

DOI: 10.3901/JME.2009.08.125

基于非均匀有理 B 样条的空间凸轮设计*

孙树峰¹ 周以齐²

(1. 温州大学机电工程学院 温州 325035;
2. 山东大学机械工程学院 济南 250061)

摘要: 针对高速传动空间凸轮在使用过程中存在的平稳性降低、噪声增大、磨损加剧等问题, 提出一种新的基于非均匀有理 B 样条(Non-uniform rational B-splines, NURBS)的空间凸轮设计与加工技术, 利用 NURBS 曲线拟合修正正弦曲线构造从动件运动轨迹曲线, 利用单参数曲面族包络原理设计空间凸轮沟槽廓面, 借助数控机床的 NURBS 插补功能实现空间凸轮的高精度光滑加工。实践证明, NURBS 方法比常用的修正正弦方法设计得到的从动件运动规律曲线(包括位移、速度和加速度曲线)光滑性更好, NURBS 插补方法比常用的直线或圆弧插补方法加工得到的空间凸轮噪声更低。因此, 基于 NURBS 的空间凸轮设计方法简单易行, 用该方法制造的空间凸轮在高速传动时具有传动平稳、噪声低、使用寿命长等优点。

关键词: 空间凸轮 非均匀有理 B 样条 修正正弦曲线 插补

中图分类号: TH132.47

Design of Spatial Cam Based on Non-uniform Rational B-splines

SUN Shufeng¹ ZHOU Yiqi²

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering, Wenzhou University, Wenzhou 325035;
2. School of Mechanical Engineering, Shandong University, Jinan 250061)

Abstract: On the problem of lower stability, bigger noise, quicker wear of spatial cam during high speed transmission, a new technique of design and manufacturing of spatial cam based on non-uniform rational B-splines(NURBS) is proposed. To construct geometric locus of follower, NURBS is used to fit modified-sine curve. The theory of envelopes of one-parameter family of surfaces is used to determine the surface geometry of cylindrical cam profile. The spatial cam is machined on CNC machine with NURBS interpolation to obtain high precision and smoothness. It is verified that the motion curves (including curves of displacement, velocity and acceleration) of follower obtained by using NURBS is smoother than that obtained by widely used modified-sine method. The noise of spatial cam machined by NURBS interpolation method is lower than that of usually used linear or arc interpolation method. Therefore, the design method based on NURBS is simple and practicable. The spatial cam manufactured by using this method has the advantages of stable transmission, low noise, and long lifespan during high speed transmission.

Key words: Spatial cam Non-uniform rational B-splines Modified-sine curve Interpolation

0 前言

目前, 高速、高精度空间凸轮机构获得了广泛的应用, 如包装机械、冲压机械和印刷机械等工作频率已高达 1~3 千次/min。如此高的传动速度加重了从动件滚子与凸轮廓面的摩擦, 出现了传动不平稳、噪声增大和磨损加剧等一系列问题。造成这些

问题的原因是多方面的, 如驱动电机的速度波动、中心距偏差、凸轮质量偏心、较大的凸轮加工误差、廓面不光顺和不合理的从动件运动规迹等, 须要对这些因素进行分析研究。

从动件的运动规律曲线(包括位移、速度和加速度曲线)是影响空间凸轮机构性能的重要曲线, 因为圆柱凸轮沟槽轮廓曲面是由从动件的位移曲线及其导数决定的, 而压力角和主曲率也与所采用的从动件运动规律曲线有关。人们采用多种方法, 用于合成从动件运动规律曲线。HIROSHI^[1]提出了一组包

* 国家自然科学基金(50175063)和温州市科技计划(G20080028)资助项目。20080826 收到初稿, 20090223 收到修改稿

括修正正弦、修正梯形和修正等速的组合运动规律，是适合于中高速凸轮机构的优良从动件运动规律，得到了广泛的采用。HIROSHI 等^[1-4]详细论述了高速凸轮机构从动件大多采用多项式运动规律，并给出了多种多项式运动规律。葛正浩等^[5-7]提出了用样条函数构造凸轮机构的运动规律。孙树峰^[8-9]用 B 样条构造的从动件运动规律具有较好的适应性，可以方便地控制运动特性。殷国富等^[10]用单参数曲面族包络原理导出了空间凸轮机构轮廓参数计算式。张锦慧^[11]研究了凸轮与滚子间的间隙对输出动态特性的影响。贺炜等^[12]在考虑电动机特性、传动副间隙、阻尼、油膜挤压、构件弹性和负载特性后，对整个空间凸轮传动系统的非线性动力学进行了研究。

本文采用非均匀有理 B 样条 (Non-uniform rational B-splines, NURBS) 曲线对空间凸轮从动件运动规律曲线进行拟合设计，通过改变权因子的大小，可以在不改变运动约束的前提下优化从动件的运动规律曲线。根据优化的从动件运动规律曲线，用单参数曲面族包络原理设计空间凸轮沟槽廓面。在具有 NURBS 插补功能的五坐标联动加工中心上加工用 NURBS 方法设计的空间凸轮，与传统设计 (修正正弦) 和加工方法进行对比研究。通过测量空间凸轮机构不同转速下的噪声，来验证 NURBS 方法可以提高空间凸轮运动规律曲线和沟槽廓面设计、加工的光顺性。

1 圆锥滚子摆动从动件—圆柱凸轮机构模型的建立

为了研究空间凸轮机构的从动件运动规律，设计空间凸轮的沟槽廓面，首先建立一个空间凸轮机构模型。根据表 1 所示圆锥滚子摆动从动件—圆柱凸轮机构的尺寸和表 2 所示圆锥滚子摆动从动件运动约束参数，借助于 Cimatron E8.0 软件的 NURBS 功能^[13]，绘制圆锥滚子摆动从动件—圆柱凸轮机构的三维结构模型，如图 1 所示。

空间凸轮机构的工作原理为：圆柱凸轮转动推动沟槽中的圆锥滚子移动，同时圆锥滚子带动与其相连的杆件摆动。圆锥滚子摆动从动件在圆柱凸轮 $[\alpha_1, \alpha_2]$ 转角内是升程运动，用 R(Rise)表示，在 $[\alpha_2, \alpha_3]$ 转角内为停留状态，用 D(Dwell)表示，在 $[\alpha_3, \alpha_4]$ 转角内是回程运动，用 R(Return)表示，在 $[\alpha_4, \alpha_5]$ 转角内为停留状态，这就是空间凸轮机构应用比较广泛的停留—升程—停留、停留—回程—停留工作方式，

即 D—R—D 工作方式。

表 1 圆锥滚子摆动从动件—圆柱凸轮机构尺寸参数

| 圆锥滚子半角 $\alpha/(^\circ)$ | 圆锥滚子高度 δ_1/mm | xz 平面到滚子底面距离 μ/mm | 圆锥滚子最小半径 r_1/mm | 圆柱凸轮轴与摆轴间距离 a/mm | 从动件摆臂长 b/mm | 圆柱凸轮半径 r_2/mm | 圆柱凸轮长度 L/mm |
|--------------------------|-----------------------------|--------------------------------|--------------------------|---------------------------|----------------------|------------------------|----------------------|
| 15 | 20 | 75 | 16 | 86 | 86 | 110 | 160 |

表 2 圆锥滚子摆动从动件运动约束

| 圆柱凸轮转角 $\phi_2/(^\circ)$ | 从动件角位移 $\phi_1/(^\circ)$ |
|--------------------------|--------------------------|
| 0 | 0 |
| 85 | 30.79 |
| 255 | 30.79 |
| 340 | 0 |
| 360 | 0 |

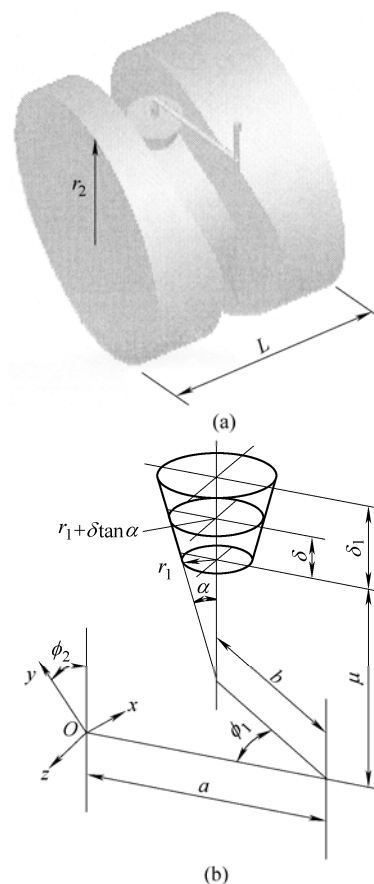


图 1 圆锥滚子摆动从动件—圆柱凸轮机构的结构

2 从动件运动规律曲线的构造

从动件角位移曲线对空间凸轮—从动件机构的性能起着很重要的作用，空间凸轮机构的运动学和动力学特性以及空间凸轮沟槽廓面，都是由从动件角位移曲线决定的。要想改善空间凸轮机构的运动学和动力学特性，构造合适的从动件角位移曲线非常重要。例如：为了减小冲量和惯性力，从动件

角位移曲线应尽可能拐点少、光滑，其速度和加速度曲线峰值要小；凸轮廓面的压力角和主曲率也与所使用的从动件角位移曲线的特性有关。

2.1 修正正弦法

目前，应用比较广泛的从动件角位移曲线是修正正弦曲线，如式(1)所示

$$\phi_1(\phi_2) = \begin{cases} h \left[\frac{\pi}{4+\pi} \frac{\phi_2}{\beta} - \frac{1}{4(4+\pi)} \sin\left(4\pi \frac{\phi_2}{\beta}\right) \right] & 0 \leq \phi_2 \leq \frac{\beta}{8} \\ h \left[\frac{2}{4+\pi} + \frac{\pi}{4+\pi} \frac{\phi_2}{\beta} - \frac{9}{4(4+\pi)} \sin\left(\frac{4\pi}{3} \frac{\phi_2}{\beta} + \frac{\pi}{3}\right) \right] & \frac{\beta}{8} \leq \phi_2 \leq \frac{7\beta}{8} \\ h \left[\frac{4}{4+\pi} + \frac{\pi}{4+\pi} \frac{\phi_2}{\beta} - \frac{1}{4(4+\pi)} \sin\left(4\pi \frac{\phi_2}{\beta}\right) \right] & \frac{7\beta}{8} \leq \phi_2 \leq \beta \end{cases} \quad (1)$$

式中， ϕ_1 是从动件角位移， ϕ_2 是圆柱凸轮转角， β 是圆锥滚子从动件经过其总角位移 h 时圆柱凸轮转过的角度。

2.2 NURBS 法

NURBS 在设计与插补自由型曲线曲面时显示了强大的威力，NURBS 曲线曲面具有精确度高、光顺性好等优点。利用 NURBS 曲线构造从动件角位移曲线可以表示为式(2)所示的分段有理多项式矢函数，为了满足圆锥滚子摆动从动件角速度和角加速度的动态约束要求，必须计算有理 B 样条的一阶导数和二阶导数，如式(3)、(4)所示

$$\phi_1(\phi_2) = \sum_{i=1}^n A_i R_{i,k}(\phi_2) \quad (2)$$

$$\phi_1'(\phi_2) = \sum_{i=1}^n A_i R_{i,k}'(\phi_2) \quad (3)$$

$$\phi_1''(\phi_2) = \sum_{i=1}^n A_i R_{i,k}''(\phi_2) \quad (4)$$

式中， ϕ_1 为从动件角位移， ϕ_1' 为从动件角速度， ϕ_1'' 为从动件角加速度， ϕ_2 为圆柱凸轮转角， n 等于从动件约束数目(等于有理 B 样条数目)， A_i 为常数， $R_{i,k}(\phi_2)$ 为 k 次有理 B 样条(度数= $k-1$)， $R_{i,k}'(\phi_2)$ 为 k 次有理 B 样条的一阶导数， $R_{i,k}''(\phi_2)$ 为 k 次有理 B 样条的二阶导数。

为了求得式(2)所示的插补方程，定义 k 次有理 B 样条 $R_{i,k}(\phi_2)$ 如式(5)所示

$$R_{i,k}(\phi_2) = \frac{w_i N_{i,k}(\phi_2)}{\sum_{i=1}^n w_i N_{i,k}(\phi_2)} \quad (5)$$

式中， $w_i(i=1,2,\dots,n)$ 称为权因子，取正值，分别与

控制顶点 $d_i(i=1,2,\dots,n)$ 相联系，控制顶点顺序连接形成控制多边形， $N_{i,k}(\phi_2)$ 是由节点矢量 $u=(u_0, u_1, \dots, u_{n+k+1})$ 决定的 k 次规范 B 样条基函数，可由递推式(6)求得

$$\begin{cases} N_{i,k}(\phi_2) = \frac{\phi_2 - u_i}{u_{i+k+1} - u_i} N_{i,k-1}(\phi_2) + \frac{u_{i+k} - \phi_2}{u_{i+k} - u_{i+1}} N_{i+1,k-1}(\phi_2) & k > 1 \\ N_{i,1}(\phi_2) = \begin{cases} 1 & u_i \leq \phi_2 < u_{i+1} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} & k = 1 \end{cases} \quad (6)$$

为了合成光滑连续的从动件运动规律曲线，必须选择合适的有理 B 样条次数。定义在凸轮转角 $k+1$ 个非降序节点序列范围内的 k 次有理 B 样条具有直到 $k-2$ 阶的连续导数，因此，要想使高阶导数连续，必须提高次数 k 。然而，当 B 样条的次数太高时，其速度和加速度曲线通常会出现较大的峰值，从这个角度来看，应该选择较低的次数。

如果式(5)中的权因子都等于 1，那么有理 B 样条就变成了非有理 B 样条。有理 B 样条提供了一种优化从动件运动规律的好方法，通过改变权因子的取值，可以同时改变速度和加速度的峰值，因此，有理 B 样条可以比非有理 B 样条获得更大的设计灵活性。

3 圆柱凸轮沟槽廓面的设计

假设圆柱凸轮静止不动，让圆锥滚子摆动从动件沿着所构造的从动件运动轨迹曲线转动一圈，则圆锥滚子廓面所包络出来的曲面就是圆柱凸轮沟槽的廓面。圆锥滚子结构参数如图 1b 所示，圆锥滚子的摆动轴线垂直于 xz 平面， x 轴沿着圆柱凸轮轴线和圆锥滚子摆动轴线的公法线方向，且其公法线长度为 a ， Q 为 x 轴与从动件摆动轴线的交点。 i, j, k 分别表示 x, y, z 轴的单位矢量。

根据单参数曲面族包络原理，在三维空间中，圆锥滚子曲面族矢函数可表示为式(7)所示

$$\begin{aligned} r=r(\theta, \delta, \phi_2) = & [a \cos \phi_2 + (\mu + \delta) \sin \phi_2 - b \cos \phi_1 \cos \phi_2 - (r_1 + \delta \tan \alpha) \cos \phi_2 \cos(\theta + \phi_1)]i + [-a \sin \phi_2 + (\mu + \delta) \cos \phi_2 + b \cos \phi_1 \sin \phi_2 + (r_1 + \delta \tan \alpha) \sin \phi_2 \times \\ & \cos(\theta + \phi_1)]j + [-b \sin \phi_1 - (r_1 + \delta \tan \alpha) \sin(\theta + \phi_1)]k \end{aligned} \quad (7)$$

式中， ϕ_2 是圆柱凸轮转角，为独立的曲面族参数， θ, δ 为某一特定曲面的参数，且 $0 \leq \theta \leq 2\pi$ 。

包络面同时也必须满足

$$\left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \theta} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \delta}\right) \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \phi_2} = 0 \quad (8)$$

式(8)具体可表示为

$$\begin{aligned} & [(r_1 + \delta \tan \alpha) \sin \phi_1 \sin \alpha + (\mu + \delta) \sin \phi_1 \cos \alpha + \\ & b\phi_1' \cos \alpha] \sin \theta + [-(r_1 + \delta \tan \alpha) \cos \phi_1 \sin \alpha - \\ & (\mu + \delta) \cos \phi_1 \cos \alpha] \cos \theta + (a - b \cos \phi_1) \sin \alpha = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

整理式(9)得

$$\theta = 2 \arctan \left(\frac{-A \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{C - B} \right) \quad (10)$$

式中

$$A = (r_1 + \delta \tan \alpha) \sin \phi_1 \sin \alpha + (\mu + \delta) \sin \phi_1 \cos \alpha + b\phi_1' \cos \alpha$$

$$B = -(r_1 + \delta \tan \alpha) \cos \phi_1 \sin \alpha - (\mu + \delta) \cos \phi_1 \cos \alpha$$

$$C = (a - b \cos \phi_1) \sin \alpha$$

将式(10)代入式(9), 消去 θ 即可得到圆柱凸轮沟槽廓面, 式(10)中的 θ 有两个值, 分别生成圆柱凸轮沟槽的两侧廓面。令从动件圆锥滚子的锥顶半角 $\alpha=0$, 进而可求得圆柱滚子从动件—圆柱凸轮机构。

4 应用实例

下面用具体实例来说明 NURBS 方法的可行性与有效性。根据表 1 中的尺寸参数和表 2 中的运动约束, 所建立的圆锥滚子摆动从动件—圆柱凸轮机构模型如图 1 所示。圆锥滚子摆动从动件在圆柱凸轮转角 $[0^\circ, 85^\circ]$ 内是升程运动, 在 $[255^\circ, 340^\circ]$ 转角内是回程运动, 圆锥滚子摆动从动件在这两个转角区域内的摆动幅度为 30.79° , 其他转角范围内为停留状态。

4.1 修正正弦从动件运动规律曲线

在满足表 1、2 参数的前提下, 首先用修正正弦方法合成从动件的运动规律, 修正正弦位移曲线方程如式(1)所示, 对式(1)求一阶导数和二阶导数分别得到修正正弦角速度和角加速度曲线。停留—升程—停留工作方式的修正正弦角位移、角速度和角加速度曲线分别如图 2a~2c 曲线 1 所示。停留—回程—停留工作方式的修正正弦角位移、角速度和角加速度曲线同样可用式(1)及其导数求得。

4.2 NURBS 从动件运动规律曲线

用式(2)~(6)构造满足表 1、2 参数的 NURBS 从动件角位移、角速度和角加速度曲线分别如图 2a~2c 曲线 2 所示, 对比图中两种方法得到的从动件运动规律曲线的光顺性, 可以看出 NURBS 方法

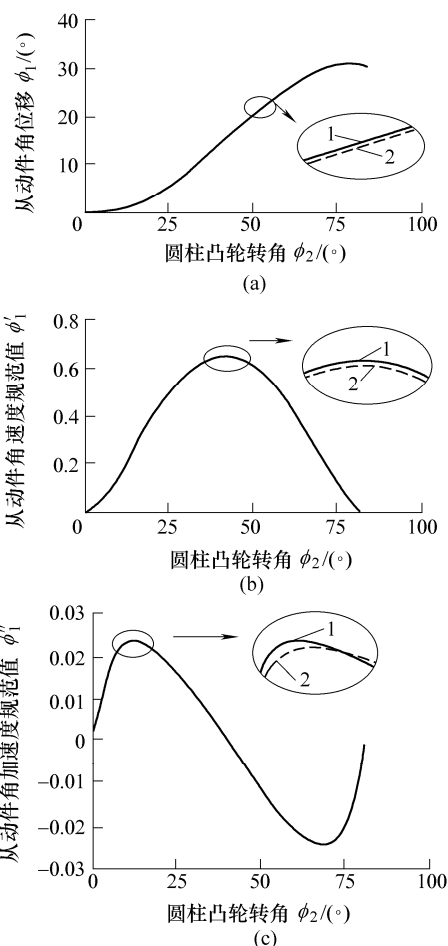


图 2 圆锥滚子从动件运动规律曲线

比修正正弦方法好。

在半径 $r_1=110 \text{ mm}$ 的圆柱面上, 假设圆柱凸轮静止不动, 让圆锥滚子沿着优化后的 NURBS 从动件运动轨迹曲线转动一圈, 借助 Cimatron E8.0 软件的 NURBS 功能^[13], 绘制圆锥滚子中心的运动轨迹如图 3 所示。同时, 圆锥滚子廓面所包络出来的空间曲面就是圆柱凸轮沟槽廓面, 如图 1a 所示。

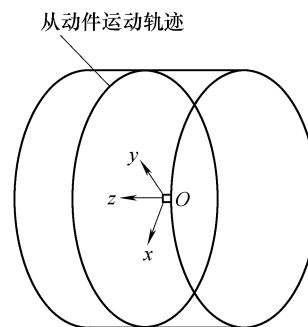


图 3 从动滚子中心运动轨迹

4.3 试验验证

将用 NURBS 设计的空间凸轮在具有 NURBS 插补功能的五坐标联动加工中心上加工。为便于比较, 将用修正正弦曲线设计的空间凸轮在具有直线和圆弧插补功能的五坐标联动加工中心上加工^[14]。

对二者在不同转速时的噪声进行测试, 结果如表 3 所示。在相同转速下, NURBS 方法设计加工得到的空间凸轮噪声比修正正弦方法小, 转速越高差别越大。

表 3 不同转速的噪声测试值 dB(A)

| 圆柱凸轮转速 $n/(kr \cdot \min^{-1})$ | NURBS 方法 | 修正正弦方法 |
|---------------------------------|----------|--------|
| 1.0 | 36.7 | 37.1 |
| 1.5 | 37.1 | 38.9 |
| 2.0 | 38.9 | 42.3 |
| 2.5 | 41.6 | 44.4 |
| 3.0 | 43.2 | 48.5 |

5 结论

(1) 利用 NURBS 可以构造光滑的从动件运动规律曲线(包括位移、速度和加速度曲线), 从动件沿着所构造的 NURBS 运动规律曲线运动, 可以包络生成光滑的 NURBS 沟槽廓面。

(2) 借助于五轴联动加工中心的 NURBS 插补功能, 加工出的空间凸轮光滑性好, 表现在高速传动平稳、噪声低、使用寿命长。

(3) 通过测量不同转速下空间凸轮机构传动时的噪声, 验证了用 NURBS 方法设计和加工出的空间凸轮比用修正正弦方法设计、直线和圆弧插补加工出的空间凸轮噪声小。这表明 NURBS 为设计、加工高速传动空间凸轮机构开辟了一条新途径。

参 考 文 献

- [1] 牧野·洋. 自动机械机构学[M]. 北京: 科学出版社, 1980.
HIROSHI Makino. Mechanisms of automatic machinery [M]. Beijing: Science Press, 1980.
- [2] 彭国勋, 肖正扬. 自动机械的凸轮机构设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 1990.
PENG Guoxun, XIAO Zhengyang. Design of cam mechanisms of automatic machinery[M]. Beijing: China Machine Press, 1990.
- [3] CHEN F Y. Mechanics and design of cam mechanisms [M]. New York: Pergamon Press, 1982.
- [4] TESAR D, MATHEW G K. The dynamic synthesis analysis and design of modeled cam system[M]. Massachusetts: Lexington Books, 1976.
- [5] 葛正浩, 冯涛, 彭国勋. 可以任意增加局部控制条件的凸轮机构通用多项式运动规律[J]. 机械科学与技术, 1998, 17(6): 986-987.
GE Zhenghao, FENG Tao, PENG Guoxun. General polynomial motion law with arbitrarily added local control conditions[J]. Mechanical Science and Technology, 1998, 17(6): 986-987.
- [6] TSAY D M, HUEY Jr C O. Cam motion synthesis using spline function[J]. Trans. ASME, Journal of Mech., Trans. Auto. in Des., 1988, 110(2): 161-165.
- [7] YOON K, RAO S S. Cam motion synthesis using cubic spline[J]. Trans. ASME, Journal of Mech. Des., 1993, 115(3): 441-446.
- [8] 孙树峰. 基于 B 样条的空间凸轮设计及加工技术研究[D]. 济南: 山东大学, 2004.
SUN Shufeng. Research on the technic of design and manufacturing of spatial cam based on B-Splines[D]. Jinan: Shandong University, 2004.
- [9] 孙树峰. B 样条在弧面分度凸轮设计与制造中的应用[J]. 兰州理工大学学报, 2006, 32(1): 45-48.
SUN Shufeng. Application of B-spline in designing and manufacturing of arcuated indexing cam[J]. Journal of Lanzhou University of Technology, 2006, 32(1): 45-48.
- [10] 殷国富, 李俭. 应用单参数曲面族包络面理论计算和分析空间凸轮机构[J]. 四川联合大学学报, 1999, 3(1): 59-65, 71.
YIN Guofu, LI Jian. Applying the theory of envelopes for a 1-parameter family of surfaces to analyze spatial cam mechanisms[J]. Journal of Sichuan University, 1999, 3(1): 59-65, 71.
- [11] 张锦慧. 滚齿凸轮机构动态特性分析与研究[D]. 天津: 天津大学, 1987.
ZHANG Jinhui. Research and analysis of dynamic characteristics of toothed cam mechanisms[D]. Tianjin: Tianjin University, 1987.
- [12] 贺炜, 彭国勋, 胡亚平, 等. 弧面分度凸轮机构传动系统非线性动力学特性研究[J]. 机械工程学报, 2000, 36(11): 33-38.
HE Wei, PENG Guoxun, HU Yaping, et al. Research on nonlinear dynamic characteristics of the transmission system for roller gear cam indexing mechanisms[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2000, 36(11): 33-38.
- [13] 孙树峰, 王波, 王萍萍. Cimatron E8.0 中文版产品设计案例实践[M]. 北京: 清华大学出版社, 2008.
SUN Shufeng, WANG Bo, WANG Pingping. Case practice of products design with chinese version of Cimatron E8.0[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008.
- [14] 孙树峰, 王萍萍, 孙术彬. Cimatron E8.0 模具设计与数控加工案例实践[M]. 北京: 清华大学出版社, 2008.
SUN Shufeng, WANG Pingping, SUN Shubin. Case practice of mold design and NC machining with Cimatron E8.0[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008.

作者简介: 孙树峰, 男, 1968 年出生, 讲师。主要研究方向为精密、超精密加工技术, CAD/CAM 技术。

E-mail: shufeng2001@163.com