

行星轮系传动效率与自锁分析的新方法*

林建德

(立德管理学院信资讯播学系应用资讯研究所 台南 82101)

陈小安

(重庆大学机械传动国家重点实验室 重庆 400044)

摘要: 应用轮系的复铰图画表示法与基本回路方法,以2K-H轮系为例进行系统化的传动比、传动效率与自锁的分析,以作为2K-H轮系分析与设计的依据。首先,导入复铰运动链图画表示法,以有效地表示2K-H轮系;接着,以此图画表示法与基本回路方法推导在各种运动情况下2K-H轮系的传动比与传动效率方程式;最后,讨论了2K-H轮系传动效率与自锁的关系。

关键词: 2K-H轮系 传动比 传动效率 自锁

中图分类号: TH132

0 前言

轮系,特别是行星轮系,在机械传动系统中的应用很广泛,其机械效率是评估轮系对能量有效利用程度的一项重要指标。因此,在轮系分析与设计过程中,求解其传动比与传动效率,便成为学者专家研究的主题之一。

早期有关轮系传动效率的研究,都是以简单的K-H轮系(轮系中有一个中心轮及一个行星架)为主。1982年R.J.J.Willis^[1]首先提出简单K-H轮系的运动、力矩与传动效率方程式。1990年E.Pennestri与F.Freudenstein^[2]利用图论的基本回路方法,讨论基本齿轮系的功率流,并提出一种轮系的传动效率分析方法,但此方法在应用上,需以人为方式判断功率传递方程式,容易发生错误。1991年两角宗晴与岸佐年^[3]讨论了K-H简单轮系及其各种变异构造的运动、力矩与传动效率的问题,并列出了相应的方程式。1993年K.T.Lam^[4]提出复铰图画表示法有效地表示轮系的运动构造,并发展一种系统化的基本回路决定方法。综合过去的研究可知^[1-9],应用图论于轮系运动构造之研究是一种较系统化的理论,可以协助进行复杂轮系之设计工作。

2K-H轮系是行星齿轮传动中一种较为普遍的类型,很多复杂轮系都是由这种轮系组合叠加而成,故其运动与传动效率的分析研究一直是行星轮系研究的重点,图1所示为一个2K-H轮系的典型构造。

由于轮系中有两个中心轮及一个行星架,故被命名为2K-H轮系。

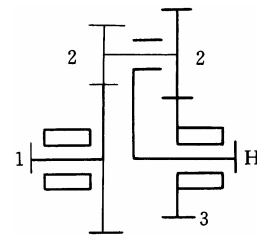


图1 2K-H轮系的典型构造

应用轮系的复铰图画表示法与基本回路方法,对2K-H轮系进行系统化的传动比与传动效率分析,以作为2K-H轮系分析与设计的依据。

1 2K-H轮系之传动比

1.1 轮系之运动图画

有关齿轮系分析与设计的研究,主要的关键问题是缺乏一个有效的系统化构造表示方法。根据K.T.Lam的研究^[4],轮系的构造可以一复铰运动图画表示,而轮系与其运动图画间具有一对一的对应性,故运动图画可以完全表示轮系的拓扑与运动构造。轮系的图画表示法定义为:轮系中各构件转换为图画中的点;轮系中单铰回转副转换为图画中的实线边;轮系中齿轮副转换为图画中的虚线边;轮系中位于同一回转轴位置的回转副转换为图画中的接头多边形。如图1所示轮系,将构件1,2,3与H分别转换为图画中的点1,2,3与H;连接构件2与H间的回转副转换为图画中连接点2与H的实线边;齿轮副1-2与2-3分别转换为图画中连接点1

* 机械传动国家重点实验室访问学者基金资助。20031017 收到初稿, 20040410 收到修改稿

与 2 及点 2 与 3 的虚线边; 连接构件 1, 3 与 H 间的两个回转副位在同一回转轴位置, 为一复铰, 故转换为图画中连接点 1, 3 与 H 的三点复铰多边形, 转换后的运动图画如图 2 所示。

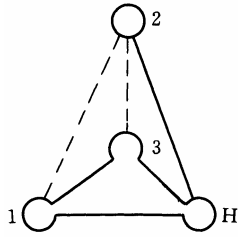


图 2 2K-H 轮系的运动图画

1.2 2K-H 轮系之运动方程式

如图 2, 由轮系的运动图画可知, 轮系有两个基本回路, 分别为 1-2-H 及 2-3-H, 两个基本回路的转换点均为 H。由此, 可得对应两基本回路的运动方程式

$$\omega_2 - r_{21}\omega_1 + (r_{21} - 1)\omega_H = 0 \quad (1)$$

$$\omega_2 - r_{23}\omega_3 + (r_{23} - 1)\omega_H = 0 \quad (2)$$

式中, $r_{21} = \pm \frac{z_1}{z_2}$, $r_{23} = \pm \frac{z_3}{z_2}$; z_i 为齿轮 i 的齿数;

正号为内啮合齿轮副; 负号为外啮合齿轮副。将上二式整理并消去 ω_2 , 可得

$$r_{21}\omega_1 - r_{23}\omega_3 + (r_{23} - r_{21})\omega_H = 0 \quad (3)$$

如图 1, 在 2K-H 轮系中, 选择不同的原动件时, 轮系有两种功率传递况: ① 原动件齿轮 1 将功率传递到行星架 H。② 原动件行星架 H 将功率传递到齿轮 1。两种情况下齿轮 3 均为固定架构件, 实际上齿轮 1 与齿轮 3 具有运动对称性。因此, 可得 2K-H 轮系的传动比为

$$i_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - x$$

$$\text{齿轮 1 将功率传递到行星架 H} \quad (4)$$

$$i_{H1} = \frac{\omega_H}{\omega_1} = \frac{1}{1 - x}$$

$$\text{行星架 H 将功率传递到齿轮 1} \quad (5)$$

式中, $x = \frac{r_{23}}{r_{21}}$; 显然有 $x \neq 0$ 及 $x \neq 1$, 考虑图 1 之

2K-H 轮系有 $x > 0$ 。同时, 可得行星轮 2 的转速 ω_2 为

$$\omega_2 = (1 - r_{23})\omega_H \quad (6)$$

2 2K-H 轮系之传动效率

2.1 轮系之基本力矩方程式

对于一个含有一对齿轮 i-j 及一个行星架 k 的基本轮系, 三个构件力矩 T_i , T_j 与 T_k 的平衡方程式

可写成

$$T_i + T_j + T_k = 0 \quad (7)$$

由能量守恒原理可知, 基本轮系三个构件的功率 P_i , P_j 与 P_k 及损耗功率 P_f 的总和为零, 即

$$P_i + P_j + P_k + P_f = 0 \quad (8a)$$

$$\omega_i T_i + \omega_j T_j + \omega_k T_k + P_f = 0 \quad (8b)$$

式中, 损耗功率 P_f 是轮系转换为定轴轮系时(将基本轮系中行星架 k 固定), 由齿轮副啮合所产生的啮合损耗, 即

$$P_f = -T_i(\omega_i - \omega_k)(1 - \eta_{ij}) \quad (9)$$

转换定轴轮系时齿轮 i 为原动件

$$\text{及} \quad P_f = -T_j(\omega_j - \omega_k)(1 - \eta_{ij}) \quad (10)$$

转换定轴轮系时齿轮 j 为原动件

式中, η_{ij} 为齿轮副 i-j 的定轴啮合效率。将式(9)与式(10)分别代入式(8)中, 可得到

$$T_i r_{ij} \eta_{ij} + T_j = 0$$

转换定轴轮系时齿轮 i 为原动件

$$\text{及} \quad T_i r_{ij} + T_j \eta_{ij} = 0$$

转换定轴轮系时齿轮 j 为原动件

$$\text{将上面二式写成单一形式} \quad T_i r_{ij} + T_j \eta_{ij}^c = 0 \quad (13)$$

式中, 基本回路系数 $c = \text{sgn}[T_j(\omega_j - \omega_k)]$; $\text{sgn}[\bullet]$ 为符号函数, 即 $[\bullet] > 0$ 时, $\text{sgn}[\bullet] = 1$; 否则 $\text{sgn}[\bullet] = -1$ 。

2.2 2K-H 轮系之力矩分析

根据以上结果, 图 1 中 2K-H 轮系基本回路 1-2-H 及 2-3-H 所对的基本力矩方程式组分别为

$$T_{1(1)} + T_{2(1)} + T_{H(1)} = 0 \quad (14)$$

$$T_{2(1)} r_{21} + T_{1(1)} \eta_{21}^c = 0 \quad (15)$$

$$T_{2(2)} + T_{3(2)} + T_{H(2)} = 0 \quad (16)$$

$$T_{2(2)} r_{23} + T_{3(2)} \eta_{23}^c = 0 \quad (17)$$

式中, 力矩符号下标括号内数是表示基本回路的编号; η_{21} 与 η_{23} 分别为齿轮副 1-2 与 2-3 的定轴啮合效率; 基本回路系数 c_1 与 c_2 分别为

$$c_1 = \text{sgn}[T_{1(1)}(\omega_1 - \omega_H)] \quad (18)$$

$$c_2 = \text{sgn}[T_{3(2)}(\omega_3 - \omega_H)] \quad (19)$$

齿轮 3 为固定构件, 齿轮 1 与行星架 H 分别为输入与输出构件, 三个构件力矩 T_3 , T_1 与 T_H 的平衡方程式为

$$T_3 + T_1 + T_H = 0 \quad (20)$$

轮系内各构件的内力矩平衡, 故有

$$T_1 = T_{1(1)} \quad (21)$$

$$T_2 = 0 = T_{2(1)} + T_{2(2)} \quad (22)$$

$$T_3 = T_{3(2)} \quad (23)$$

$$T_H = T_{H(1)} + T_{H(2)} \quad (24)$$

由式(15)、式(17)、式(21)与式(23)可得齿轮3与齿轮1的力矩关系式

$$T_1 \left(x \frac{\eta_{21}^{c_1}}{\eta_{23}^{c_2}} \right) + T_3 = 0 \quad (25)$$

再将式(20)代入上式中, 可得齿轮1与行星架H的力矩关系式

$$T_1 \left(x \frac{\eta_{21}^{c_1}}{\eta_{23}^{c_2}} - 1 \right) - T_H = 0 \quad (26)$$

2.3 2K-H 轮系之基本回路系数分析

分析式(25)与式(26)可知, 基本回路系数 c_1 与 c_2 是影响构件间力矩关系变化的主要成分。由式(4)可得

$$\omega_1 - \omega_H = \omega_1 - \left(\frac{1}{1-x} \right) \omega_1 = \frac{x}{x-1} \omega_1 \quad (27)$$

$$\omega_3 - \omega_H = 0 - \left(\frac{1}{1-x} \right) \omega_1 = \frac{1}{x-1} \omega_1 \quad (28)$$

将上述结果及式(25)分别代入式(18)与式(19)中, 可得

$$c_1 = \operatorname{sgn} \left[T_1 \omega_1 x \frac{1}{x-1} \right] \quad (29)$$

$$c_2 = \operatorname{sgn} \left[-T_1 \omega_1 x \frac{\eta_{21}^{c_1}}{\eta_{23}^{c_2}} \frac{1}{x-1} \right] \quad (30)$$

若齿轮1为输入构件, 则 $\omega_1 T_1 > 0$; 又 $x > 0$ 及

$\frac{\eta_{21}^{c_1}}{\eta_{23}^{c_2}} > 0$, 故式(29)与式(30)可写成

$$c_1 = \operatorname{sgn} \left[\frac{1}{x-1} \right] \quad (31)$$

$$c_2 = \operatorname{sgn} \left[-\frac{1}{x-1} \right] \quad (32)$$

图3a与b分别绘出在 $x > 0$ 时, 基本回路系数 c_1 与 c_2 的变化。显然, 当 $1 > x > 0$ 时, $c_1 = -1$ 及 $c_2 = 1$; 当 $x > 1$ 时, $c_1 = 1$ 及 $c_2 = -1$ 。

若齿轮1为输出构件, 则 $\omega_1 T_1 < 0$; 又 $x > 0$ 及 $\frac{\eta_{21}^{c_1}}{\eta_{23}^{c_2}} > 0$, 故式(29)与式(30)可写成

$$c_1 = \operatorname{sgn} \left[-\frac{1}{x-1} \right] \quad (33)$$

$$c_2 = \operatorname{sgn} \left[\frac{1}{x-1} \right] \quad (34)$$

图4a与b分别绘出在 $x > 0$ 时, 基本回路系数 c_1 与 c_2 的变化。显然, 当 $1 > x > 0$ 时, $c_1 = 1$ 及 $c_2 = -1$; 当 $x > 1$ 时, $c_1 = -1$ 及 $c_2 = 1$ 。

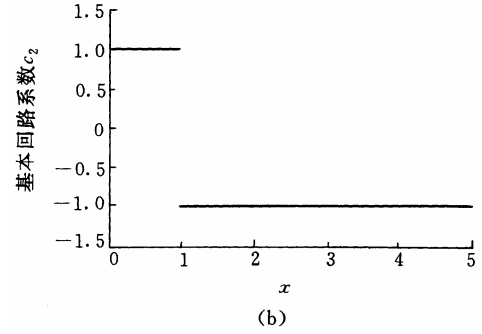
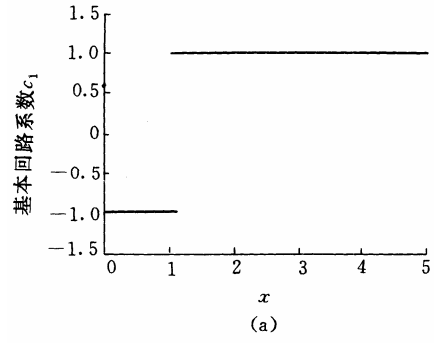


图3 基本回路系数 c_1 与 c_2 的变化

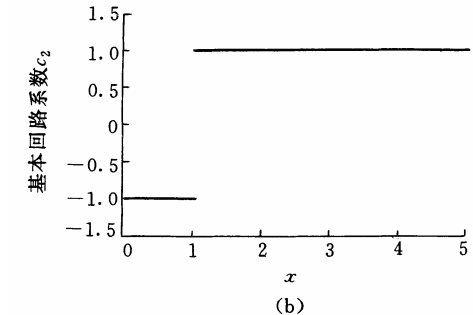
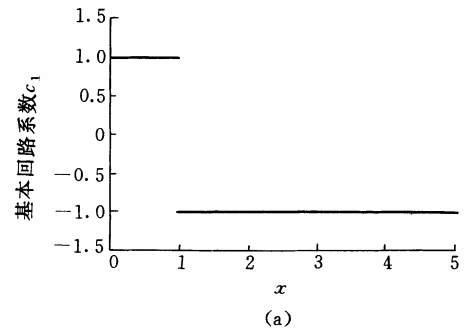


图4 基本回路系数 c_1 与 c_2 的变化

2.4 2K-H 轮系之传动效率分析

轮系的传动效率 η_{sys} 是表示其输出功率 P_{out} 与输入功率 P_{in} 之比值, 即

$$\eta_{\text{sys}} = \frac{-P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \quad (35)$$

式中, 负号是因为轮输出功率恒为负值。

由式(35)可知, 若 2K-H 轮系以齿轮3为固定构件、齿轮1为输入构件、行星架H为输出构件, 则其传动效率 η_{1H} 为

$$\eta_{1H} = \frac{-P_H}{P_1} = -\frac{\omega_H T_H}{\omega_1 T_1} \quad (36)$$

将式(4)与式(26)代入上式中可得

$$\eta_{\text{H}} = \left(1 - x \frac{\eta_{21}^{c_1}}{\eta_{23}^{c_2}}\right) \left(\frac{1}{1-x}\right) \quad (37)$$

由前面的分析可知,当 $1 > x > 0$ 时, $c_1 = -1$ 及 $c_2 = 1$,代入上式可得

$$\eta_{\text{H}} = \left(1 - x \frac{1}{\eta_{21}\eta_{23}}\right) \left(\frac{1}{1-x}\right) \quad (38)$$

当 $x > 1$ 时, $c_1 = 1$ 及 $c_2 = -1$,代入式(37)可得

$$\eta_{\text{H}} = (1 - x\eta_{21}\eta_{23}) \left(\frac{1}{1-x}\right) \quad (39)$$

图5绘出2K-H轮系在 $x > 0$,且 $\eta_{21} = 0.9$ 与 $\eta_{23} = 0.9$ 时,以齿轮1为输入构件的传动效率变化曲线。由图5分析可知,在 $\frac{1}{\eta_{21}\eta_{23}} \geq x \geq \eta_{21}\eta_{23}$ 的范围内(即 $1.24 \geq x \geq 0.81$),轮系的效率 $\eta_{\text{H}} < 0$,轮系发生无法转动的自锁现象。

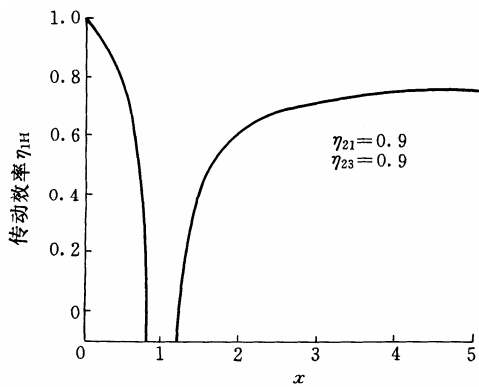


图5 2K-H轮系传动效率 η_{H} 的变化曲线

同理,若2K-H轮系以齿轮3为固定构件、齿轮1为输出构件、行星架H为输入构件,且当 $1 > x > 0$ 时, $c_1 = 1$ 及 $c_2 = -1$,则轮系传动效率 η_{H} 为

$$\eta_{\text{H}} = (1-x) \left(\frac{1}{1-x\eta_{21}\eta_{23}}\right) \quad (40)$$

当 $x > 1$ 时, $c_1 = -1$ 及 $c_2 = 1$,则轮系传动效率 η_{H} 为

$$\eta_{\text{H}} = (1-x) \left(\frac{1}{1-x \frac{1}{\eta_{21}\eta_{23}}}\right) \quad (41)$$

图6绘出2K-H轮系在 $x > 0$,且 $\eta_{21} = 0.9$ 与 $\eta_{23} = 0.9$ 时,以齿轮1为输出构件的传动效率变化曲线。由图6分析可知,在接近 $x = 1$ 的范围内,轮系的效率 η_{H} 很低,此种轮系适用范围很窄。

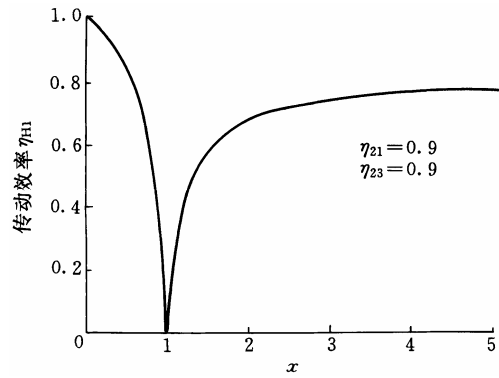


图6 2K-H轮系传动效率 η_{H} 的变化曲线

3 实例

以应用于大传动比减速机^[5]中的2K-H轮系为例,其中各齿轮的齿数分别为 $z_1 = 100$, $z_2 = 101$, $z_2' = 100$ 与 $z_3 = 99$,各对齿轮之定轴啮合效率 $\eta_{21} = 0.9$ 与 $\eta_{23} = 0.9$,求原动件分别为齿轮1与行星架H时,轮系的传动比与传动效率。

(1) 传动比

$$\text{因 } r_{21} = -\frac{z_1}{z_2} = -\frac{100}{101}$$

$$r_{23} = -\frac{z_3}{z_2'} = -\frac{99}{100}$$

故 $x = 0.9999$ 。由式(4)与式(5)可得到以齿轮1与行星架H为原动件时,轮系的传动比分别为

$$i_{\text{H}} = 1 - x = 0.0001$$

$$i_{\text{H}} = \frac{1}{1-x} = 10000$$

(2) 传动效率

① 因 $x = 0.9999$, $i_{\text{H}} = 0.0001$ 。由式(38)可得,以齿轮1为原动件时,轮系的传动效率为 $\eta_{\text{H}} = -2344.44 < 0$,轮系发生自锁。② 因 $x = 0.9999$, $i_{\text{H}} = 10000$ 。由式(40)可得,以齿轮H为原动件时,轮系的传动效率为 $\eta_{\text{H}} = 0.00053 \approx 0.05\%$,轮系的传动比大,但传动效率极低,适用范围很窄。

4 结论

图论一直是研究运动链构造学的有效数学工具,但应用传统图论方法进行轮系分析与设计的研究仍存在一些难以解决的问题。推导复铰图画表示法,有效地表示了2K-H轮系的拓扑与运动构造。

(1) 复铰图画表示法为基础,提出一种2K-H轮系图画表示法,有效地表示轮系的拓扑构造与运动构造。

(2) 应用所提出的 2K-H 轮系图画表示法及图画的基本回路方法, 推导得到 2K-H 轮系在各种运动情况下的传动比一般式。

(3) 根据基本回路叠加方法, 并引入力矩平衡与能量守恒原理, 推导得 2K-H 轮系的力矩平衡方程式, 进而得到 2K-H 轮系在各种运动情况下的传动效率一般式。

(4) 应用 2K-H 轮系图画与基本回路方法, 实际进行 2K-H 轮系的传动比、传动效率与自锁分析, 较传统方法更具有系统性。

参 考 文 献

- Willis R J J. On the kinematic of the closed Epicyclic Differential Gears. ASME Transactions, Journal of Mechanical Design, 1982, 104(3): 365~374
- Pennestri E, Freudenstein F. The mechanical efficiency of epicyclic gear trains. In: ASME Proceedings: Cam, Gear, Robot and Mechanisms Design, Chicago, Illinois, DE-1990, 26: 71~79
- 两角宗晴, 岸佐年. 螺旋曲面, 行星、差动齿轮传动. 上海: 华东化工学院机械工程系内部文献, 1990
- Lam K T. An application of new graph theory to the design of the kinematic structure of planetary gear trains: [PhD Dissertation]. Kaohsiung Taiwan: National Sun Yat-Sen University, 1993
- Buchsbaum F, Freudenstein F. Synthesis of kinematic structure of geared kinematic chains and other mechanisms. Journal of Mechanisms, 1970, 5(2): 357~392
- Freudenstein F. An application of boolean algebra to the motion of epicyclic drives. ASME Transactions, Journal of Engineering for Industry, 1971, 93B(2): 176~182
- Freudenstein F, Yang A T. Kinematics and statics of a coupled spur-gear train. Mechanism and Machine Theory, 1972, 7(3): 263~275
- Muller H W. Epicyclic Drive Trains – Analysis, Synthesis and Applications. Detroit: Wayne Stat University Press, 1982
- Tsai L W. An algorithm for kinematic analysis of epicyclic gear trains. In: Proceedings of the 9th Applied Mechanisms Conference, Kansas City, Missouri, 1982, 1: 1~5
- Yu D, Beachley N. On the mechanical efficiency of differential gearing. ASME Transactions, Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, 1985, 107(1): 61~67
- 张少名. 行星传动. 西安: 陕西科学技术出版社, 1988
- 符炜, 肖波, 谢英. 一种计算周转轮系传动比的新方法. 湘潭大学自然科学学报, 1999(1): 102~104
- 王述彦, 行星轮系效率及自锁分析. 机械科学与技术, 2000, 19(1): 60~61

SIMPLIFIED APPROACH FOR THE DETERMINATION OF THE MECHANICAL EFFICIENCY IN GEAR TRAINS

Lin Jiande

*(Department of Information Communication,
Leader University, Tainan 82101)*

Chen Xiaoran

*(The State Key Laboratory of Mechanical
Transmission, Chongqing University,
Chongqing 400044)*

Abstract: 2K-H gear trains are the important aid units in the transmission systems. A systematic method has been presented for the determination of mechanical efficiency of 2K-H gear trains. The method is based on graph theory and the methodology of fundamental circuits for gear trains. First, based on the basic theory of the graph representation of gear trains, the kinematics of the 2K-H gear trains is analyzed. Then, the equations of the mechanical efficiency of 2K-H gear trains constructed. Finally, the mechanical efficiency and the self-lock property of 2K-H gear trains are discussed. The results of this work are used as a tool to design the 2K-H gear trains.

Key words: 2K-H gear trains Speed-ratio

Mechanical efficiency Self-lock

作者简介: 林建德, 男, 1965 年出生, 博士, 副教授。主要研究方向为机械设计与控制工程。发表论文近 20 篇。

E-mail: xachen@cqu.edu.cn