

基于瑞利法的内燃机曲轴扭纵耦合振动*

梁兴雨 舒歌群 卫海桥 王养军

(天津大学内燃机燃烧学国家重点实验室 天津 300072)

摘要:采用瑞利法对高速内燃机曲轴扭纵耦合振动进行了研究。将内燃机曲轴等效为连续分布阶梯轴模型,根据当量轴段以及集中质量的动能和势能关系,通过拉格朗日方程分别建立轴系扭振模型和纵振模型。根据刚度耦合原理,并考虑轴系强迫激励进而建立了扭纵耦合强迫振动模型。采用谐次分析法对模型求解后,通过与采用三维振动测量装置对某直列四缸柴油机曲轴自由端的振动信号进行实际测量所得到的结果进行比较,可以发现,扭振和纵振与实际测量的结果在各主要谐次都保持相当的一致。

关键词:内燃机 曲轴 瑞利法 振动

中图分类号:TK421.6

0 前言

自20世纪初以来,研究人员相继对轴系的三维振动进行了比较系统的理论及试验研究,对于单向振动的简单模型来说已比较成熟。实际上,在任何发动机轴系中,耦合振动是时时存在的,且由于曲拐本身的力学特点,各种振动之间有着密切的关系。曲轴纵向振动是由扭振及弯振等耦合而来的,其本身具有许多潜在的危害,比如它会激发发动机表面及其附件的振动,从而会使整机的噪声声压级升高。另外曲轴的轴向窜动过大会使活塞连杆总成偏离气缸中心,使活塞侧击敲缸,气缸磨损加剧。还有就是纵向振动会使一些重要的传动机构,如高压油泵齿轮和配气正时齿轮的相位发生变化,从而改变了发动机的运行工况,导致燃烧恶化,有害物排放增加,缸内压力震荡剧烈。

对内燃机曲轴的纵扭耦合振动的研究始于20世纪30年代的DOREY^[1]与POOLE^[2],他们指出由扭振激发的纵向振动是倍频振动。20世纪60年代初期,由于船舶轴系的纵振加剧了船舱的振动,并引发了一系列故障,才引起人们的注意,开始对扭纵耦合的算法进行研究^[3]。20世纪80年代随着计算机技术的迅速发展,国内开始研究船舶轴系的耦合振动^[4],并取得了很大的进展。参考文献[5-7]详细分析了扭转纵向耦合时同频与倍频耦合的发生机理与计算模型,并讨论了扭转耦合的升级连振现象。参考文献[8]运用Riccati传递矩阵法来

计算扭转纵向耦合振动,以避免传递矩阵的奇异值问题。参考文献[9]采用离散质量法以及谐次分析法对扭纵耦合振动进行了研究,使扭纵耦合振动模型更具统一性。

曲轴耦合振动分析的准确性与精度关键在于模型的建立,以上所述文献分析中一般将曲轴离散化成若干只有转动惯量而没有实际尺寸的集中质量,离散的集中质量间由没有质量和惯量的弹性杆连接。对质量弹簧模型,RAYLEIGH^[10]分析了连接弹簧的质量对固有频率的影响。根据这一原理,采用更精确的模型来分析曲轴的耦合振动问题。

1 瑞利法分析模型的建立

设有 n 段不同断面组成的阶梯轴,如图1所示。取第 i 段轴为研究对象。轴段两端的转角分别为 θ_{i-1} 和 θ_i ,位移为 x_{i-1} 和 x_i ,轴段长度为 l_i ,扭转刚度为 k_{ui} ,轴向刚度为 k_{zi} ,轴段扭转阻尼为 c_{ui} ,轴段轴向振动阻尼为 c_{zi} ,轴段中间有集中质量 m_i ,其转动惯量为 I_i ,集中质量上的扭转阻尼为 c_{juni} ,轴向振动阻尼为 c_{jzi} 。轴发生扭转时,整个轴段的动能包括轴段本身的动能和集中质量的动能。

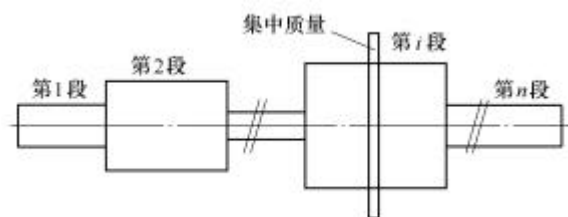


图1 阶梯轴系结构示意图

设轴段在整个长度范围内,扭转角度成线性变

* 云南省省校合作基金资助项目(2003HBBAA02A049),20051027收到初稿,20051220收到修改稿

化。因此在距离左端 x 的断面处的转角 f 为

$$f(x) = q_{i-1} + \frac{(q_i - q_{i-1})x}{l_i} \quad (1)$$

则该断面处的扭转角速度

$$w(x) = f'(x) = \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) \dot{q}_{i-1} + \dot{q}_i \quad (2)$$

微小断面的转动惯量

$$dJ = \int_A r r^2 dA dx = r_p^2 dx \quad (3)$$

式中 ρ ——材料密度

I_p ——断面极惯性矩, 当轴段为等断面匀质轴段时, I_p 为常数

整个轴段的动能

$$\begin{aligned} T_{i1} &= \frac{1}{2} \int_0^{l_i} w^2(x) dJ = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{l_i} r_p^2 \left[\left(1 - \frac{x}{l_i}\right) \dot{q}_{i-1} + \dot{q}_i \right]^2 dx = \\ &= \frac{1}{2} N_i \left(\frac{1}{3} \dot{q}_{i-1}^2 + \frac{1}{3} \dot{q}_{i-1} \dot{q}_i + \frac{1}{3} \dot{q}_i^2 \right) \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $N_i = r_p^2 l_i$

第 i 段轴上中间作用有转动惯量为 I_i 的集中质量(在长度方向无尺寸), 设其转动位移与轴中点的位移保持一致, 因此其扭转角度为

$$q = \frac{(q_{i-1} + q_i)}{2} \quad (5)$$

故集中质量的转动动能

$$T_{i2} = \frac{1}{2} I_i \left[\frac{(\dot{q}_{i-1} + \dot{q}_i)}{2} \right]^2 \quad (6)$$

整个轴段的动能为前面两项动能之和为 $T_i = T_{i1} + T_{i2}$ 。经过化简整理得到第 i 轴段全部动能

$$\begin{aligned} T_i &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{3} M_i (\dot{q}_{i-1}^2 + \dot{q}_{i-1} \dot{q}_i + \dot{q}_i^2) + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{4} I_i (\dot{q}_{i-1}^2 + 2\dot{q}_{i-1} \dot{q}_i + \dot{q}_i^2) \right] \end{aligned} \quad (7)$$

整个轴系的动能为所有轴段的全部动能之和为

$$\begin{aligned} T &= \sum T_i = \frac{1}{2} \sum_i \left[\frac{1}{3} N_i (\dot{q}_{i-1}^2 + \dot{q}_{i-1} \dot{q}_i + \dot{q}_i^2) + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{4} I_i (\dot{q}_{i-1}^2 + 2\dot{q}_{i-1} \dot{q}_i + \dot{q}_i^2) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} (I_{i-1} \dot{q}_{i-1} + I_{i-1} \dot{q}_i + I_i \dot{q}_i + I_i \dot{q}_{i+1}) + \right.$$

$$\left. \frac{1}{3} (N_{i-1} \dot{q}_{i-1} + 2N_{i-1} \dot{q}_i + 2N_i \dot{q}_i + N_i \dot{q}_{i+1}) \right] \quad (9)$$

轴段扭转弹性势能

$$E_i = \int q(x) dq(x) \quad (10)$$

根据拉格朗日方程可以建立第 i 段轴的运动方程

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \left[\frac{1}{3} (N_{i-1} \dot{q}_{i-1}^2 + 2N_{i-1} \dot{q}_i^2 + 2N_i \dot{q}_i^2 + N_i \dot{q}_{i+1}^2) + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{2} (I_{i-1} \dot{q}_{i-1}^2 + I_{i-1} \dot{q}_i^2 + I_i \dot{q}_i^2 + I_i \dot{q}_{i+1}^2) \right] + \\ &\quad k_{ui-1} (q_i - q_{i-1}) + k_{ui} (q_i - q_{i+1}) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

这就是整个轴系自由振动运动方程。当考虑集中质量上存在有阻尼, 并作用有简谐激励力矩 $T_i \sin(\omega_i t)$ 时, 系统强迫振动运动方程

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \left[\frac{1}{3} (N_{i-1} \dot{q}_{i-1}^2 + 2N_{i-1} \dot{q}_i^2 + 2N_i \dot{q}_i^2 + N_i \dot{q}_{i+1}^2) + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{2} (I_{i-1} \dot{q}_{i-1}^2 + I_{i-1} \dot{q}_i^2 + I_i \dot{q}_i^2 + I_i \dot{q}_{i+1}^2) \right] + \\ &\quad k_{ui-1} (q_i - q_{i-1}) + k_{ui} (q_i - q_{i+1}) + \\ &\quad \frac{1}{2} c_{jui} (\dot{q}_i - \dot{q}_{i-1}) = T_i \sin(\omega_i t) \end{aligned} \quad (12)$$

而当轴段处于轴向变形时, 可采取与上述相同的推导过程, 只不过将方程中的扭角 φ 换为位移 x , 转动惯量 J 换为质量 m , 由拉格朗日方程可以建立整个轴系的轴向自由振动方程

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \left[\frac{1}{3} (U_{i-1} \dot{x}_{i-1}^2 + 2U_{i-1} \dot{x}_i^2 + 2U_i \dot{x}_i^2 + U_i \dot{x}_{i+1}^2) + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{2} (m_{i-1} \dot{x}_{i-1}^2 + m_{i-1} \dot{x}_i^2 + m_i \dot{x}_i^2 + m_i \dot{x}_{i+1}^2) \right] + \\ &\quad k_{zi-1} (x_i - x_{i-1}) + k_{zi} (x_i - x_{i+1}) = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

式中, $U_i = r A_i l_i$, A_i 为断面面积。

当考虑集中质量上存在有阻尼, 并作用有简谐激励力 $F_i \sin(h_i t)$ 时, 系统强迫振动运动方程

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \left[\frac{1}{3} (U_{i-1} \dot{x}_{i-1}^2 + 2U_{i-1} \dot{x}_i^2 + 2U_i \dot{x}_i^2 + U_i \dot{x}_{i+1}^2) + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{2} (m_{i-1} \dot{x}_{i-1}^2 + m_{i-1} \dot{x}_i^2 + m_i \dot{x}_i^2 + m_i \dot{x}_{i+1}^2) \right] + \\ &\quad k_{zi-1} (x_i - x_{i-1}) + k_{zi} (x_i - x_{i+1}) + \\ &\quad \frac{1}{2} c_{jzi} (\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}) = F_i \sin(h_i t) \end{aligned} \quad (14)$$

以上便是系统在激励作用下的强迫振动方程。

2 内燃机曲轴模型及耦合方程的建立

2.1 内燃机曲轴模型的简化

首先要将实际发动机轴系简化为 n 段匀质轴段, 简化方法为以下五种。

(1) 主轴颈、曲柄销、曲柄臂和盘等分别以各自直径或当量直径简化到曲轴中心线上。

(2) 形心中心不在曲轴中心线的曲柄销和曲柄臂将其对曲轴中心的转动惯量集中到相应的轴段

中心。

(3) 往复质量作用在曲柄销上。

(4) 皮带轮、齿轮系和飞轮也作为一个集中质量作用于各自轴段。

(5) 每个集中质量有绝对阻尼(扭转减振器为扭转阻尼, 各缸阻尼包括气缸阻尼和承载油膜阻尼)。

因此将整个柴油机曲轴简化为 28 段圆轴。在轴系简化中应使轴系在简化前后的惯量分布和柔度特征保持不变, 因为这会影响轴系的振型变化问题, 同时, 轴系在简化前后的粗细相对关系保持不变。

2.2 耦合方程的建立

当曲柄扭转时, 由于曲柄臂的弯曲变形和曲柄销与主轴颈的中心线轴向收缩, 还会产生扭纵耦合振动, 如图 2 所示。

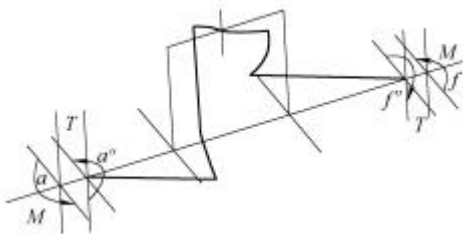


图 2 单位曲柄的扭转—纵向耦合变形

单位曲柄在正反向转矩的作用下, 在产生扭转变形的同时, 总要伴随着(或称为耦合)轴向的收缩。这种收缩是有两个方面造成的, 其一是曲柄销的挠曲变形; 其二是曲柄销扭转时产生的相对主轴线的

$$m = \begin{bmatrix} \frac{2N_i}{3} + \frac{I_i}{2} & 0 & \frac{N_i}{3} + \frac{I_i}{2} & 0 \\ 0 & \frac{2U_i}{3} + \frac{m_i}{2} & 0 & \frac{U_i}{3} + \frac{m_i}{2} \\ & & \frac{N_{i-1}}{3} + \frac{I_{i-1}}{2} & 0 & \frac{2(N_{i-1} + N_i)}{3} + \frac{I_{i-1} + I_i}{2} & 0 & \frac{N_i}{3} + \frac{I_i}{2} & 0 \\ & & 0 & \frac{U_{i-1}}{3} + \frac{m_{i-1}}{2} & 0 & \frac{2(U_{i-1} + U_i)}{3} + \frac{m_{i-1} + m_i}{2} & 0 & \frac{U_i}{3} + \frac{m_i}{2} \\ & & & & & & & \frac{N_n}{3} + \frac{I_n}{2} & 0 & \frac{2N_n}{3} + \frac{I_n}{2} & 0 \\ & & & & & & & 0 & \frac{U_n}{3} + \frac{m_n}{2} & 0 & \frac{2U_n}{3} + \frac{m_n}{2} \end{bmatrix}$$

$$k = \begin{bmatrix} k_{u1} & dk_{z1} & -k_{u1} & -d_1k_{z1} \\ d_1k_{z1} & k_{z1} & -d_1k_{z1} & -k_{z1} \\ & & -k_{u(i-1)} & -d_{i-1}k_{z(i-1)} & k_{u(i-1)} + k_{u(i)} & d_{i-1}k_{z(i-1)} + dk_{z(i)} & -k_{u(i)} & -d_ik_{z(i)} \\ & & -d_{i-1}k_{z(i-1)} & k_{z(i-1)} & d_{i-1}k_{z(i-1)} + dk_{z(i)} & k_{z(i-1)} + k_{z(i)} & -d_ik_{z(i)} & k_{z(i)} \\ & & & & & & & -k_{u(n)} & -d_nk_{z(n)} & k_{u(n)} & d_nk_{z(n)} \\ & & & & & & & -d_nk_{z(n)} & -k_{z(n)} & d_nk_{z(n)} & k_{z(n)} \end{bmatrix}$$

偏离。

在耦合振动状态下, 其耦合刚度可以表示为耦合系数与对应刚度的乘积, 设扭转纵向耦合系数为 d , 则扭纵耦合刚度为 dk_z ; 纵向扭转耦合系数为 $?$, 则纵扭耦合刚度为 k_u 。根据 Maxwell 定理, 有 $dk_a = k_u$ 。假设系统作用有简谐力矩, 对第 i 段写出其运动方程

$$\frac{1}{2} \left[\frac{1}{3} (N_{i-1} \ddot{q}_{i-1} + 2N_{i-1} \ddot{q}_i + 2N_i \ddot{q}_i + N_i \ddot{q}_{i+1}) + \frac{1}{2} (I_{i-1} \ddot{q}_{i-1} + I_{i-1} \ddot{q}_i + I_i \ddot{q}_i + I_i \ddot{q}_{i+1}) \right] + \frac{1}{2} c_{ju} (\dot{q}_i - \dot{q}_{i-1}) + k_{ui-1} (q_i - q_{i-1}) + k_{ui} (q_i - q_{i+1}) = T_i \sin(\omega t) + g_{i-1} k_{ui-1} (x_{i-1} - x_i) + g_i k_{ui} (x_{i+1} - x_i) \quad (15)$$

$$\frac{1}{2} \left[\frac{1}{3} (U_{i-1} \ddot{x}_{i-1} + 2U_{i-1} \ddot{x}_i + 2U_i \ddot{x}_i + U_i \ddot{x}_{i+1}) + \frac{1}{2} (m_{i-1} \ddot{x}_{i-1} + m_{i-1} \ddot{x}_i + m_i \ddot{x}_i + m_i \ddot{x}_{i+1}) \right] + \frac{1}{2} c_{zi} (\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}) + k_{zi-1} (x_i - x_{i-1}) + k_{zi} (x_i - x_{i+1}) = F_i \sin(h t) + d_{i-1} k_{zi-1} (q_{i-1} - q_i) + d_i k_{zi} (q_{i+1} - q_i) \quad (16)$$

表示成通用的矩阵形式

$$m \begin{bmatrix} M \\ \ddot{q}_i \\ \ddot{x}_i \\ M \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} M \\ \dot{q}_i \\ \dot{x}_i \\ M \end{bmatrix} + k \begin{bmatrix} M \\ q_i \\ x_i \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \\ T_i \sin(\omega t + f_i) \\ F_i \sin(h t + j_i) \\ M \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中

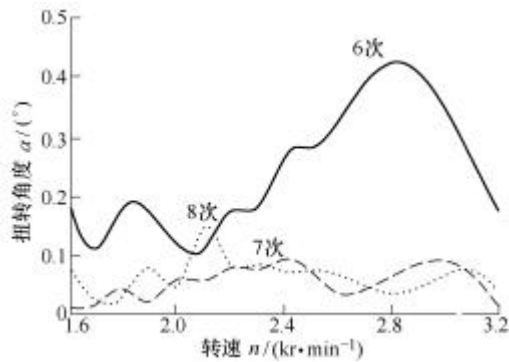


图4 实测的曲轴自由端扭转角位移

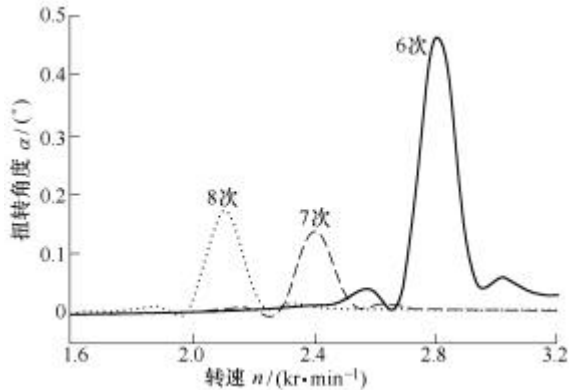


图5 计算得到的曲轴自由端扭转角位移

图6和7为实测的轴向位移和由计算所得扭纵耦合的轴向位移。

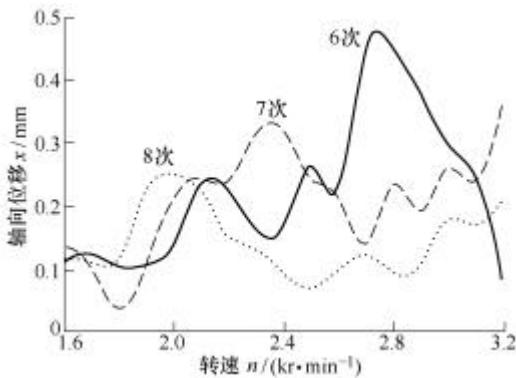


图6 实测的曲轴自由端轴向位移

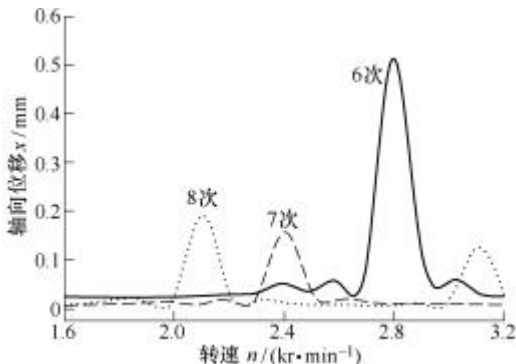


图7 计算得到的曲轴自由端扭纵耦合的轴向位移

从图6和7可以看出计算出的6谐次曲线的峰值转速点在2800 r/min左右，但实际测量的纵振在

一个较宽的转速范围内有较大的振幅，而且最大峰值出现在2700~2800 r/min附近，分析原因可能是由于弯曲振动导致的，同时测量误差也可能对此有部分贡献。从图中还可以看到7谐次和8谐次两条曲线都有一个峰值，但峰值大小却与计算不同，说明此谐次纵振可能部分是由扭振耦合产生的，而还有一部分是由弯振导致的。因此可以看出，后续工作中需要对纵向振动进行全面的分析。

从实测结果与计算结果的对比可以认为：发动机轴系存在强烈的扭纵耦合振动，所提出的计算模型能够很好地预测扭转导致的曲轴纵向振动。但同时也看出，要全面分析曲轴的纵向振动，必须将弯曲、扭转和纵向振动相结合，即进行曲轴的三维振动分析。

4 结论

对高速发动机曲轴扭纵耦合振动的瑞利法分析模型及其求解进行了研究。对比计算结果与试验结果，可以得到以下的结论。

- (1) 曲轴的纵向振动对整机的振动和噪声辐射有很重大的影响，为提高发动机的性能、降低整机噪声需要对轴向振动采取抑制措施。
- (2) 所提出的分析纵向振动的模型和计算方法合理可行，计算结果与实测结果吻合。

参 考 文 献

- [1] DOREY S F. Strength of marine engine shafting[J]. Trans. NEC. Instn., 1939, 55: 69-78.
- [2] POOLE. The Axial vibration of diesel engine crankshaft[J]. J. Mech. E., 1941, 146(4): 13-19.
- [3] DORT D V, VISSER N J. Crankshaft coupled free torsional-axial vibration of a ship's propulsion system[J]. I.S.P. 1963, 107(10): 50-57.
- [4] 许运秀. 船舶轴系纵向振动[M]. 北京: 人民交通出版社, 1985.
- [5] 李渤仲, 宋天相, 宋希庚. 活塞式发动机的轴系耦合振动问题(一)——扭转振动引起的轴向振动[J]. 内燃机学报, 1989, 7(1): 1-6.
- [6] 李渤仲, 宋天相, 宋希庚. 活塞式发动机的轴系耦合振动问题(二)——扭转轴向的升级连振[J]. 内燃机学报, 1990, 8(4): 317-322.
- [7] 宋希庚, 宋天相, 薛冬新, 等. 活塞式发动机的轴系耦合振动问题(三)——同频与倍频耦合计算方法[J]. 内燃机学报, 1994, 12(2): 115-120.