omega) D_{\omega}^{-1}] \|_{\infty}$$

故针对系统研究的摄动 $\delta_f, \delta_r, \|\delta_f\|_8 < 1, \|\delta_r\|_8 < 1$ ，得到一个稳定的控制器 $K_m(s)$ ，使得汽车在加减速的工况下系统仍能保持稳定，图 3 描述的 μ 综合控制闭环系统中，转向盘转角跟踪横摆角速度瞬态响应的加权灵敏度传递函数矩阵

$S(\omega) = W_{tr}(r^* - (W_{sf} \delta_f + I) G_D) ((W_{sr} \delta_r + I) K_{\mu} G_r + I)^{-1}$ 有 $\|S(\omega)\|_8 < 1$ 成立。

μ 控制器 $K_m(s)$ 的求解采用所谓 D-K 迭代法，在 D-K 迭代中，设计 μ 综合鲁棒控制器转化为寻求稳定的控制阵 $K_m(s)$ 和尺度矩阵 $D(s)$ ，而系统优化目标为

$$\inf_{D, K_m} \sup_{\omega} \bar{\sigma}(D F_1(P, K_m) D^{-1}) = \inf_{D, K_m} \| D F_1(P, K_m) D^{-1} \|_{\infty}$$

首先保持 $D(s)$ 不变则上式实际上是标准 H_{∞} 优化控制问题，通过求解 Riccati 方程得到；保持 $K_m(s)$ 不变，即在已知一稳定的控制器 $K_m(s)$ 前提下，对 $D(s)$ 进行凸优化。

3 四轮转向汽车鲁棒控制系统仿真

仿真时 $v=30$ m/s，但考虑汽车加减速等不确定性在模型中反映出的摄动^[3]，四轮转向汽车参数如表所示。基于图 3 所描述的控制框架以提高系统性能鲁棒性为目标，与参考文献[3]不同，这里统一模型车辆的扰动为前轮操纵和后轮控制执行环节相乘性摄动。设计控制器 K_{μ} 对于摄动 δ_f, δ_r ，考虑 $\|\delta_f\|_8 < 1, \|\delta_r\|_8 < 1$ ，则

$$|D_f(j\omega)| < |W_{sf}(j\omega)| \quad |D_r(j\omega)| < |W_{sr}(j\omega)| \quad \forall \omega$$

表 四轮转向汽车参数

汽车质量 m/kg	质心至前轴距 L_f/m	质心至后轴距 L_r/m
2 480	1.33	1.48
前轮侧偏刚度 $k_f/(\text{N} \cdot \text{rad}^{-1})$	后轮侧偏刚度 $k_r/(\text{N} \cdot \text{rad}^{-1})$	惯性力矩 $I_z/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$
25 000	35 000	2 600

根据 4WS 汽车系统要求横摆角速度跟踪和尽量控制质心侧偏角为零的控制目标这一原则，以汽车速度变化为摄动，摄动范围为 $v=[5,50]$ m/s， W_{sf}, W_{sr} 经过不断的试算，并辅助于 Matlab 里面的 μ 综合控制工具箱，迭代得到控制器 $K_{\mu}(s)$ ， G_f, G_r 分别对应的速度摄动加权函数

$$W_{sf} = \frac{0.005s^2 + 5s + 8}{s^2 + 20s + 45}$$

$$W_{sr} = \frac{0.006s^2 + 6s + 11}{s^2 + 15s + 50}$$

加权函数表明在低频处 W_{sf} 存在 17.8% 的建模误差， W_{sr} 存在 22% 的建模误差；在高频处模型不确定性高达 100%，在更高频处不确定性比重会更大。系统的横摆角速度跟踪误差 e_r 要求

$$\|e_r\|_{\infty} < 1/\|W_{tr}\|_{\infty}$$

质心侧偏角的控制误差信号输出 e_b 要求

$$\|e_b\|_{\infty} < 1/\|W_{tb}\|_{\infty}$$

性能加权函数 $W_{tr}(j\omega)$ 取

$$W_{tr} = \frac{0.4s + 0.9}{s + 0.03}$$

对应稳态跟踪误差小于 $0.03/0.90=3.30\%$ ， $W_{tb}(j\omega)$ 取

$$W_{tb} = \frac{0.3s + 0.5}{s + 0.01}$$

稳态控制误差小于 $0.01/0.50=2\%$ 。

基于 μ 综合控制算法，通过三次 D-K 迭代得到 14 阶控制器，结构奇异值峰值 $\mu=0.464 < 1$ ，闭环系统达到了鲁棒性能的要求。由于阶次过高，应用 Matlab/Simulink 控制工具箱^[6]，基于截断的均衡模型降阶，控制器降为 4 阶，得到性能较好的 K_{μ} 控制器，经分析系统仍能维持原有的鲁棒性。考虑车载控制器的实际应用，在仿真过程中取离散化的控制器作计算，采样频率为 6 144。

$$K_m = \frac{-6.275z^3 + 18.81z^2 - 18.8z + 6.264}{z^4 - 3.637z^3 + 4.914z^2 - 2.917z + 0.64}$$

现针对同一 μ 控制器在载荷变化(质量浮动 1/3)及刹车/加速时的速度变化(20 ~ 40 m/s)等工况下对汽车系统进行离散仿真，以此验证控制器鲁棒性。

速度变化下的响应曲线如图 4~6 载荷变化(质

量扰动 1/3)下的响应曲线如图 7~9。因设计的是横摆角速度跟踪控制,载荷及速度变化时图 4 和图 7 对应的横摆角速度基本不变,响应时间及跟踪性能良好,和理想横摆角速度的稳态值 0.088 rad/s^{-1} 吻合,说明控制器对系统的横摆角速度鲁棒性能有良好的改善;图 5 和图 8 对应的质心侧偏角的响应在减速及载荷减少时侧偏稍微大一点,收敛值大概为 $0.0035 \text{ rad} \approx 0.2^\circ$,基本保持为零,而在加速和载荷增加时的变化趋势一致即质心侧偏角为负值,但最终的瞬态稳态值较小,说明设计的 4WS μ 控制器对运动姿态得到较好的控制;图 6 和图 9 对应的侧向加速度 a_y 减速和载荷较少时最大峰值增加,但都低于 $0.4g$,整个系统在载荷及速度变化时响应趋势一致,且反应时间迅速,转向运动平稳,说明汽车具有良好的动态性能。

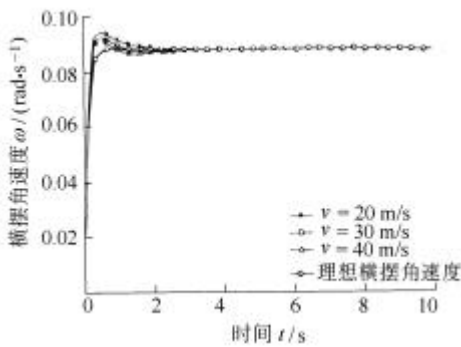


图 4 速度变化下的横摆角速度响应

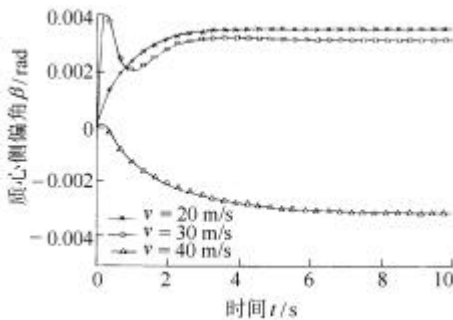


图 5 速度变化下的质心侧偏角响应

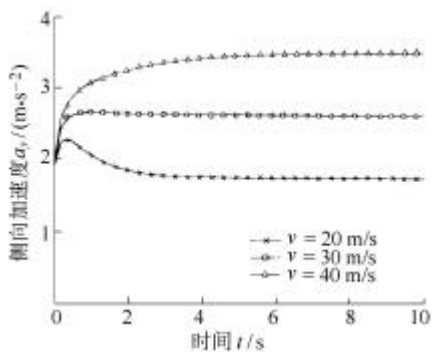


图 6 速度变化下的侧向加速度响应

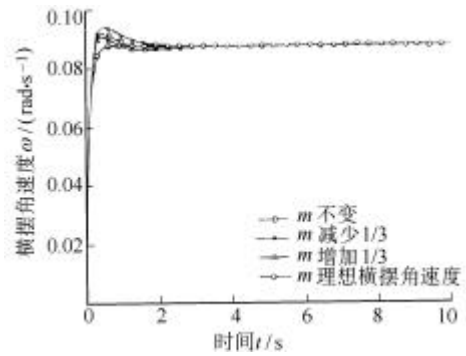


图 7 载荷变化下的横摆角速度响应

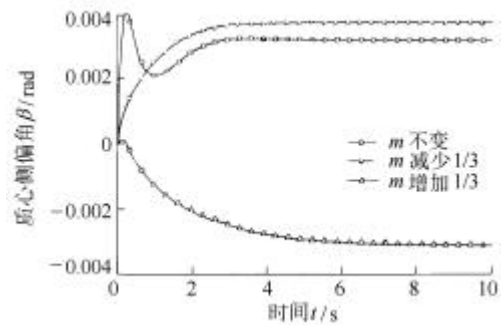


图 8 载荷变化下的质心侧偏角响应

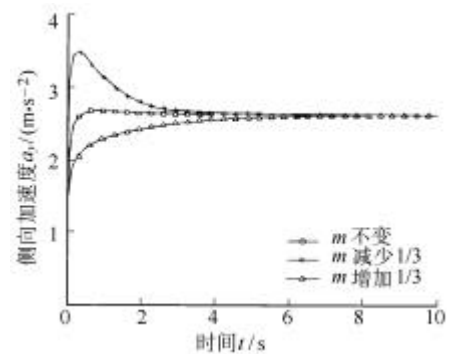


图 9 载荷变化下的侧向加速度响应

4 结论

应用 m 综合鲁棒控制设计方法,以具有模型不确定性的四轮转向汽车为对象,基于横摆角速度跟踪控制逻辑对 4WS 汽车控制系统进行分析,考虑汽车整备质量或汽车速度的变化为被控对象的扰动,同时考虑了系统鲁棒稳定性、鲁棒性能及系统的动态性能。仿真结果证明,通过 μ 综合鲁棒控制设计不仅可以使 4WS 汽车系统具有良好的操纵稳定性和鲁棒性,而且对外界干扰具有较好的抑制性能。

参 考 文 献

- 1 郭孔辉, 轧浩. 四轮转向的控制方法的发展. 中国机械工程, 1998, 9(5): 73~75

- 2 You S S, Chai Y H. Multi-objective control synthesis : an application to 4WS passenger vehicles. *Mechatronics*, 1999, 9(9) : 363 ~ 390
- 3 Gao X M, McVey B D, Tokar R L. Robust controller design of four wheel steering systems using μ synthesis techniques. In : *Proceeding of the 34th IEEE Conference on Decision & Control*, 1995, 1(1) : 875 ~ 882
- 4 Lv H M, Chen N, Li P. Multi-objective H_{∞} optimal control for four-wheel steering vehicle based on a yaw rate tracking. *I Mech. E. Part D. Journal of Automobile Engineering*, 2004, 218(D10) : 1 117 ~ 1 124
- 5 Packard A, Doyel J. The complex structured singular value. *Automatica*, 1993, 29 : 71 ~ 109
- 6 Balas G J, Doyle J C, Glover K, et al. *μ -Analysis and Synthesis Toolbox*. Natick. Massachusetts : The Math Works, 2001

***m* SYNTHESIS ROBUST CONTROL FOR FOUR-WHEEL STEERING VEHICLE BASED ON YAW-RATE TRACKING**

Yin Guodong Chen Nan Li Pu

*(Department of Mechanical Engineering,
Southeast University, Nanjing 210096)*

Abstract : In practice, vehicles always undertake different loadings and have velocity variation because of braking/accelerating. Under of the yaw-rate tracking feedback control logic, a μ synthesis robust controller is designed with the optimized weighting functions to attenuate the external disturbances. The controller is provided with better performance for whole closed-loop controlled 4WS (Four-wheel steering) vehicle comparing the arrived by the normal 4WS controller designed by old techniques. The results show that the 4WS vehicle with μ synthesis robust controller not only has greater maneuverability and robust performance but also has the strong ability to resist the disturbance, and it is not sensitive to the variation of vehicle parameters. The controller also improves the disadvantage for the H_{∞} controller which normally is conservative about the disturbance resistance.

Key words : *m* synthesis Four-wheel steering
Robust control Yaw-rate

作者简介：殷国栋，男，1976 年出生，博士研究生。主要研究方向为车辆动力学及智能控制。

E-mail : ygd@seu.edu.cn