

DOI: 10.3901/JME.2009.02.088

# 仿生鱼尾鳍推进并联机构设计\*

苏柏泉<sup>1</sup> 王田苗<sup>1</sup> 梁建宏<sup>1</sup> 李平<sup>2</sup>

(1. 北京航空航天大学机械工程及自动化学院 北京 100083;

2. 哈尔滨工程大学理学院 哈尔滨 150001)

**摘要:** 仿生尾鳍推进水下机器人的核心问题之一是推进机构的设计及其运动控制, 而如何减小推进机构的体积, 实现对鱼类尾鳍典型运动的精确模拟是其中的关键因素。提出一种新结构形式的两关节并联仿生尾鳍推进机构。基于该推进机构的简化模型, 分析组成机构各杆件的运动规律, 以及拍动中位角和各连杆长度之间的关系, 对推进机构所占空间进行对比分析。提出转弯性能和机构奇异点对推进机构各杆件的约束条件。结果表明该并联结构方式可以实现转向, 也减小推进机构占用空间。针对典型参数, 对尾鳍机构进行运动仿真, 结果肯定设计的合理性, 为水下仿生机器人的尾鳍推进机构提供一种设计方案。

**关键词:** 水下仿生机器人 尾鳍推进 运动分析 运动控制 机构设计

**中图分类号:** TP242

## Parallel Mechanism Design on Biomimetic Tail Fin Propulsion

SU Baiquan<sup>1</sup> WANG Tianmiao<sup>1</sup> LIANG Jianhong<sup>1</sup> LI Ping<sup>2</sup>

(1. College of Mechanical Engineering and Automation, Beihang University, Beijing 100083;

2. School of Science, Harbin Engineering University, Harbin 150001)

**Abstract:** One problem of biomimetic propulsion underwater vehicles is mechanism design and motion control. And how to reduce the volume of propulsion mechanism and accurately simulate typical motions of natural fish tail fin is the key factor. A parallel two joint tail fin mechanism (Parallel-TJTFM) is proposed, and motion analysis of each links is brought forward, based on a simplified model of the propulsion mechanism. Effects of turning capability and singularity positions on Parallel-TJTFM are also investigated. The relationship between middle angle of flapping motion and links length is given. Comparison result shows that parallel-TJTFM can reduce volume of the propulsion part of biomimetic underwater fish-like robot. Simulation of parallel-TJTFM gives a reasonable motion illustration and shows that the design is an alternative scheme of propulsion mechanism.

**Key words:** Underwater biomimetic robot Tail fin propulsion Motion analysis Motion control Mechanism design

## 0 前言

仿生推进是目前水下机器人领域一个重要研究方向和研究热点, 主要集中在模仿鱼类的高效、高速、高机动, 高静谧性。国内外研究组织自从 20 世纪 90 年代初以来开展推仿鱼尾及海豚尾推进方式<sup>[1-4]</sup>的研究。北京航空航天大学研制的 SPC-II 机器鱼<sup>[5]</sup>采用平行四连杆机构, 主臂和小臂驱动电动机采用共轴对称布置方式, 驱动系统体积大, 同时

增加了迎流面积, 为使外形呈流线型导致鱼体内部剩余空间变大。东京理工大学的双节点海豚机器人<sup>[6]</sup>采用曲柄和摆杆机构实现尾鳍的摆动, 机构简洁, 不足之处在于第二关节由弹簧带动, 其在不同摆动速度时尾鳍摆角不可控, 造成尾鳍摆动规律与鱼类尾鳍摆动规律存在差异, 而合适的攻角是提高尾鳍推进效率的关键因素之一<sup>[1]</sup>。日本国立海洋技术研究所研究的 UPF2001<sup>[7]</sup>尾鳍推进装置首先由减速电动机曲柄滑块机构产生符合正弦摆动的前后往复运动, 往复运动的连杆再带动连杆机构驱动尾鳍, 使尾鳍攻角摆动, 同时通过一块 V 形铁带动尾柄间歇的产生主拍动, 并保证和攻角变化的相位差。这一摆动结构使用连杆机构实现两个关节

\* 国家杰出青年科学基金资助项目(605253154)。20080205 收到初稿, 20080926 收到修改稿

的传动和协调，只用一个电动机驱动，因此容易实现高的拍动频率，但是结构形式限制了运动规律的变化，主要问题在于单独依靠尾鳍实现转向困难。

另外，对仿生鱼转弯性能的研究相对于仿生鱼直线巡游性能的研究还是一个比较不足的方面。WEIHS<sup>[8]</sup>从水动力学角度对鱼类进行了转弯性能的分析，并取得了同试验相符合的结果。HIRATA等<sup>[9]</sup>研究了仿生鱼模型的转弯性能，得到了摆动频率，摆动幅度，以及偏转角对转弯性能的影响关系曲线。TOMIE等<sup>[10]</sup>通过外界电磁场两种波形模式驱动仿生鱼尾部实现转弯，取得了良好的效果。其他研究人员<sup>[11-13]</sup>通过把转弯性能归结到机动性能研究的统一框架下的方式对鱼类或仿生鱼的转弯性能进行了研究。然而到目前为止还没有对仿生鱼的转弯性能提出比较全面的研究方案，也并未取得令人满意的结果。

目前，水下机器人的仿尾鳍推进方式的研究工作相对于其他仿生推进而言开展比较深入，尾鳍推进器的实用化程度也较高，但仍存在很多问题，其中之一是如何减小尾鳍推进机构所占空间体积，尽量减小对水下机器人整体外形设计所施加的约束，而外形的整体流线形式对于提高水下机器人的航程和效率，以及运动控制往往起着关键性的作用。针对这个问题，本文提出了一种尾鳍并联推进机构的设计，可以实现相位差可调节，同时减少了推进机构的体积。提出了并联机构设计并进行了运动分析，讨论了组成机构的各杆长对尾鳍拍动中位角的影响，分析了推进机构结构形式的约束因素：奇异位置布置，转弯性能。最后基于一组典型参数对直线运动进行了仿真分析。

### 1 尾鳍推进机构简化模型

生物学和仿生学研究表明，海洋中具有高速长时间巡游能力的鲔鱼等鱼类，使用具有高展弦比的尾鳍作为推进动力装置，尾鳍通过尾柄在肌肉的带动下呈现波状运动，不考虑表皮组织的柔性和关节数量，尾鳍运动总体上由两个具有相位差的正弦运动构成。两关节尾鳍相对多关节机构设计优点在于机构简单及可靠性高。本文提出的一种并联两关节仿尾鳍推进装置机构简图见图1，其中 $\alpha(t)$ 是尾鳍机构大臂摆动角， $\theta(t)$ 是尾鳍绕D点的摆角， $\varepsilon(t)$ 和 $\zeta(t)$ 为机构计算使用，没有生物学对应意义。

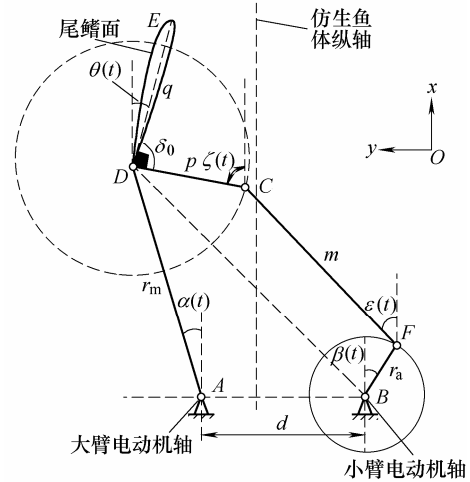


图1 仿生鱼尾鳍并联机构简图

根据并联机构理论，此机构为2R-3R机构。根据Grübler公式<sup>[14]</sup>尾鳍推进机构为2自由度，可以实现2自由度的仿鱼尾运动。图1中A、B为大、小臂驱动电动机轴所在位置，摆角 $\alpha(t)$ 和 $\beta(t)$ 为摆杆转角与x轴正向夹角，逆时针方向为角度增加方向，x轴正向同鱼体前进行方向相反，y轴正方向为垂直x轴且由右侧指向左侧。连杆AD、BF、CD、CF长 $r_m$ 、 $r_a$ 、 $p$ 、 $m$ 可以根据结构需要确定， $d$ 为大、小臂电动机轴间距，DE为尾鳍，CD和DE夹角 $\delta_0$ 可以根据摆动角度需要进行调节。尾鳍 $q$ 和短杆 $p$ 为固联关系其夹角可通过摆动范围指标预先确定。结合动力学模型，通过控制两个电动机的协调运动可以实现对鱼类尾鳍运动的精确模拟。

### 2 推进机构运动规律

为使尾鳍摆动角度符合鱼类尾鳍摆动规律<sup>[5]</sup>，则 $\alpha(t)$ 和 $\theta(t)$ 须满足

$$y(t) = A_y \sin(2\pi ft) \tag{1}$$

$$\theta(t) = \theta_0 \sin(2\pi ft - \phi) \tag{2}$$

$$\alpha(t) = A_\alpha \sin(2\pi ft) \tag{3}$$

式中  $y(t)$  ——尾鳍在y方向的振荡位移

$A_y$  ——尾鳍拍动位移幅度

$A_\alpha$  ——尾鳍大臂拍动角位移幅度

$\theta_0$  ——尾鳍面攻角角位移幅度

$f$  ——尾鳍的拍动频率

$\phi$  ——尾鳍大臂和尾鳍面攻角位移相位差，即 $\alpha(t)$ 和 $\theta(t)$ 之间存在的相位差

需要指出， $A_y$ 通过摆杆长度和摆角位移幅度计算， $A_\alpha$ 、 $\theta_0$ 、 $f$ 、 $\phi$ 可以根据尾鳍拍动要求设定。根据连杆机构尺寸链关系<sup>[15]</sup>，可知

$$r_m \sin \alpha(t) + d = p \sin \zeta(t) + m \sin \varepsilon(t) + r_a \sin \beta(t) \quad (4)$$

$$r_m \cos \alpha(t) = p \cos \zeta(t) + m \cos \varepsilon(t) + r_a \cos \beta(t) \quad (5)$$

$$\delta_0 - \theta(t) + \zeta(t) = \pi \quad (6)$$

所以

$$\zeta(t) = \pi - \delta_0 + \theta(t) \quad (7)$$

由式(2)~(6)解出  $\beta(t)$ ，即为小臂角运动规律，同时可以得到  $\varepsilon(t)$  以及  $\zeta(t)$  的运动规律。解算过程如下

$$\beta(t) = \arctan \left( \frac{2r_a y w}{(-2xw + r_a^2 + y^2 + x^2 - m^2)r_a} \right) \quad (8)$$

$$\varepsilon(t) = \arctan \left( \frac{2ym(z-w)}{(y^2 + 2xw - r_a^2 - x^2 + m^2)m} \right) \quad (9)$$

$$y = r_m \sin(A_v \sin(2\pi ft)) + d - p \sin(\theta_0 \sin(2\pi ft - \phi) - \pi + \delta_0) \quad (10)$$

$$x = r_m \cos(A_v \sin(2\pi ft)) - p \cos(\theta_0 \sin(2\pi ft - \phi) - \pi + \delta_0) \quad (11)$$

式中， $w$  是式(12)的有理数解。

$$0 = y^4 + 2y^2x^2 - 2y^2m^2 - 2x^2m^2 + r_a^4 - 2r_a^2y^2 + 2r_a^2m^2 + (-4r_a^2x - 4x^3 + 2xm^2 - 4y^2x)w + m^4 + (4y^2 + 4x^2)w^2 - x^4 + 2r_a^2x^2 \quad (12)$$

至此，尾鳍连杆机构的结构尺寸和摆角之间的关系被确定。相位差调节范围一般在  $60^\circ \sim 100^\circ$  之间<sup>[5]</sup>。图 2 为机构直线行进拍动图，0 表示运动初始位置，0~1 过程表示 1/4 个周期，1~2 表示第 2 个 1/4 周期，2~3 表示第 3 个 1/4 周期，3~4 表示第 4 个 1/4 周期，5 同 1，循环此过程。需要指出，尾鳍摆动起始阶段，图 2 中 0~1 阶段，为了使尾鳍保

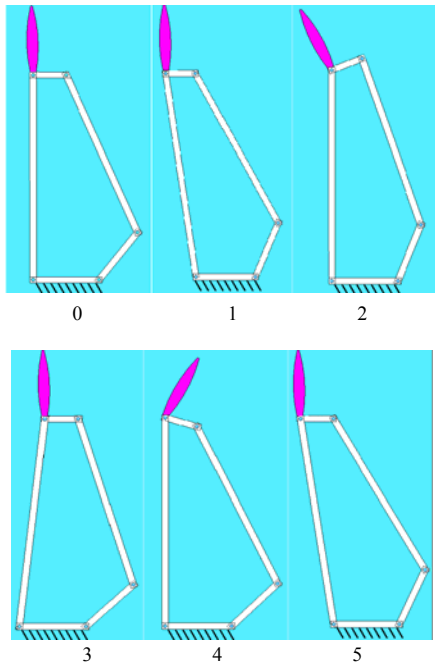


图 2 直线行进拍动简图

持攻角为零，可以在摆动开始之前，使尾鳍摆角预先摆动 1/4 个周期，造成大臂和尾鳍两个摆动之间的相位差。

### 3 相关约束分析

#### 3.1 机构奇异性

为了使机构在运动过程中和奇异点位置保持距离，需要对机构的奇异点进行分析。在拍动过程中，当图 1 中  $C$ 、 $D$ 、 $F$  以及  $B$ 、 $F$ 、 $C$  三点共线的时候，达到机构奇异位置，机构运动时需要考虑避开此点。机构奇异点位置如图 3 所示。奇异位置满足下列约束之一

$$\varepsilon(t) = \zeta(t) \quad (13)$$

$$\beta(t) = \varepsilon(t) \quad (14)$$

结合工程实际要求，可以设定机构偏离奇异位置左右各  $10^\circ$  为机构的工作范围，保证机构运动不致达到奇异位置。即约束条件是

$$10^\circ \leq \zeta(t) - \varepsilon(t) \quad (15)$$

$$10^\circ \leq \varepsilon(t) - \beta(t) \quad (16)$$

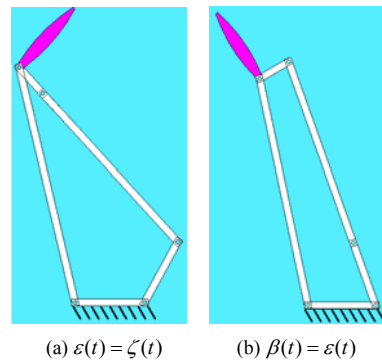


图 3 机构奇异位置

#### 3.2 转弯性能的影响

转弯性能对于仿生鱼机动性能研究而言是不可或缺的，人类研究仿生鱼的出发点之一就是模仿自然鱼类的高机动能力。因而，设计一款具有实际应用意义的水下仿鱼尾推进装置也必然要保证其转弯能力，尾鳍结构设计需要考虑转弯性能对结构形式的要求。

对仿生鱼，转弯通常是通过尾鳍偏中位拍动，实现的不对称摆尾运动来达到的，如图 4 所示，尾鳍绕与体轴  $OH$  成交角  $\psi_0$  的  $OO'$  对称摆动  $\varphi$  角。

根据式(3)，尾鳍摆动规律

$$\alpha(t) = A_v \sin(2\pi ft) + \psi_0 \quad (17)$$

此时，为了保证左右转弯性能相同，则要求

$$|\alpha(t)| \leq |\psi_0| + \varphi \quad (18)$$

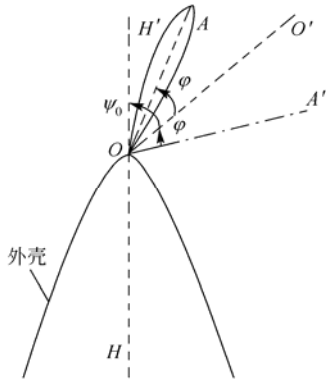


图4 仿生鱼转弯机动示意图

所以，转弯性能对机构的约束条件是

$$|A_v \sin(2\pi ft) + \psi_0| \leq |\psi_0| + \varphi \quad (19)$$

### 3.3 拍动中位角度与各连杆长度关系

奇异性是并联机构的固有性质。在奇异位形附

表1 各参数对鳍面中位摆角范围的影响

参数	参数范围	摆角最大值 $\theta_{max}/(^{\circ})$	摆角最小值 $\theta_{min}/(^{\circ})$	可达摆角中位 $\theta_m(^{\circ})$	双侧可达摆动范围 $\Omega(^{\circ})$
杆CF长 $m/m$	0.280~0.337	12.17~87.81	-44.25~-41.63	-16.04~23.10	28.21~64.71
杆BF长 $r_s/m$	0.080~0.137	12.17~87.81	-46.12~-36.26	-16.98~25.78	29.14~62.04
杆AD长 $r_m/m$	0.312~0.370	88.63~12.33	-38.65~-45.47	24.99~-16.57	63.64~62.04
大、小臂电动机轴间距 $d/m$	0.050~0.150	60.98~5.96	-47.06~-40.87	6.96~17.96	54.02~58.83
杆CD长 $p/m$	0.010~0.130	59.67~26.29	-47.77~-43.19	5.95~8.50	53.72~51.69
尾鳍固定角 $\delta_0/rad$	$\pi/4 \sim 3\pi/4$	-9.72~80.28	-87.51~2.48	-48.62~41.88	39.90~38.40

注：摆角限制在 $-90^{\circ} \sim 90^{\circ}$ 之间。 $\alpha(t) = 20^{\circ}$ 。

### 3.4 推进机构尺寸比较

本文提出的机构定义为并联机构，即并置方式，为了说明机构的相对优点，采取同平四杆机构，即共轴方式，相对比较的方法，其中的一个原因是，较第0节中提到的其他机构而言，平行四杆机构也可实现尾鳍的2自由度受控运动。当两轴相对位置由共轴改为并置后，为了便于比较相对优点，不妨假定大、小臂输出轴至驱动摆杆之间的传动机构尺寸相同，即  $d_{ms}$ 、 $d_{mb}$ 、 $l_{ms}$ 、 $l_{mb}$  在结构变化前后相同，如图5所示，其中电动机大、小臂选型相同，轴、径向长度分别为  $d_m$  以及  $l_m$ ，尾鳍推进机构紧贴外壳

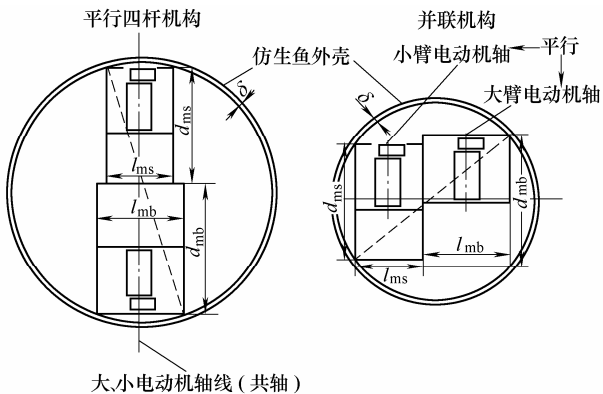


图5 两种方式整体尺寸对比

近，机构的精度、刚性等各项性能都会变差，因此必须让机构在远离奇异位形工作<sup>[16]</sup>。机构工作中位接近可实现摆动行程的中位，使得摆杆工作范围远离机构奇异点，工作较稳定。表1列出了各杆长对机构可实现摆动中位的影响，机构工作范围在可实现范围内，因而，表1也表达了各杆长对机构工作中位的影响。

表1显示机构摆动可达范围中位偏离机构的摆动中位余量满足模拟鱼类体轴中线动作的要求，同时也满足鱼类转弯对摆动角度的要求。在机构设计摆动角度上满足要求，施加式(3)、(8)规定的转角规律进行相应的机电控制，可以实现机构的模拟鱼类摆尾运动。在式(19)的约束条件下，在表1中选择合适的机构参数即可以实现鱼类转弯的动作。

内表面，外壳厚度  $\delta$ 。一般情况下执行元件为直流伺服电动机，配置减速器以及码盘以后，轴向长度是径向长度的2~5倍，即

$$2l_{ms} \leq d_{ms} \leq 5l_{ms} \quad 2l_{mb} \leq d_{mb} \leq 5l_{mb} \quad (20)$$

根据上述假设可以得到以下参数

共轴壳体直径

$$D_{cox} = \{[(d_{mb} + d_{ms})/2]^2 + [l_{mb} + l_{ms}]^2\}^{1/2} \quad (21)$$

并置壳体直径

$$D_{pal} = \{[(l_{mb} + l_{ms})/2]^2 + [d_{mb} + d_{ms}]^2\}^{1/2} \quad (22)$$

根据式(20)~(22)，可知  $D_{cox} < D_{pal}$ 。可见，并

联方式可以降低推进机构截面积，进一步由大、小臂输出轴至驱动摆杆之间的传动机构尺寸相同的假设可知，机构所占据空间紧凑，便于水下机器人内部空间规划。

## 4 运动仿真分析与约束检验

为了从原理上说明机构设计的可行性，本节进行仿真分析。摆动机构仿真参数值见表2，可知结构摆动变化规律为

$$y(t) = 0.08 \sin(4\pi t + \pi/2) \quad (23)$$

$$\theta(t) = \pi \sin(4\pi t - \pi/2)/9 \quad \theta(t) \in [20^\circ, -20^\circ] \quad (24)$$

$$\alpha(t) = \pi \sin(4\pi t)/9 \quad \alpha(t) \in [20^\circ, -20^\circ] \quad (25)$$

表 2 摆动机构参数

参数	数值
拍动频率 $f/\text{Hz}$	2
杆 $CF$ 长 $m/\text{m}$	0.30
杆 $BF$ 长 $r_a/\text{m}$	0.10
杆 $AD$ 长 $r_m/\text{m}$	0.35
大、小臂电动机轴间距 $d/\text{m}$	0.10
杆 $CD$ 长 $p/\text{m}$	0.05
尾鳍固定角 $\delta_0/^\circ$	90
尾鳍面攻角角位移幅度 $\theta_0/^\circ$	20
尾鳍大臂和尾鳍面摆动相位差 $\phi/^\circ$	90

起拍状态,  $\alpha(t)=0, \theta(t)=0$ , 可以解算  $\beta(t)$  摆动中位  $\beta(t) = -42.37^\circ$ 。图 6 表示遵循式(23)~(25)变化的摆动曲线。

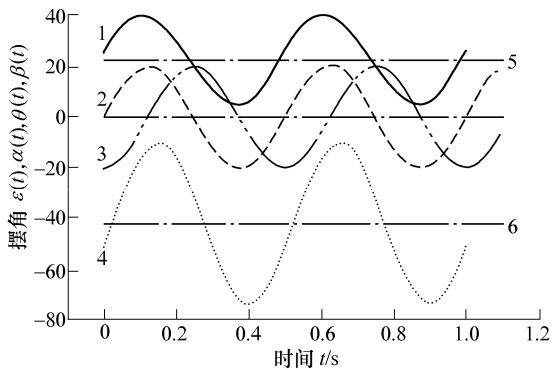


图 6 两个周期内各关节摆动规律

1.  $\varepsilon(t)$  2.  $\alpha(t)$  3.  $\beta(t)$  4.  $\beta(t)$  5.  $\varepsilon(t)$  中位 6.  $\beta(t)$  中位

由图 7 可以明显地看出,  $\beta(t)$  摆动初始位置并非是非摆动对称位置, 但从整个运动周期上看, 摆动呈现周期运动状态, 运动速度平滑, 无速度变化震荡状态, 对于电动机控制来讲是易于实现。因而机构整体上是比较合理的。

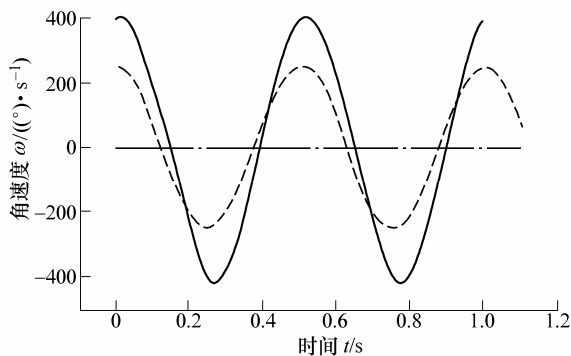


图 7  $\alpha(t)$  和  $\beta(t)$  角速度运动规律

——实线  $\omega_\beta(t)$     - - - - - 虚线  $\omega_\alpha(t)$

最后, 分析机构运动各约束要求, 图 8 表示两种相位差的关系曲线

$$\min(\zeta(t) - \varepsilon(t)) = 38.04^\circ \geq 10^\circ \quad (26)$$

$$\min(\varepsilon(t) - \beta(t)) = 44.99^\circ \geq 10^\circ \quad (27)$$

式(26)、(27)表明实际摆动位置为远离机构奇异点。

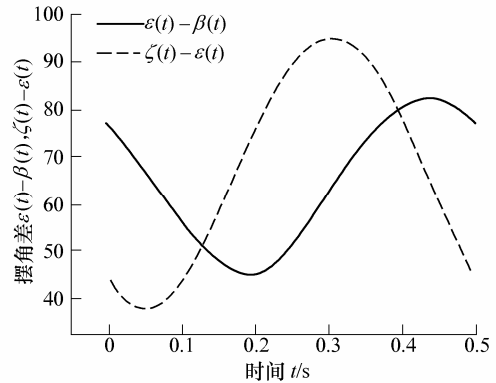


图 8 一个周期内  $\zeta(t) - \varepsilon(t)$  和  $\varepsilon(t) - \beta(t)$  摆角差

根据式(19), 并结合机构参数, 则

$$|20\sin(4\pi t) + 20| \leq |20| + 20 \quad (28)$$

另外, 机构摆角最大值为  $35.28^\circ$ , 最小值为  $-42.51^\circ$ , 可达摆角的中位为  $-3.62^\circ$ , 实际摆角中位  $0^\circ$ , 摆动范围为  $38.89^\circ$ , 实际双侧摆动余量最大值为  $18.89^\circ$ 。所以, 上述设计满足奇异性条件, 横向摆动范围, 转弯性能对机构的约束条件, 可以满足机构设计的工作要求。

## 5 结论

(1) 提出了一种新形式的可调节相位差的两关节并联尾鳍机构, 建立了拍动角度和各连杆长度关系的数学模型, 该模型可以直接用来控制驱动电动机。

(2) 提出了该仿生尾鳍推进机构设计的约束, 即机构奇异点和转弯性能。

(3) 尾鳍推进机构所占空间对比分析表明该并联结构方式可以缩小推进机构占用空间, 推进器结构紧凑。

进一步的研究工作将从动力学角度展开。

## 参 考 文 献

[1] TRIANTAFYLLOU G, TRIANTAFYLLOU M, GORSENBAGH M. Optimal thrust development in oscillating foils with application to fish propulsion[J]. Journal of Fluids and Structures, 1993, 7: 205-244.

[2] TRIANTAFYLLOU M, TRIANTAFYLLOU G. An efficient swimming machine[J]. Scientific American, 1995, 272: 64-70.

[3] ANDERSON J, KERREBROCK P. The vorticity control

- unmanned undersea vehicle (VCUUV)—An autonomous vehicle employing fish swimming propulsion and maneuvering[C]// The 10th International Symposium on Unmanned Untethered Submersible Technology, September, 1997, University of New Hampshire, 1997: 189-195.
- [4] 梁建宏, 邹丹, 王松, 等. SPC-II 机器鱼平台及其自主航行试验[J]. 北京航空航天大学学报, 2005, 31(7): 709-713.
- LIANG Jianhong, ZOU Dan, WANG Song, et al. SPC-II robot fish and its navigation experiment[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2005, 31(7): 709-713.
- [5] 梁建宏. 水下航行体仿生理理研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2006.
- LIANG Jianhong. Propulsive mechanism of bionic undersea vehicle[D]. Beijing: Beihang University, 2006.
- [6] AYERS J, DAVIS J L, RUDOLPH A. Neurotechnology for biomimetic robots[M]. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology Press, 2002.
- [7] HIRATA K, KAWAI S. Prototype fish robot UPF-2001 [DB/OL]. [2007-05-10]. [http://www.nmri.go.jp/eng/khirata/fish/experiment/upf2001/index\\_e.html](http://www.nmri.go.jp/eng/khirata/fish/experiment/upf2001/index_e.html).
- [8] WEIHS D. A hydrodynamical analysis of fish turning manoeuvres[C]// Proceedings of the Royal Society of London, Series B, Biological Sciences, 1972, Carlton House Terrace, London. London: The Royal Society, 1972: 59-72.
- [9] HIRATA K, TAKIMOTO T, TAMURA K. Study on turning performance of a fish robot[C]// Proceedings of the First International Symposium on Aqua Bio-Mechanisms, August, 2000, Tokai University Pacific Center, Honolulu, Hawaii. Kanagawa, Japan: Tokai University, 2000: 287-292.
- [10] TOMIE M, TAKIGUCHI A, HONDA T, et al. Turning performance of fish-type microrobot driven by external magnetic field[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2005, 41(10): 4 015-4 017.
- [11] WEBB P W, LALIBERTE G D, SCHRANK A J. Does body and fin form affect the maneuverability of fish traversing vertical and horizontal slits[J]. Environmental Biology of Fishes, 1996, 46(1): 7-14.
- [12] GERSTNER C L. Maneuverability of four species of coral-reef fish that differ in body and pectoral-fin morphology[J]. Canadian Journal of Zoology, 1999, 77(7): 1 102-1 110.
- [13] FISH F E. Performance constraints on the maneuverability of flexible and rigid biological systems[C]// Proceedings of the 11th International Symposium on Unmanned Untethered Submersible Technology, August, 1999, Durham, New Hampshire. New Hampshire: University of New Hampshire-Marine Systems Press, 1999: 394-406.
- [14] MURRAY R M, LI Z X, SASTRY S S. A mathematical introduction to robotic manipulation[M]. Boca Raton: CRC Press, 1993.
- [15] CRAIG J J. Introduction to robotics: mechanics and control[M]. 3rd ed. New York: Prentice Hall, 2004.
- [16] 白志富, 韩先国, 陈五一. 冗余驱动消除并联机构奇异研究[J]. 航空学报. 2006, 27(4): 733-736.
- BAI Zhifu, HAN Xianguo, CHEN Wuyi. Study on elimination singularities of parallel mechanism by actuation redundancy[J]. Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica, 2006, 27(4): 733-736.

---

作者简介: 苏柏泉, 男, 1979 年出生, 博士研究生。主要研究方向为非线性控制与机器人系统。

E-mail: subaiquan@gmail.com