

冗余结构系统共因失效相关性分析及概率预测*

周金宇 谢里阳 王学敏

(东北大学机械工程与自动化学院 沈阳 110004)

摘要：通过分析冗余结构系统环境载荷和元件强度分散度对系统各失效模式之间相关程度的不同影响，阐明了元件强度变量相互独立时冗余系统共因失效的发生机理，揭示了共因失效这种系统失效相关性的最基本原因。通过系统 1、2 重失效概率近似表达了系统各重失效概率的下限，并在此基础上建立考虑共因失效的冗余结构系统概率预测模型，利用 JC 方法的分析结果近似预测单位时段冗余系统的失效概率。

关键词：共因失效 结构系统 可靠性 失效相关 JC 方法

中图分类号：TH 122 TB114.3

0 前言

共因失效(即 Common cause failure, 以下简称 CCF)是一种源于某种共同原因的多重失效, 这种失效增大了元件的联合失效概率, 降低了系统的可靠度。事实上, CCF 是系统失效相关性的重要表现之一, 忽略系统各失效模式的相关性, 简单地根据局部的经验数据或在系统各部分失效相互独立的假设下探讨 CCF 机理、分析系统可靠性, 常常会导致过大误差, 甚至得出错误结论。近年来, 从失效相关性的角度来研究系统 CCF 已逐步成为可靠性研究人员关注的问题, 部分文献在二态可靠性理论框架下对该问题进行了较深入的探讨^[1-9]。JC 方法^[10]是一种基于一次二阶矩理论的验算点法, 可在计算量增加不多的条件下对可靠性指标进行精度较高的近似计算, 求得满足极限状态方程的“验算点”设计值。利用 JC 方法分析冗余结构系统环境载荷和元件强度的分散度对系统各失效模式之间相关程度的不同影响, 阐述元件强度相互独立时冗余结构系统 CCF 的发生机理, 通过 2 重 CCF 概率近似表达系统各重 CCF 概率的下限, 并在此基础上建立考虑 CCF 的冗余结构系统概率预测模型, 利用 JC 方法的分析结果近似预测冗余系统的失效概率。

1 结构系统 CCF 相关性分析

根据载荷—强度干涉理论, 系统中各元件的破坏是由于载荷大于其强度造成的后果, 元件性能与环境载荷是可靠性分析中的一对重要矛盾。根据结

构系统各元件的载荷—强度模型, 利用 JC 方法的分析系统 CCF、系统各失效模式间失效相关性及其与元件性能、环境载荷统计参数之间的内在关系, 从而揭示 CCF 这种系统失效相关性的根本原因, 建立理论严谨的系统 CCF 分析模型。

JC 方法适用于任意分布的随机变量, 这里为方便起见, 假设冗余系统由 n 个相同元件组成, 各元件强度 r_i 统计独立, 均服从正态分布 $N(\mathbf{m}_r, \mathbf{s}_r^2)$, 各元件承受相同的载荷 s , s 服从正态分布 $N(\mathbf{m}_s, \mathbf{s}_s^2)$ 。显然 相同的环境载荷形成系统各元件的失效共因。对任一元件 C_i , 当载荷 s 大于强度 r_i 时元件发生失效, 极限状态方程为

$$g_i(r_i, s) = r_i - s = 0 \quad i=1, \text{L}, n \quad (1)$$

引入中间变量 $x_0 = (s - \mathbf{m}_s) / \mathbf{s}_s$, $x_1 = x_2 = \text{L} \dots x_n = (r - \mathbf{m}_r) / \mathbf{s}_r$, 则 x_i 服从标准正态分布 $N(0, 1)$, $i=0, 1, \text{L}, n$ 。由于各元件关于系统对称, 可任取系统中元件 C_i, C_j 在 $n+1$ 维变量空间中分析两失效模式之间相关性, 把各模式的极限状态方程在各自设计验算点 P 处线性展开为

$$g_i(x_0, x_1, \text{L}, x_i, \text{L}, x_j, \text{L}, x_n) = \sum_{k=0}^n \left(-\frac{\partial g_i}{\partial x_k} \Big|_{P_i} \right) x_k - \sum_{k=0}^n \left(-\frac{\partial g_i}{\partial x_k} \Big|_{P_i} \right) x_{jk}^* = \sum_{k=0}^n (-\mathbf{a}_{ik}) x_k - \mathbf{b}_i = 0 \quad (2)$$

$$g_j(x_0, x_1, \text{L}, x_i, \text{L}, x_j, \text{L}, x_n) = \sum_{k=0}^n \left(-\frac{\partial g_j}{\partial x_k} \Big|_{P_j} \right) x_k - \sum_{k=0}^n \left(-\frac{\partial g_j}{\partial x_k} \Big|_{P_j} \right) x_{jk}^* = \sum_{k=0}^n (-\mathbf{a}_{jk}) x_k - \mathbf{b}_j = 0 \quad (3)$$

式中 $\mathbf{b}_i, \mathbf{b}_j$ ——各元件可靠性指标

* 国家自然科学基金资助项目(50275025)。20040929 收到初稿, 20050112 收到修改稿

$-a_{ik}, -a_{jk}$ ——失效面 p_i, p_j 单位法矢量 A_i, A_j 与 x_k 轴的方向余弦

$P_i(x_{i0}^*, x_{i1}^*, \dots, x_{in}^*), P_j(x_{j0}^*, x_{j1}^*, \dots, x_{jn}^*)$ 为元件 C_i, C_j 的设计验算点, 当失效面为超曲面时需用迭代法求出设计验算点。

如图 1 所示, 由于失效模式 g_i 只涉及随机变量 x_0 和 x_i , 所以极限状态方程 $g_i=0$ 中除 x_0 和 x_i 以外其余 $n-1$ 个变量的系数均为 0, 且失效面 p_i 为坐标面垂直平面。所以, 两失效模式间的相关系数^[11]为

$$r_{ij} = \cos q_{ij} = A_i A_j = (-a_{i0}, 0, L, -a_{ii}, 0, L, 0)(-a_{j0}, 0, L, -a_{jj}, 0, L, 0) = \frac{\frac{\partial g_i}{\partial x_0} \Big|_{P_i}}{\sqrt{\sum_{k=0}^n \frac{\partial g_i}{\partial x_k} \Big|_{P_i}^2}} \cdot \frac{\frac{\partial g_j}{\partial x_0} \Big|_{P_j}}{\sqrt{\sum_{k=0}^n \frac{\partial g_j}{\partial x_k} \Big|_{P_j}^2}} = \frac{s_s^2}{s_r^2 + s_s^2} \quad (4)$$

式中, s_s^2, s_r^2 分别为环境载荷和元件强度的方差。当载荷或强度变量不服从正态分布时, 可按 JC 方法对变量进行当量正态化。这时, 式 (4) 中的 s_s^2, s_r^2 则为正态化后的变量方差。

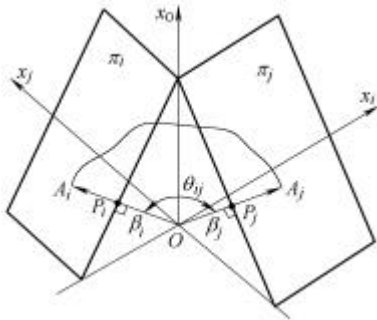


图 1 失效模式相关性分析

在图 1 所示的概率空间中, 沿 $A_i \times A_j$ 方向投影, 结果如图 2 所示。

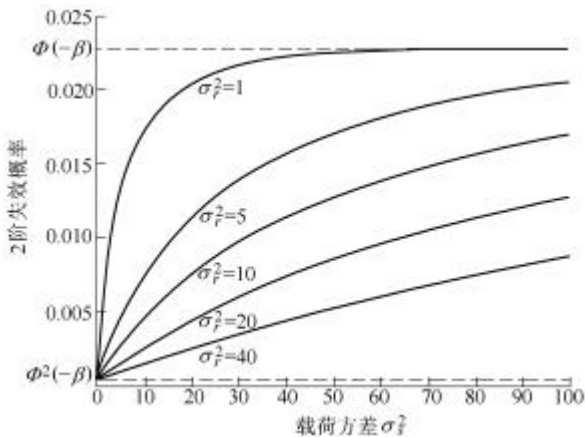


图 2 2重 CCF 概率分析

图 2 中, 区域 $F_i E F_j$ 为 2 重 CCF 的联合概率子空间, 设 E_i, E_j, E_{ij} 分别表示元件 C_i, C_j 单独失效以及两元件联合失效的事件, 则由简单的几何关系可知: 条件事件 $\{E_j | g_i=0\}$ 的发生概率为 $F = D, F$ 为标准正态分布变量的累积分布函数, $D = (b_j - r b) / \sqrt{1 - r^2}$ 。事件 E_{ij} 的联合概率包含所有 $g_i \leq 0$ 的情形, 该联合概率可通过积分式 (5), 利用个体最概然点信息和非关联标准正态空间的两线性极限状态的相关系数 r_{ij} 给出较为精确的数值解。

$$\Pr(E_{ij}) = \int_b^\infty \left(-\frac{b - r h}{\sqrt{1 - r^2}} \right) f(h) dh \quad (5)$$

式中 h ——元件的安全裕度变量, 服从标准正态分布 $N(0, 1)$

$f(h)$ ——分布密度函数

由于各元件对称, 式 (5) 中

$$b = b_i = b_j = \frac{u_r - m_s}{\sqrt{s_r^2 + s_s^2}} \quad (6)$$

显然, 系统的 1 重失效概率为

$$\Pr(E_i) = F(-b) \quad i=1, L, n \quad (7)$$

由式 (4)~(6), 当元件可靠性指标 $b=2.0$, 参数 s_s^2, s_r^2 取不同值时, 2 重 CCF 概率 $\Pr\{E_{ij}\}$ 变化情况如图 3 所示。

分析图 3 不难发现, 失效相关性是冗余结构系统的普遍特性, CCF 是系统失效相关现象的一种特例。系统因失效相关而使 CCF 联合概率增大, 这种失效相关性来自载荷的分散性, 而元件性能的分散性则有助于减轻各元件间的失效相关程度。

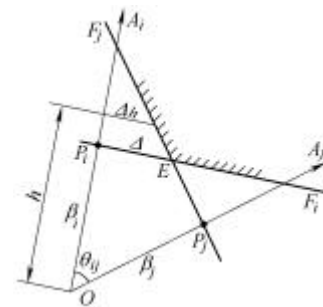


图 3 2 重 CCF 概率与载荷、强度方差的关系

2 各重失效概率的近似求解

设系统各重失效事件分别为 $E^{(1)}, E^{(2)}, \dots, E^{(n)}$, 各重失效概率分别为 $p^{(1)}, p^{(2)}, L, p^{(n)}$ 。考虑到系统的失效相关性, 可以利用式 (4)、(5)、(6) 求出冗余结构系统的 1、2 重失效概率 $p^{(1)}$ 和 $p^{(2)}$, 利用这些信息预测结构系统的失效概率, 通常能获得满意的精

的依赖性不强,当系统冗余阶数不大时可满足实际的精度要求。

4 实例分析

3/5:G 冗余结构系统中,各元件强度统计独立,均服从对数正态分布(21.678 8, 2.601 4²),稳定载荷 s_1 服从正态分布(14.4, 0.894 4²),非致命冲击载荷 s_2 在单位时段上以概率 $m=0.25$ 出现,服从正态分布(16.132 4, 2.894 4²),致命冲击载荷 s_3 在单位时段上以概率 $w=0.005$ 出现,一经出现系统则发生失效。求:系统失效概率 $F_{3/5}$ 。

当环境载荷为稳定载荷 s_1 时,个体元件的极限状态方程为 $g = r - s_1 = 0$ 。在初始设计验算点 $r=21.678 8, s_1=14.4$ 处把服从对数正态分布的强度变量当量正态化,按 JC 方法的一般步骤迭代 4 次即可得到个体元件的可靠度指标 $b=3.007 8$,得到一重失效概率 $p_{s1}^{(1)}=0.001 3$ 。

当环境载荷为非致命冲击载荷 s_2 时,个体元件的极限状态方程为 $g = r - s_2 = 0$ 。在初始设计验算点 $r=21.678 8, s_2=16.132 4$ 处把服从对数正态分布的强度变量当量正态化,迭代 4 次得到个体元件的可靠度指标 $b=1.424 4$,1 重失效概率 $p_{s2}^{(1)}=0.077 2$ 。根据式(4)求得两失效模式间相关系数 $r=0.610 1$,根据式(5)求得系统 2 重失效概率 $p_{s2}^{(2)}=0.018 6$,根据近似式(8)求得系统各重失效概率为

$$p_{s2}^{(3)}=0.004 5 \quad p_{s2}^{(4)}=0.001 1 \quad p_{s2}^{(5)}=0.000 3$$

当环境载荷为致命冲击载荷 s_3 时,系统各重失效概率均为 1。

根据以上计算结果,由式(11)得到冗余系统在实际载荷下各重失效概率为

$$p^{(1)}=(1-0.25-0.005) \times 0.001 3+(0.25-0.005) \times 0.077 2+0.005=0.024 9$$

$$p^{(2)}=(0.25-0.005) \times 0.018 6+0.005=0.009 6$$

$$p^{(3)}=(0.25-0.005) \times 0.004 5+0.005=0.006 1$$

$$p^{(4)}=(0.25-0.005) \times 0.001 1+0.005=0.005 3$$

$$p^{(5)}=(0.25-0.005) \times 0.000 3+0.005=0.005 1$$

把系统各重失效概率代入式(9),即可求得系统总失效概率

$$F_{3/5:G} = \sum_{k=3}^5 \binom{5}{k} \sum_{j=0}^{5-k} [(-1)^j \binom{5-k}{j} p^{(k+j)}] =$$

$$10[p^{(3)}-2p^{(4)}+p^{(5)}]+5[p^{(4)}-p^{(5)}]+p^{(5)}=0.012 4$$

Monte Carlo 方法仿真结果为 0.012 1。在该例中,采用本方法得到的系统失效概率预测值与仿真值接近。

5 结论

通过 JC 方法分析了冗余结构系统的环境载荷和元件强度分散度对系统各失效模式之间相关程度的不同影响,阐明了元件强度变量相互独立时冗余系统各元件在载荷这一共因的作用下 CCF 的发生机理,揭示了 CCF 这种系统失效相关性的最基本原因。通过 1、2 重 CCF 概率近似表达了系统各重 CCF 概率的下限,并在此基础上建立了考虑 CCF 的冗余结构系统的失效概率预测近似模型。算例说明了分析方法的可行性和有效性。若把本方法与建立在经验数据上的参数估计相结合,可以进一步提高预测精度。

参 考 文 献

- 1 谢里阳,林文强.冗余系统共因失效的载荷—性能分析与概率估算.核科学与工程,2003,23(4):289~295
- 2 谢里阳,林文强.共因失效概率预测的离散化模型.核科学与工程,2002,22(2):186~192
- 3 Hughes R P A new approach to common cause failure. Reliability Engineering And System Safety, 1987, 17: 211~236
- 4 Vaurio J K. Common cause failure models, data, quantification. IEEE Trans on Reliability, 1999, 48: 213~214
- 5 Ulrich Hauptmanns. The multi-class binomial failure rate model. Reliability Engineering And System Safety, 1996, 53: 85~90
- 6 Mosleh A. Common cause failure: an analysis methodology and examples. Reliability Engineering And System Safety, 1991, 34: 249~292
- 7 Dore P. Basic aspects of stochastic reliability analysis for redundancy systems. Reliability Engineering And System Safety, 1989, 24: 351~375
- 8 Gregory L. Incorporating common-cause failure into non-repairable multi-state series-parallel system. IEEE Trans on Reliability, 2001, 50(4): 380~388
- 9 张义民,王顺,刘巧伶.具有相关失效模式的多自由度非线性结构随机振动系统的可靠性分析.中国科学 E 辑, 2003, 33(9): 804~812
- 10 赵国藩,金伟良,贡金鑫.结构可靠度理论.北京:中国建筑工业出版社,2000
- 11 周金宇,谢里阳,王学敏.相关失效结构系统可靠性分析及近似求解.东北大学学报(自然科学版),2004, 25(1): 74~77

ANALYSIS FOR DEPENDENCY OF COMMON CAUSE FAILURE AND PROBABILITY PREDICTION IN REDUNDANT STRUCTURAL SYSTEMS

Zhou Jinyu Xie Liyang Wang Xuemin
(School of Mechanical Engineering & Automation,
Northeastern University, Shenyang 110004)

Abstract: Through analysis the effects of deviation of the component strength and the common environment load to each failure mode in redundant structural systems, the mechanism of common cause failures when all components strength variables are independent is illustrated. As a kind of dependent failures, the basic root cause of common cause failures is discussed in detail. Using the results of JC method, the multiplicity failure

probability of systems can be expressed approximately by component individual failure probability and 2class union failure probability. An approximate approach to failures probability estimation is developed. By means of the new model derived from environment load-component property analysis, common cause failures probability of r -out-of- n : g systems can be easily evaluated. An example is given to show availability and effectiveness of the method. The results of calculation and Monte Carlo simulation are in good conformity to each other.

Key words: Common cause failure Structural system

Reliability Failure-dependency JC method

作者简介:周金宇,男,1973年出生,博士研究生。主要研究方向为系统可靠性和计算机辅助工程分析。

E-mail: yuhangyuan888@sina.com