

# 金属塑性成形的晶体塑性学 有限元模拟研究进展\*

皮华春<sup>1</sup> 韩静涛<sup>1</sup> 薛永栋<sup>1</sup> TIEU A Kiet<sup>2</sup> 姜正义<sup>2</sup>

(1. 北京科技大学材料科学与工程学院 北京 100083;

2. 澳大利亚伍伦贡大学机械材料与机电学院 伍伦贡 NSW 2522 澳大利亚)

摘要: 综述了金属塑性成形过程中晶体塑性有限元模拟的理论背景和应用方面的研究进展, 同时总结了国内研究者该领域的研究现状, 指出了晶体塑性有限元模拟所要解决的问题及研究重点。晶体塑性理论起源于 20 世纪 20 年代, 包括单晶塑性本构理论和多晶塑性本构理论, 能够深刻揭示材料变形的规律。与此同时, 开始于 30 多年前的有限元法也已经日益成为求解材料成形理论公式的有效工具。晶体塑性有限元法作为一个强大的模拟工具将二者有机地结合在一起, 已经广泛地用于模拟材料的微观结构和各种力学响应, 越来越被材料界和力学界的研究者所重视; 然而, 无论是在理论方面还是应用方面晶体塑性有限元法都还不尽完善。未来晶体塑性有限元模拟的理论研究重点是建立系统的理论架构用于预测由滑移和孪晶引起塑性变形材料的各种力学响应, 应用研究重点是运用各种模型模拟其他与织构相关的性能或参数。晶体塑性有限元模拟不仅能够深化人们对材料成形规律的理解, 而且可以不断推进晶体塑性理论的发展。

关键词: 晶体 塑性 有限元法

中图分类号: TG302

## 0 前言

多晶体金属材料的塑性变形常常伴随着应变局部化、塑性损伤等现象, 经历了大应变塑性变形的物体, 内部的应变场、应力场一般具有强烈的不均匀性, 这样的问题很难用通常的解析法研究, 必须用有限元法进行数值模拟。有限元法开始于 30 多年前, 是求解复杂材料成形理论公式的有效工具。20 世纪 80 年代以前, 绝大多数与金属塑性变形相关的有限元计算都是在各向同性与率无关模型的基础上进行的。随着大应变和复杂加载路径中新问题的不断出现, 迫切需要更为精确的模型来表征金属或材料性能。它们中以内变量模型为标志, 运用屈服准则和应变硬化引起的强化来解释塑性流变动力学。自 20 世纪 90 年代开始, 一些研究人员直接将材料结构(包括多晶、晶粒、位错、析出相及各种点线缺陷)嵌入到有限元计算中, 使有限元模拟取得了长足的发展。

随着并行计算、自动数据获取与先进的可视化工具的出现, 材料的计算机有限元模拟已由过去的宏观模拟逐渐转向多尺度材料模拟。在介观尺度, 晶体塑性有限元模拟已成为力学界和材料界的研究

热点。它的一般方法是将微观多晶体与每个材料或连续点联系起来, 首先对每个晶体用表示单晶状态参数组成的本构关系加以描述, 接着由平均化过程或均匀化假设将微观单晶响应与多晶平均响应联系在一起。

分别从理论和应用两方面对国内外晶体塑性有限元模拟的研究进展进行综述。

## 1 晶体塑性理论发展综述

### 1.1 单晶体塑性本构理论

晶体塑性理论起源于 TAYLOR 和 ELAM 20 世纪 20 年代的早期工作, 1938 年 TAYLOR 在晶体学剪切变形的基础上定量描述了单晶塑性变形。接着, RICE 和 HILL<sup>[1]</sup>在此基础上发展了一套弹塑性有限变形的理论架构用于分析单晶率无关变形。后来, PIERCE、ASARO 和 NEEDLEMAN<sup>[2-3]</sup>又提出了一套严格的率相关材料本构理论。该理论认为单晶塑性变形仅仅是由特定滑移系上的位错运动产生, 在单晶塑性本构关系中他们引入了自硬化和潜硬化速率, 分别用来描述相同滑移系和不同滑移系上位错间的相互作用。率相关理论能够更好地解释单晶应变硬化及其与加载路径的关系。对于仅通过晶体滑移产生塑性变形的材料来说, 研究者们已经能够利用率相关理论成功模拟变形过程中晶体织构和应力

\* 澳大利亚研究院国际合作资助项目(DP0451197)。20050118 收到初稿, 20050812 收到修改稿

应变各向异性的演化。目前,晶体塑性有限元模拟的单晶本构关系绝大部分就是基于率相关理论。然而,对于变形孪晶在塑性变形中起主要作用的晶体材料来说,只有为数不多的几个理论模型用于模拟预测该材料的塑性响应。VAN<sup>[4]</sup>和 TOME 等<sup>[5]</sup>分别尝试用两种不同的方法处理了变形孪晶为主的塑性变形,但是二者都存在同样的弊端。1998年 KALIDINDI<sup>[6]</sup>提出了一个改进的本构理论架构,在单晶塑性模型中包含了变形孪晶部分。

下面简单介绍一下率相关材料的单晶本构理论。材料的变形存在着两种物理上不同的机制,即塑性滑移和晶粒变形。晶粒通过位错运动实现塑性滑移,通过晶格转动实现晶体本身的弹性变形。因此,在分析单晶体的变形时,总的变形梯度  $F$  可表示为

$$F = \frac{\partial x}{\partial X} = F^* \cdot F_p \quad (1)$$

式中  $x$ ——当前构形质点位置  
 $X$ ——初始构形质点位置  
 $F^*$ ——弹性变形和刚性转动合成的变形梯度  
 $F_p$ ——由塑性引起的变形梯度  
 由于速度梯度  $L$  写为

$$L = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial x} = \mathcal{L} \cdot F^{-1} = L^* + L_p \quad (2)$$

式中  $v$ ——质点速度  
 $L^*$ ——速度梯度的弹性部分  
 $L_p$ ——速度梯度的塑性部分  
 根据式(1),式(2)可得

$$L = L^* + L_p = \mathcal{L} \cdot \mathcal{L}^{-1} + \mathcal{L} \cdot \mathcal{L}_p \cdot \mathcal{L}^{-1} \cdot \mathcal{L}^{-1} \quad (3)$$

此外,速度梯度的对称部分  $D$  (变形率)和反对称部分  $W$  (旋转率)也可分别写成塑性部分与弹性部分之和

$$D = D^* + D_p \quad W = W^* + W_p \quad (4)$$

将  $s_{(a)}$  和  $m_{(a)}$  分别表示为第  $a$  个滑移系中滑移方向的单位矢量和滑移面的单位法矢量,变形后滑移方向和滑移面法向分别变为

$$s_{(a)} = F^* \cdot s_{(a)} \quad m_{(a)} = m_{(a)} \cdot F^{*-1} \quad (5)$$

注意到  $F_p = \sum_{a=1}^n g_{(a)} s_{(a)} \otimes m_{(a)}$ , 代入式(3)得

$$L_p = \sum_{a=1}^n \dot{g}_{(a)} s_{(a)}^* \otimes m_{(a)}^* \quad (6)$$

式中  $g_{(a)}$ ——第  $a$  个滑移系引起的切应变  
 $\dot{g}_{(a)}$ ——第  $a$  个滑移系引起的切应变率

引入张量

$$P_{(a)} = \frac{1}{2} (s_{(a)}^* \otimes m_{(a)}^* + m_{(a)}^* \otimes s_{(a)}^*) \quad (7)$$

$$Q_{(a)} = \frac{1}{2} (s_{(a)}^* \otimes m_{(a)}^* - m_{(a)}^* \otimes s_{(a)}^*) \quad (8)$$

则有

$$D_p = \sum_{a=1}^n P_{(a)} \dot{g}_{(a)} \quad W_p = \sum_{a=1}^n Q_{(a)} \dot{g}_{(a)} \quad (9)$$

由 HILL 和 RICE<sup>[1]</sup>的弹性理论得出单晶弹性本构关系为

$$\dot{\bar{t}}^* = \mathcal{L} \cdot W^* \cdot t + t \cdot W^* = L : D^* \quad (10)$$

式中  $\dot{\bar{t}}^*$ ——基于  $W^*$  的 Kirchoff 应力 Jaumann 导数  
 $\mathcal{L}$ ——Kirchoff 应力  $t$  的物质导数  
 $L$ ——四阶弹性模量张量

当单晶体进一步发生塑性变形后,根据式(4)和式(10),基于  $W$  的 Kirchoff 应力 Jaumann 导数  $\dot{\bar{t}}$  可写为

$$\dot{\bar{t}} = \mathcal{L} \cdot W \cdot t + t \cdot W = \dot{\bar{t}}^* - \sum_{a=1}^n b_{(a)} \dot{g}_{(a)} \quad (11)$$

$$b_{(a)} = Q_{(a)} \cdot t - t \cdot Q_{(a)} \quad (12)$$

联立式(4)、(9)、(10)和式(11)得单晶本构方程为

$$\dot{\bar{t}} = L : D - \sum_{a=1}^n (L : P_{(a)} + b_{(a)}) \dot{g}_{(a)} \quad (13)$$

根据率相关模型<sup>[3]</sup>

$$\dot{g}_{(a)} = \dot{g} \operatorname{sgn}(t_{(a)}) \left| \frac{t_{(a)}}{g_{(a)}} \right|^{1/m} \quad (14)$$

式中  $t_{(a)}$ ——滑移系  $a$  上的分切应力

$\dot{g}$ ——参考切应变率

$g_{(a)}$ ——应变硬化函数

$m$ ——应变率敏感系数

$g_{(a)}$  表示晶体的应变硬化状态,实际晶体的应变硬化状态表达式可能非常复杂,为计算方便,认为它仅是滑移总变形量  $g$  的函数

$$g_{(a)} = g_{(a)}(g) \quad (15)$$

$$g = \sum_{a=1}^n |g_{(a)}| \quad (16)$$

$g=0$  时,  $g_{(a)}$  的初始值指定为  $t_0$ , 对多滑移系来说,单晶应变硬化规律为

$$\dot{g}_{(a)} = \sum_{b=1}^n h_{ab} \dot{g}_{(b)} \quad (17)$$

式中,  $h_{ab}$  为  $g$  的函数, 称为硬化模量矩阵, 它既包含自硬化的影响, 也包含潜硬化的影响。PEIRCE 等<sup>[2]</sup>早期用到的公式为

$$h_{ab} = qh + (1 - q)hd_{ab} \quad (18)$$

式中  $q$ ——自硬化与潜硬化效应的比值, 一般取

$$1 < q < 1.4$$

$h$ ——自硬化函数

$d_{ab}$ ——Koronecker 符号

自硬化函数一般可用双曲函数表示

$$h(g) = h_0 \sec h^2 \left| \frac{h_0 g}{t_s - t_0} \right| \quad (19)$$

式中  $h_0$ ——初始硬化率

$t_0$ ——屈服切应力

$t_s$ ——流动应力饱和值

此外, 还有其他的硬化模型。

### 1.2 多晶塑性本构理论

多晶塑性本构理论将多晶塑性行为看作为所有单晶塑性响应的平均化。在模拟多晶材料塑性行为过程中已经出现了三类不同的多晶模型。

最早的一类多晶模型由 SACHS 首先提出, 它描述了最简单的晶体变形情况。Sachs 多晶模型假设多晶体中每个晶粒都具有与多晶聚合体相同的应力状态, 这种假设满足了晶界应力平衡, 但没有满足各晶粒间的应变相容性。第二类是 Taylor 型多晶模型, 这类模型应用最为广泛。Taylor 基于多晶体应变均匀假设提出了 Taylor 全约束模型。Taylor 假设多晶聚合体内每个晶粒都经历与多晶体同样的应变, 忽略了弹性应变, 该假设满足了晶界相容性, 但不能满足应力平衡。随后, LIN<sup>[8]</sup>在 Taylor 模型中加入弹性, HONNEFF 等<sup>[9]</sup>允许晶内一些应变分量与大变形后的平均值不同, 他们分别改进并完善了 Taylor 模型。20 世纪 60 年代提出了第三类多晶模型, 即自洽模型, 它既满足应力平衡又满足应变相容性, 能够解决多晶变形中的内部应力问题<sup>[10-14]</sup>。

自洽模型解释了晶粒与其外界环境的相互作用, 它将晶粒看成一个弹性球形或椭球形的夹杂镶嵌在一个无限大且具有均匀性质的介质中。利用 Eshelby 等效夹杂方法处理该夹杂问题, 可以得到多晶聚合体应力与应变值在晶粒级别的关系。

通过单晶本构理论计算出应力, 可以根据 Taylor 型多晶假设最终得到多晶聚合体的应力公式

$$\bar{T} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N T^{(k)} \quad (20)$$

式中  $\bar{T}$ ——体积平均应力

$N$ ——多晶晶粒数

$T^{(k)}$ ——第  $k$  个晶粒的 Cauchy 应力

## 2 晶体塑性有限元模拟的应用

### 2.1 晶体塑性的织构模拟

织构是大变形时材料性能各向异性产生的根源, 晶体塑性模拟已经能够成功地模拟织构及其织构演化。ASARO 和 NEEDLEMAN<sup>[15]</sup>首先利用一个率相关的弹塑性多晶模型预测了单相面心立方聚集体在不同应力应变路径下的变形织构。率相关模型解决了长期以来用率无关理论选择可动滑移系具有不唯一性的问题。在率相关理论中, 由于晶内所有滑移系的滑移速率都是唯一的, 因此晶格转动与织构也都具有唯一性。MATHUR 和 DAWSON 等<sup>[16]</sup>模拟了具有高度扭曲晶粒的多晶体在体积成形过程中(轧制)的织构演化, 并比较了实测织构数据和前面忽略晶粒形状模拟织构研究<sup>[17]</sup>。1992 年 KALIDINDI 等<sup>[18]</sup>开发出一种完全隐式时间积分方案, 并将其应用于有限元程序模拟了面心立方金属体积成形过程中的织构演化。研究表明该方法具有良好的预测能力。SARMA 和 DAWSON<sup>[19]</sup>于 1996 年提出一个整合了邻近晶粒相互作用的多晶塑性模型, 并用其模拟预测了织构演化。他们比较了用上述模型模拟织构演化与用另两种多晶模型(Taylor 模型和有限元多晶模型)模拟织构演化及试验结果。研究表明整合了邻近晶粒相互作用的多晶模型能够预测特定织构分量的强弱与位置进而提高了织构的预测能力。图 1 是平面应变压缩后<111>极图的等面积投影比较。

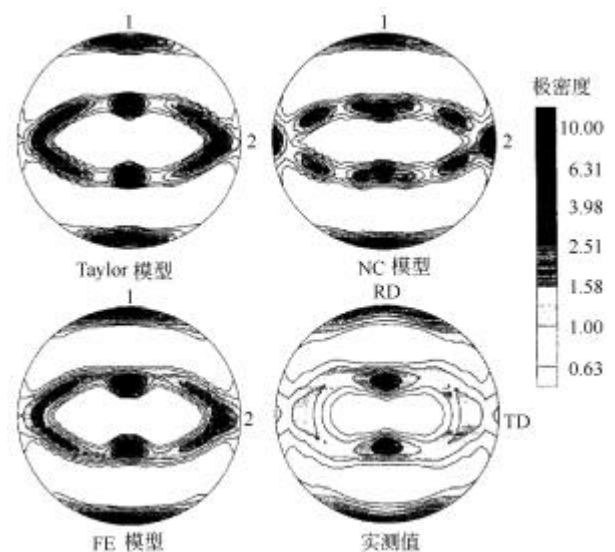


图 1 平面应变压缩后<111>极图的等面积投影 (轴 1 和 RD 表示轧制方向, 轴 2 和 TD 表示横向)

一些研究者在模拟织构演化的过程中已经开始尝试用新的方法,该方法的特点在于用取向分布函数描述三维取向空间晶体的取向分布<sup>[20-23]</sup>。KUMAR 和 DAWSON<sup>[20-21]</sup>于 1996 年首先在取向空间运用一种新的有限元方案模拟了织构演化。他们认为织构源于一些从取向空间获得的晶粒取向图,利用取向分布函数和硬度场可以表征微观结构的状态,同时能得出两个场的微分方程并进行有限元求解。他们将该方法应用于模拟理想的平面晶体微结构的演化。随后,他们又在非欧拉取向空间对晶体织构演化进行了有限元模拟<sup>[22]</sup>,表明相比传统的欧拉角参数,非欧拉参数更具优越性。2000 年, KUMAR 和 DAWSON<sup>[23]</sup>运用新的织构分析工具在 Rodrigues 空间对面心立方材料的变形织构进行了计算机模拟。他们利用取向分布函数描述织构,与现有连续取向分布函数方案相比,提出了基于分段多项式有限元表征的新方法以使有限元技术能够对织构进行定量分析。模拟结果直接解释了理想织构分量分布和取向织构的关系。

BACHU 和 KALIDINDI<sup>[24]</sup>1998 年研究了用有限元技术预测面心立方多晶织构演化的精确性。

CHOI 等<sup>[25]</sup>2000 年对面心立方板料金属深冲过程中理想取向的稳定性和织构演化进行了研究。DELANNAY 等<sup>[26]</sup>定量预测了中等变形冷轧铝板的织构。最近, RABBE 和 ROTERS<sup>[27]</sup>讨论了晶体塑性有限元模拟中绘制晶体织构图的方法并提出数学上严密的高斯型球织构分量能够更好地将织构嵌入有限元模拟中。高斯型球织构分量具有离散性、严密性、精确性和可扩展性等特性,其概念简单并具有物理意义。

## 2.2 晶体塑性有限元模拟的其他应用

晶体塑性有限元模拟不仅成功地模拟了织构演化,同样广泛应用于模拟材料性能响应如屈服平面<sup>[28-30]</sup>、制耳性能<sup>[31-33]</sup>、表面粗糙度和成形极限图<sup>[15, 34-38]</sup>等。

BEAUDOIN 等<sup>[28]</sup>通过模拟研究了由聚合体加权取向得出的屈服平面。研究表明与试验织构与预测织构一致,屈服平面的形状很小。KALIDINDI 和 SCHOENFELD<sup>[29]</sup>利用有限元技术提出了数值均匀化过程预测具有不同织构(任意织构和轧制织构)的面心立方多晶的屈服平面。结果表明滑移的各向异性及潜硬化假设在确定各向异性应力响应时可能比择优取向(织构)更重要。图 2 是平面应变压缩后屈服平面的预测比较。

深冲制耳一直是生产深冲容器时的主要技术问题,制耳不仅增加了额外生产废料而且沿杯壁还会

导致性能各向异性的演化。很多研究者应用晶体塑性有限元模拟研究了深冲制耳及制耳性能的演化。BALASUBRAMANIAN 和 ANAND<sup>[31]</sup>的研究表明利用晶体塑性理论可以研究并优化深冲工艺。ZHOU 等<sup>[32]</sup>模拟了织构对面心立方材料制耳的影响。INAL<sup>[33]</sup>等则用一个多晶模型和一个六分量屈服函数分别模拟了制耳过程。模拟结果表明耳子在深冲成形的初期形成;由于耳子主要由板料的原始织构导致,因此织构演化并不影响初期耳子形状。

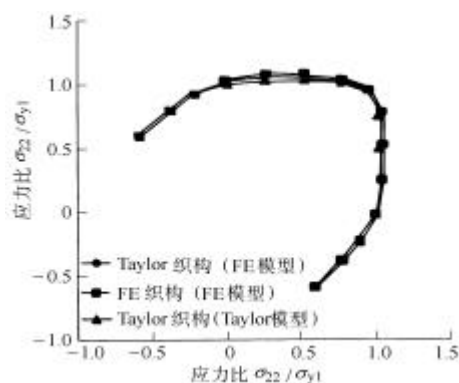


图 2 平面应变压缩屈服平面比较

此外,由于在金属塑性成形过程中表面粗糙度不仅对摩擦、产品表面质量影响很大,而且对材料性能如磨损、疲劳、磁电性和成形性等方面也起着重要的作用。许多研究者对板料金属的表面粗糙度已经研究了几十年,晶体塑性有限元模拟作为一种强大的模拟工具应用于表面粗糙现象的研究开始于 BECKER<sup>[41]</sup>和 BEAUDOIN 等<sup>[42]</sup>的研究。最近, SHIN 等<sup>[43]</sup>和 WU 等<sup>[44-45]</sup>应用晶体塑性有限元法分别对铁素体不锈钢板和汽车用铝板表面粗糙现象做了研究。

## 3 国内晶体塑性模拟理论与应用发展

我国学者对晶体塑性的基本理论和应用也进行了深入研究。仲政等<sup>[46]</sup>在等效夹杂的基础上,引入了本征应变等微区均值量,采用合理的数学近似,提出了一种适合于多晶体塑性大变形本构关系分析的理论模型——均值自治理论。这一理论将仅适用于固连椭球形状夹杂的 Hill 自治理论推广到适用于任意形状固连或滑动夹杂的情况。梁乃刚等<sup>[47]</sup>近年来提出了一种半数学—半物理的多晶体塑性理论(也称之为三维组集式模型)。他们把滑移系(或纤维束)的晶体学取向(或极化方向)作为主要的考察对象,从而避开真实材料中的几何非均匀性,所得出的本构方程不仅数学描述简洁,而且由于引入了物理机制,因而具有较好的描述材料各向异性的能力,

预测结果与有关试验结果符合的程度也较好。刘志宏等<sup>[48]</sup>进一步把“三维组集式本模型”推广到粘塑性的情形：同时放弃“均匀应力假设”，引入了取向元的概念，使这种新型的本构理论更具一般性。在一维的“取向元”上考虑率敏感效应，使得粘性的描述变得非常简单，不必再引入“过应力”，“背应力”和“平衡应力”等容易混淆的概念，从而方便工程应用。程经毅等<sup>[49]</sup>将位错密度进一步分解为可动的和不可动的两部分分别处理，对晶体塑性理论作出了重要修正方案；仲政等<sup>[50]</sup>提出了考虑晶界滑动的晶体塑性模型。董湘怀等<sup>[51-52]</sup>开发了基于晶体塑性理论的板料成形过程的动力显式有限元分析程序，对单晶体和多晶体的塑性失稳以及织构对板材成形性能的影响进行了深入地研究，提出了统一的单晶体硬化模型；在率相关晶体塑性模型的计算中提出了忽略非活动滑移系的算法，大大缩短了计算时间；对高桥等提出的确定 FCC 多晶体晶粒取向分布的数值方法提出了改进。MAO<sup>[53]</sup>比较了 Sachs 模型、Taylor 模型和修正的 Taylor 模型模拟的轧制织构，提出了一种修正的 Sachs 模型以预测常见的轧制铝板织构。苏世忠等<sup>[54]</sup>开发了一套适于面心立方金属的三维弹塑性有限元程序，该程序与应变速率无关的多晶体弹塑性模型引入到立方单元晶粒塑性应变增量的计算中，以 Al 板为例计算出常温下单向拉伸和压缩、双向压缩、平面应变、面内剪切和厚向剪切等六种典型受力状态下的织构演变和各向异性变化，并对 Al 圆管扭曲与拉伸复合加载和铝圆管冷径缩挤拔加工进行了数值模拟。最近，张光等<sup>[55]</sup>对有限变形下多晶模型的算法和应用进行了研究，他们利用 SARMA 和 ZACHARIA 所提出的延性单晶本构模型的积分算法和 Taylor 多晶模型假设研究了时间步长和硬化模型的选取对多晶集合体的应力应变响应和织构演化的影响。

## 4 结论

晶体塑性有限元模拟作为一个强大的模拟工具已经广泛的用于模拟材料的微观结构和各种力学响应，并且越来越被材料界和力学界的研究者所重视。然而，晶体塑性有限元模拟仍然面临着两个方面的问题需要解决。在理论方面，虽然用来解释塑性变形仅由滑移产生的那类晶体材料的本构理论已经建立并能够很好地描述各向异性响应和织构的演化，可是这个理论并不能应用于塑性变形由滑移和孪生同时作用产生的那类晶体材料。在应用方面，织构演化及与织构相关的一些各向异性已经能够运用晶体塑性有限元法成功进行预测，但与此同时，仍有

其他与织构模拟相关的性能或参数需要利用晶体塑性模拟进行预测。因此，未来晶体塑性模拟理论研究的重点是建立系统的理论架构用于预测由滑移和孪晶引起塑性变形材料的各种力学响应；应用研究重点是运用各种模型模拟其他与织构相关的性能或参数。晶体塑性有限元模拟将不仅能够深化人们对材料成形规律的理解，而且可以不断推进晶体塑性理论的发展。

## 参 考 文 献

- [1] HILL R, RICE J R. Constitutive analysis of elastic-plastic crystals at arbitrary strain[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1972, 20 : 401-413.
- [2] PIERCE D, ASARO R J, NEEDLEMAN A. An analysis of nonuniform and localized deformation in ductile single crystals[J]. *Acta Metallurgica*, 1982, 30 : 1 087-1 119.
- [3] PIERCE D, ASARO R J, NEEDLEMAN A. Material rate dependence and localized deformation in crystalline solids[J]. *Acta Metallurgica*, 1983, 31 : 1 951-1 976.
- [4] VAN H P. Simulation of the rolling and shear texture of brass by the Taylor theory adapted for mechanical twinning[J]. *Acta Metallurgica*, 1978, 26 : 591-604.
- [5] TOME C N, LEBENSOHN R A, KOCKS U F. A model for texture development dominated by deformation twinning : Application to zirconium alloys[J]. *Acta Metallurgica et Materialia*, 1991, 39 : 2 667-2 680.
- [6] KALIDINDI S R. Incorporation of deformation twinning in crystal plasticity models[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1998, 46(2) : 267-290.
- [7] 罗伯 D. 计算材料学[M]. 北京：化工工业出版社，2002.
- [8] LIN T H. Analysis of elastic and plastic strains of a face-centered cubic crystal[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1957, 5 : 143-149.
- [9] HONNEFF H, MECKING H. Analysis of the deformation texture at different rolling conditions[C]// Nagashima S ed, *Proceedings of the Sixth International Conference on Texture of Materials, ICOTOM-6, Tokyo, 1981, Tokyo : The Iron and Steel Institute of Japan, 1981 : 347-352.*
- [10] BUDIANSKY B, WU T T. Theoretical prediction of plastic strains of polycrystals [C]// *Proceedings of the 4th U.S. National Congress on Applied Mechanics*, 1962, 1 175-1 185.
- [11] KRONER E. Zur Plastischen Verformung des Veil-Kristalls[J]. *Acta Metallurgica.*, 1961, 9 : 155-161.
- [12] HILL R. A self-consistent mechanics of composite materials[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1965, 13 : 213-222.
- [13] BERVEILLER M, ZAOUÏ A. An extension of the self-

- consistent scheme to plastically-flowing polycrystals[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1979, 26 : 325-344.
- [14] IWAKUMA T, NEMAT-NASSER S. Finite elastic plastic deformation of polycrystalline metals[C]// *Proc. Roy. Soc. London*, 1984, 394A : 87-119.
- [15] ASARO R J, NEEDLEMAN A. Texture development and strain hardening in rate dependent polycrystals[J]. *Acta Metallurgica.*, 1985, 33 : 923-953.
- [16] MATHUR K K, DAWSON P R, Kocks U F. On modeling anisotropy in deformation process involving textured polycrystals with distorted grain shape[J]. *Mechanics of Materials*, 1990, 10 : 183-202.
- [17] MATHUR K K, DAWSON P R. On modeling the development of crystallographic texture in bulk forming process[J]. *International Journal of Plasticity*, 1989, 5 : 191-232.
- [18] KALIDINDI S R, BRONKHORST C A, ANAND L. Crystallographic texture evolution in bulk deformation processing of FCC metals[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1992, 40 : 537-569.
- [19] SARMA G B, DAWSON P R. Texture predictions using a polycrystal plasticity model incorporating neighbor interactions. *International Journal of Plasticity*, 1996, 12 : 1 023-1 054.
- [20] KUMAR A, DAWSON P R. The simulation of texture evolution with finite elements over orientation space . Development[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1996, A130 : 227-246.
- [21] KUMAR A, DAWSON P R. The simulation of texture evolution with finite elements over orientation space , application to planar crystals[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1996b, 130 : 247-261.
- [22] KUMAR A, DAWSON P R. Modeling crystallographic texture evolution with finite elements over neo-Eulerian orientation spaces[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1998, 153 : 259-302.
- [23] KUMAR A, DAWSON P R. Computational modeling of FCC deformation textures over Rodrigues' space[J]. *Acta Materialia*, 2000, 48 : 2 719-2 736.
- [24] BACHU V, KALIDINDI S R. On the accuracy of the predictions of texture evolution by the finite element technique for FCC polycrystals[J]. *Materials Science and Engineering*, 1998, A257 : 108-117.
- [25] CHOI S H. Texture evolution of FCC sheet metals during deep drawing process[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2000, 42 : 1 571-1 592.
- [26] DELANNAY L, KALIDINDI S R, VAN HOUTTE P. Quantitative prediction of textures in aluminium cold rolled to moderate strains[J]. *Materials Science and Engineering*, 2002, A336 : 233-244.
- [27] RAABE D, ROTERS F. Using texture components in crystal plasticity finite element simulations[J]. *International Journal of Plasticity*, 2004, 20 : 339-361.
- [28] BEAUDOIN A J, DAWSON P R, MATHUR K K, et al. Application of polycrystal to sheet forming[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1994, 117 : 49-70.
- [29] KALIDINDI S R, SCHOENFELD S E. On the prediction of yield surfaces by the crystal plasticity models for FCC polycrystals[J]. *Materials Science and Engineering*, 2000, A293 : 120-129.
- [30] KOWALCZYK K, GAMBIN W. Model of plastic anisotropy evolution with texture-dependent yield surface[J]. *International Journal of Plasticity*, 2004, 20 : 19-54.
- [31] BALASUBRAMANIAN S, ANAND L. Single crystal and polycrystal elasto-viscoplasticity : application to earing in cup drawing of FCC materials[J]. *Computational Mechanics*, 1996, 17 : 209-225.
- [32] ZHOU Y, JONAS J J, SAVOIE J, et al. Effect of texture on earing in FCC metals : finite element simulations[J]. *International Journal of Plasticity*. 1998, 14 : 117-138.
- [33] INAL K, WU P D, NEALE K W. Simulation of earing in textured aluminum sheets[J]. *International Journal of Plasticity*, 2000, 16 : 635-648.
- [34] ZHOU Y, NEALE K W. Prediction of forming limit diagrams using a rate-sensitive crystal plasticity model[J]. *International Journal Mechanical Science*, 1995, 37 : 1-20.
- [35] WU P D, NEALE K W, VAN DER GIESSEN E, et al. Crystal plasticity forming limit diagram analysis of rolled aluminum sheets[J]. *Metallurgical and Materials Transactions A(Physical Metallurgy and Materials Science)*, 1998, 29 : 527-535.
- [36] SAVOIE J, JAIN M, CARR A R, et al. Predictions of forming diagrams using crystal plasticity models[J]. *Material Science and Engineering*, 1998, A257 : 128-133.
- [37] NAKAMACHI E, XIE C L, MORIMOTO H, et al. Formability assessment of FCC aluminum alloy sheet by using elastic/crystalline viscoplastic finite element analysis[J]. *International Journal of Plasticity*, 2002, 18 : 617-632.

- [38] XIE C L, NAKAMACHI E. Investigations of the formability of BCC steel sheets by using crystalline plasticity finite element analysis[J]. *Materials and Design*, 2002, 23 : 59-68.
- [39] HE S, BAEL V A, LI S Y, et al. Residual stress determination in cold drawn steel wire by FEM simulation and X-ray diffraction[J]. *Materials Science and Engineering*, 2003, A346 : 101-107.
- [40] GOH C H, WALLACE J M, NEU R W, et al. Polycrystal plasticity simulations of fretting fatigue[J]. *International Journal of Fatigue*, 2001, 23 : S423-S435.
- [41] BECKER R. Effects of strain localization on surface roughening during sheet forming[J]. *Acta Materialia*, 1998, 46 : 1 385-1 401.
- [42] BEAUDOIN A J, BRYANT J D, KORZEKWA D A. Analysis of ridging in aluminum auto body sheet metal[J]. *Metallurgical and Materials Transaction A*, 1998, 29A : 2 323-2 332.
- [43] SHIN H J, AN J K, PARK S H, et al. The effect of texture on ridging of ferritic stainless steel[J]. *Acta Materialia*, 2003, 51 : 4 693-4 706.
- [44] WU P D, LLOYD D J, BOSLAND A, et al. Analysis of roping in AA6111 automotive sheet[J]. *Acta Materialia*, 2003, 51 : 1 945-1 957.
- [45] WU P D, LLOYD D J. Analysis of surface roughing in AA6111 automotive sheet[J]. *Acta Materialia*, 2004, 52 : 1 785-1 798.
- [46] 仲政. 均值自治理论及其在滑移多晶体中的应用[J]. *上海力学*, 1993, 14(3) : 15-23.
- [47] 梁乃刚, 程品三. 有限弹塑性变形的三维组集式本构模型[J]. *力学学报*, 1992, 24(2) : 162-170.
- [48] 刘志宏, 梁乃刚, 刘洪秋. 多晶金属弹粘塑性的取向元模型[J]. *力学学报*, 1996, 28(4) : 459-467.
- [49] 程经毅, 周光泉. 位错的运动和产生塑性变形的一般关系[C]//王自强等编. *塑性力学与细观力学文集*. 北京: 北京大学出版社, 1993 : 177-183.
- [50] 仲政, 杨卫, 黄克智. 考虑晶界滑动的多晶体大变形本构关系[C]//王自强等编. *塑性力学与细观力学文集*. 北京: 北京大学出版社, 1993 : 118-126.
- [51] NAKAMACHI E, DONG X H. Study of texture effect on sheet failure in a limit dome height test by using elastic/crystalline viscoplastic finite element analysis[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1996, 64 : 519-523.
- [52] NAKAMACHI E, DONG X H. Elastic/crystalline-viscoplastic finite element analysis of dynamic deformation of sheet metal[J]. *International Journal of Computed-aided Engineering Software*, 1996, 13 : 308-326.
- [53] MAO W M. Modeling of rolling texture in aluminum[J]. *Materials Science and Engineering*, 1998, A257 : 171-177.
- [54] 苏世忠, 李明哲, 李东平, 等. 用有限元多晶体弹塑性模型预测 FCC 金属冲压变形后的织构和各向异性[J]. *金属学报*, 2001, 37(5) : 532-536.
- [55] 张光, 张克实, 冯露. 有限变形下多晶晶体塑性模型算法及应用[J]. *应用力学学报*, 2004, 21(1) : 96-100.

## DEVELOPMENT ON CRYSTAL PLASTICITY FINITE ELEMENT MODELING IN METAL FORMING

PI Huachun<sup>1</sup> HAN Jingtao<sup>1</sup> XUE Yongdong<sup>1</sup>  
TIEU A Kiet<sup>2</sup> JIANG Zhengyi<sup>2</sup>

(1. School of Materials Science and Engineering,  
University of Science and Technology Beijing,  
Beijing 100083;

2. School of Mechanical, Materials & Mechatronic  
Engineering, University of Wollongong,  
Wollongong NSW 2522, Australia)

**Abstract :** The theory background and applications of crystal plasticity finite element modeling (CPFEM) in metal forming are reviewed as well as domestic research condition in the field of CPFEM. Finally, problems and emphasis on CPFEM are suggested. Crystal plasticity theory stemming from 1920s includes single crystal constitutive theory and polycrystal constitutive theory, which disclosures laws of material deforming. Finite element method (FEM) beginning thirty years ago has also been increasingly an effective tool for solving theory equations of material forming. As a powerful modeling tool bonding crystal plasticity with FEM organically, CPFEM has been applied in simulating material microstructures and different mechanical responses, which is more and more focused by material and mechanical researchers. However, both the theory and applications of CPFEM are not perfect. The future research emphasis of CPFEM theory is to build a systematic theory framework to predict many mechanical responses for plasticity deformation caused by both slip and twinning mechanism. Applications focus on other properties and variables related to texture. CPFEM can deepen one's understanding to material forming law and propel the theory development of crystal plasticity.

**Key words :** Crystal Plasticity Finite element method

作者简介:皮华春,男,1978年出生,博士研究生。主要研究方向为晶体塑性模拟。

E-mail : phc\_jx@163.com