

齿轮系统 Rattling 动力学行为研究*

董海军 沈允文 刘梦军 张锁怀
(西北工业大学机电工程学院 西安 710072)

摘要: 在考虑主动轴驱动转矩波动及齿轮副齿侧间隙的情况下,建立了单间隙齿轮系统 Rattling 分析的集中质量模型。计算了不同激励频率下齿轮系统振动性态随着激励幅值的增大而变化的规律。从计算得到的齿轮系统工作状态图,分析了齿轮系统振动噪声随着激励频率增大而变化的规律。计算结果还表明:激励频率在 $366.5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 以下时,随着激励幅值的增大,齿轮系统由完全啮合状态的单周期振动直接激变为时而啮合时而脱啮碰撞状态的混沌振动,而在这一混沌区域内还有可能出现周期窗口;在完全脱啮的状态下,随着激励幅值的增大,某些激励频率下,依次出现单周期、三周期之后变为混沌振动;某些激励频率下,依次出现单周期、二周期、四周期的周期倍化变为混沌振动;以固有频率激振时,齿轮副在时而啮合时而脱啮碰撞的状态表现为四周期的周期振动,而且随着激励幅值的增大还会出现齿轮副完全啮合的单周期振动,之后又激变为完全脱啮的混沌振动,表现为更加复杂的非线性特征。

关键词: 拍击振动 齿轮 间隙 混沌 动力学行为

中图分类号: TH113.1 TH132.41

0 前言

齿轮系统的拍击振动不仅对齿轮系统动态特性产生不良影响,同时也是引起齿轮传动系统噪声的主要原因,是一类典型的混沌振动。早期以 R. L. Seaman, R. Singh, A. Szadkowski 等为代表的学者们所研究的拍击振动问题主要是拍击阈值理论^[1~3]和汽车齿轮箱的拍击振动及降噪问题^[2,4,5,7]所考虑的非线性因素主要是齿侧间隙和离合器间隙,并对间隙做分段线性处理,最后用于分析计算的模型一般是只考虑扭转激励的单自由度系统。1990 年, F. Pfeiffer, A. Kunert 等研究了确定性模型向随机性模型的转换问题^[6],建立了一个离散的 Rattling 振动模型,指出 Rattling 振动具有混沌性质。近年来, Q. Feng^[8]、冯奇^[9,11]及温建明^[10,12]分别建立了单级、二级齿轮传动系统的随机调幅拍击模型。

实际上齿轮传动只是机械传动系统的一个中间环节,亦即齿轮系统的输入和输出端尚联有其他环节,因此必须予以考虑。将这些环节(包括原动机和执行机构)等效为两个惯性盘,建立了一种同时考虑齿侧间隙和构件刚性的较为完整的齿轮系统 Rattling 分析模型,并研究了在驱动力矩波动的激励下,齿轮系统 Rattling 的非线性动力学行为性态。

1 齿轮系统 Rattling 振动模型

图 1 为单间隙齿轮系统的 Rattling 振动模型的简图。齿轮 2 和 3 啮合副的齿侧间隙为 δ_n , 将其折合成角度间隙 $\theta = \delta_n / r_{b2}$ 。将齿轮传动前、后的其他环节分别简化成惯性质量盘 I_1 和 I_4 。设两惯性质量盘及两齿轮的角位移分别为 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 和 θ_4 。于是,系统的非线性动力学方程为

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\theta}_1 + c_1(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + k_1(\theta_1 - \theta_2) = T_{mi} + T_{ai} \sin \omega t \\ I_2 \ddot{\theta}_2 - c_1(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) - k_1(\theta_1 - \theta_2) + c_2' r_{b2}^2 (\dot{\theta}_2 - i_{23} \dot{\theta}_3) + k_2' r_{b2}^2 i_{23} f[(\theta_2 - i_{23} \theta_3), \delta_n / r_{b2}] = 0 \\ I_3 \ddot{\theta}_3 - c_2' r_{b2}^2 i_{23} (\dot{\theta}_2 - i_{23} \dot{\theta}_3) - k_2' r_{b2}^2 i_{23} f[(\theta_2 - i_{23} \theta_3), \delta_n / r_{b2}] + c_3(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_4) + k_3(\theta_3 - \theta_4) = 0 \\ I_4 \ddot{\theta}_4 - c_3(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_4) - k_3(\theta_3 - \theta_4) = -T_L \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{令 } I_{eq1} = \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} \quad I_{eq2} = \frac{I_2 I_3}{i_{23}^2 I_2 + I_3} \quad I_{eq3} = \frac{I_3 I_4}{I_3 + I_4}$$

$$c_2 = c_2' r_{b2}^2 \quad k_2 = k_2' r_{b2}^2 \quad \theta = \frac{\delta_n}{r_{b2}}$$

$$\omega_{ni} = \sqrt{\frac{k_i}{I_{eqi}}} \quad \zeta_i = \frac{c_i}{2\sqrt{I_{eqi} k_i}} \quad (i=1,2,3)$$

$$\begin{cases} \delta_1 = \theta_1 - \theta_2 \\ \delta_2 = \theta_2 - i_{23} \theta_3 \\ \delta_3 = \theta_3 - \theta_4 \end{cases}$$

* 国家自然科学基金资助项目(50075070)。20021127 收到初稿, 20030820 收到修改稿

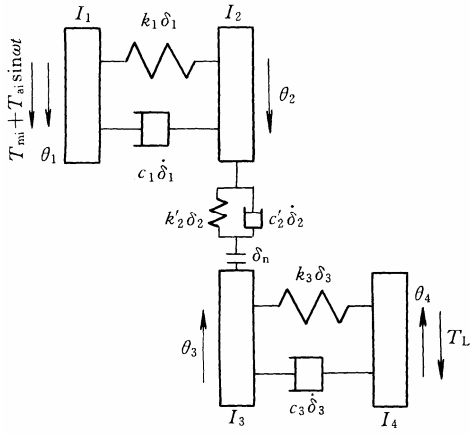


图 1 齿轮系统模型

- k_1 —— 主动轴扭转刚度
- k'_2 —— 轮齿啮合刚度
- k_3 —— 从动轴扭转刚度
- c_1 —— 主动轴扭转阻尼
- c'_2 —— 轮齿啮合阻尼
- c_3 —— 从动轴扭转阻尼
- T_{mi} —— 平均驱动力矩
- T_{ai} —— 驱动力矩变化幅值
- ω —— 激励角频率
- T_L —— 平均负载力矩
- δ_n —— 齿侧间隙
- θ —— 角度间隙
- ζ_i —— 阻尼比
- i_{23} —— 齿轮传动比, $i_{23} = \frac{r_{b3}}{r_{b2}} = \frac{z_3}{z_2}$

按照 δ_2 的不同, 齿轮传动有 5 种运动状态

- $\delta_2 > 0$ 齿面啮合
- $\delta_2 = 0$ 齿面碰撞
- $\delta_2 = -\theta$ 齿背碰撞
- $0 > \delta_2 > -\theta$ 脱啮
- $\delta_2 < -\theta$ 齿背啮合

由式(1)则有

$$\begin{cases} \ddot{\delta}_1 + 2\zeta_1\omega_{n1}\dot{\delta}_1 + \omega_{n1}^2\delta_1 - \frac{2\zeta_2\sqrt{I_{eq2}k_2}}{I_2}\dot{\delta}_2 - \\ \frac{k_2}{I_2}f(\delta_2, \theta) = \frac{1}{I_1}(T_{mi} + T_{ai}\sin\omega t) \\ \ddot{\delta}_2 + 2\zeta_2\omega_{n2}\dot{\delta}_2 + \omega_{n2}^2f(\delta_2, \theta) - \frac{2\zeta_1\sqrt{I_{eq1}k_1}}{I_2}\dot{\delta}_1 - \\ \frac{k_1}{I_2}\delta_1 - \frac{2i_{23}\zeta_3\sqrt{I_{eq3}k_3}}{I_3}\dot{\delta}_3 - \frac{i_{23}k_3}{I_3}\delta_3 = 0 \\ \ddot{\delta}_3 + 2\zeta_3\omega_{n3}\dot{\delta}_3 + \omega_{n3}^2\delta_3 - \frac{2i_{23}\zeta_2\sqrt{I_{eq2}k_2}}{I_3}\dot{\delta}_2 - \\ \frac{i_{23}k_2}{I_3}f(\delta_2, \theta) = \frac{T_L}{I_4} \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中的间隙非线性函数为

$$f(\delta_2, \theta) = \begin{cases} \delta_2 & \delta_2 > 0 \\ 0 & -\theta \leq \delta_2 \leq 0 \\ (\delta_2 + \theta) & \delta_2 < -\theta \end{cases} \quad (3)$$

若在脱啮状态下, 则应令运动方程式中含有 ζ_2 、 k_2 、 ω_{n2} 的相应项为 0。

以上各式中

- z_2, z_3 —— 齿轮齿数
- r_{b2}, r_{b3} —— 齿轮基圆半径
- I_i —— 极转动惯量($i=1,2,3,4$)
- θ_i —— 角位移($i=1,2,3,4$)
- δ_i —— 相对角位移($i=1,2,3$)

2 运动方程的量纲一化

$$\text{令 } \bar{t} = \omega t \quad \bar{\delta}_i = \delta_i \quad \dot{\bar{\delta}}_i = \frac{\dot{\delta}_i}{\omega} \quad \ddot{\bar{\delta}}_i = \frac{\ddot{\delta}_i}{\omega^2}$$

$$F_L = \frac{T_L}{I_4\omega^2} \quad \bar{\omega}_{ni} = \frac{\omega_{ni}}{\omega} \quad (i=1,2,3) \quad \bar{\theta} = \theta$$

$$F_{mi} + F_{ai}\sin\bar{t} = \frac{1}{I_1\omega^2}(T_{mi} + T_{ai}\sin\omega t)$$

按上述量纲一方法对各种状态下的运动方程处理后得到相应的量纲一方程分别为

$$\begin{cases} \ddot{\bar{\delta}}_1 + 2\zeta_1\bar{\omega}_{n1}\dot{\bar{\delta}}_1 + \bar{\omega}_{n1}^2\bar{\delta}_1 - \frac{2\zeta_2\sqrt{I_{eq2}k_2}}{I_2\omega}\dot{\bar{\delta}}_2 - \\ \frac{k_2}{I_2\omega^2}f(\bar{\delta}_2, \bar{\theta}) = F_{mi} + F_{ai}\sin\bar{t} \\ \ddot{\bar{\delta}}_2 + 2\zeta_2\bar{\omega}_{n2}\dot{\bar{\delta}}_2 + \bar{\omega}_{n2}^2f(\bar{\delta}_2, \bar{\theta}) - \frac{2\zeta_1\sqrt{I_{eq1}k_1}}{I_2\omega}\dot{\bar{\delta}}_1 - \\ \frac{k_1}{I_2\omega^2}\bar{\delta}_1 - \frac{2i_{23}\zeta_3\sqrt{I_{eq3}k_3}}{I_3\omega}\dot{\bar{\delta}}_3 - \frac{i_{23}k_3}{I_3\omega^2}\bar{\delta}_3 = 0 \\ \ddot{\bar{\delta}}_3 + 2\zeta_3\bar{\omega}_{n3}\dot{\bar{\delta}}_3 + \bar{\omega}_{n3}^2\bar{\delta}_3 - \frac{2i_{23}\zeta_2\sqrt{I_{eq2}k_2}}{I_3\omega}\dot{\bar{\delta}}_2 - \\ \frac{i_{23}k_2}{I_3\omega^2}f(\bar{\delta}_2, \bar{\theta}) = F_L \end{cases} \quad (4)$$

而碰撞前后的速度关系($\bar{\delta}_2 = 0$ 或 $\bar{\delta}_2 = -\theta$), 根据碰撞原理可得

$$\dot{\bar{\delta}}_2^+ = -\varepsilon\dot{\bar{\delta}}_2^- \quad (5)$$

式中 +, - —— 碰撞后和碰撞前的速度

ε —— 碰撞恢复系数, 在文中计算中取其值为 0.8

3 齿轮系统 Rattling 特性分析

3.1 系统参数

以模数 $m=3 \text{ mm}$, 齿数 $z_2 = z_3 = 40$ 的两个齿轮所组成的系统为对象进行了计算。转动惯量 I_1, I_2, I_3, I_4 分别为 2.80、2.65、2.60 和 $2.70 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 阻尼比 $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$ 分别为 0.05、0.10、0.05, 平均力矩 $T_{mi}=6 \text{ N} \cdot \text{m}$, θ 为 0.001 rad , 刚度 k_1, k_3 均为 $3.5 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$, 而 $k'_2=1.132 \times 10^8 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ 。

3.2 激励频率对齿轮系统拍击振动的影响

根据所给系统参数算出的三个固有频率中最小的一个是 $\omega_1=506.8 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 。采用四阶 Runge-Kutta 法计算了当激励频率小于固有频率时, 随着转矩激励幅值 T_{ai} 的增大, 系统振动性态的变化情况。

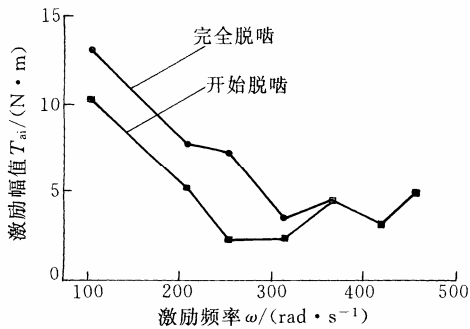


图 2 齿轮系统的工作状态

图 2 为不同激励频率下齿轮系统的工作状态图。开始脱啮线以下齿轮副不脱啮；完全脱啮线以上齿轮副完全脱啮；而两线之间齿轮副既有啮合又有脱啮碰撞。可以看出, 当激励频率小于二分之一的固有频率 ω_1 时, 齿轮副开始脱啮的激励幅值将随激励频率的增大而减小, 并在大约二分之一固有频率处有一极小值, 之后又有一个增大—减小—增大的过程。随着激励频率的增大, 齿轮副完全脱啮的激励幅值的变化规律与前者类似, 只是它的第一个极小值出现在比二分之一固有频率稍大的频率上。而二分之一固有频率之后既有啮合又有脱啮碰撞的区域却愈来愈小, 在 $\omega=366 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 左右以后该区域消失。

齿轮传动系统的噪声主要来源于齿轮副的拍击振动。开始脱啮的幅值愈小, 说明齿轮系统愈易产生拍击振动和噪声; 而齿轮副既有啮合又有脱啮碰撞的区域愈小, 说明齿轮副的拍击振动对激励幅值的增加更敏感, 即激励幅值有较小的增加, 就会使拍击的振幅和速度有较大的增加, 振动的噪声也就会有较大的增高。按照这个观点, 齿轮传动的噪声

应是随着激励频率的提高而增大, 并在大约二分之一固有频率处有一极大值。这一结果与参考文献[13]的试验结果在定性上甚为类似。

3.3 激励幅值对齿轮系统拍击振动的影响

通过计算发现, 在不同的激励频率下, 随着转矩激励幅值 T_{ai} 的增大, 齿轮系统从单周期振动通向混沌振动的道路是不同的。

3.3.1 单周期激变为混沌

在小于 $\omega=366.5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 的频率范围内, 相应于某一频率, 在小于某一激励幅值时, 齿轮系统将处于啮合状态而不会脱啮, 系统表现为单周期振动。

随着激励幅值的增大, 齿轮系统开始出现脱啮现象, 表现为时而啮合时而脱啮碰撞, 并且没有规律可言, 成为一种典型的混沌振动。从完全啮合啮合状态的单周期振动到时而啮合时而脱啮碰撞状态的混沌振动之间并没有出现分岔, 而是直接激变为混沌。但是, 在这一混沌区域中往往也会出现周期窗口。

图 3 为 $\omega=209.4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 时, $T_{ai}=5 \text{ N} \cdot \text{m}$ 时 $\bar{\delta}_2$ 的相图和 Poincaré 截面图。由图可以看出, $\bar{\delta}_2$ 始终大于零, 表明轮齿之间没有脱啮现象发生, 并且从 Poincaré 截面可以明显地看出运动是单周期的。显然, 这时系统呈线性特性。

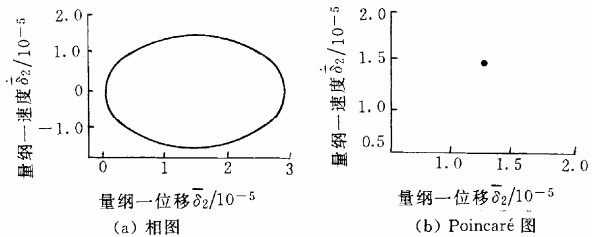


图 3 $\omega=209.4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $T_{ai}=5 \text{ N} \cdot \text{m}$ 时的振动特性

当激励幅值在 $5.20 \sim 7.69 \text{ N} \cdot \text{m}$ ($T_{ai}=6 \text{ N} \cdot \text{m}$ 除外) 之间变化时, 齿轮的运动状态是时而齿面啮合, 时而脱啮并且齿面相互碰撞, 并且 $\bar{\delta}_1, \bar{\delta}_2, \bar{\delta}_3$ 的变化均无明显的规律可言, 为典型的混沌运动状态。图 4 为同一激励频率下 $T_{ai}=7 \text{ N} \cdot \text{m}$ 时 $\bar{\delta}_2$ 的相图及 Poincaré 截面图。从相图上可以看出, 齿轮副既有啮合 ($\bar{\delta}_2 > 0$) 又有脱啮碰撞 ($\bar{\delta}_2 < 0$)。需要指出的是,

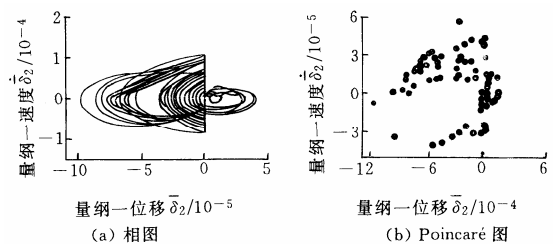


图 4 $\omega=209.4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $T_{ai}=7 \text{ N} \cdot \text{m}$ 时的振动特性

在相图中人为所加的竖线为辅助线，目的是为了连接碰撞前后 $\bar{\delta}_2$ 的状态，直线本身并不是相图的一部分(下同)。

但 $T_{ai}=6\text{ N}\cdot\text{m}$ 时却比较特殊，其相图及 Poincaré 截面图如图 5 所示。可以看出，齿轮副处于完全的脱啮碰撞状态，并且齿面齿背均有碰撞，而且为两周期的周期振动状态。说明在混沌区域中也会有周期窗口。

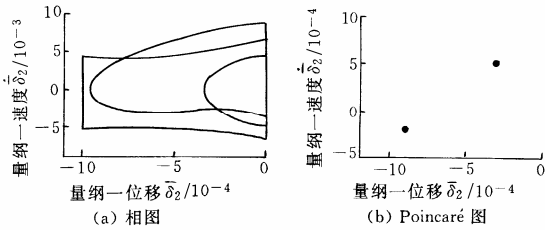


图 5 $\omega=209.4\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, $T_{ai}=6\text{ N}\cdot\text{m}$ 时的振动特性

3.3.2 单周期分岔为三周期后通向混沌

在小于 $\omega=366\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ 的频率范围内，当激励幅值进一步增大到某一值时，齿轮系统就会从时而啮合时而脱啮碰撞的混沌振动状态变为完全的脱啮碰撞，而不会有啮合出现。激励幅值较小时为单周期振动。随着激励幅值的增大，有些频率下，依次出现一周期分岔为三周期后就直接变为混沌振动。

如在 $\omega=209.4\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ 的激励频率下，当 $T_{ai}=7.7\sim 8.5\text{ N}\cdot\text{m}$ 时，齿轮副只有脱啮状态，且仅有齿面碰撞。 $\bar{\delta}_1$ 、 $\bar{\delta}_2$ 均为与激励周期相同的单周期振动， $\bar{\delta}_3$ 基本处于静止状态。图 6 所示为当 $T_{ai}=8\text{ N}\cdot\text{m}$ 时 $\bar{\delta}_2$ 的相图及 Poincaré 截面图。

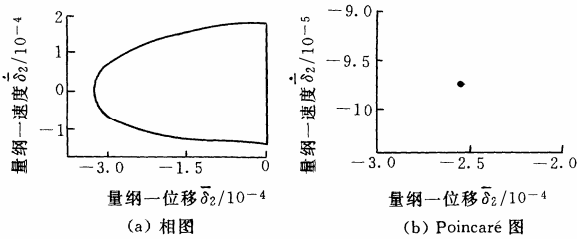


图 6 $\omega=209.4\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, $T_{ai}=8\text{ N}\cdot\text{m}$ 时的振动特性

当 $T_{ai}=8.5\sim 12.5\text{ N}\cdot\text{m}$ 时，齿轮副也只有脱啮状态，齿轮的振动为三周期运动。如图 7 所示为 $T_{ai}=10\text{ N}\cdot\text{m}$ 时 $\bar{\delta}_2$ 的相图及 Poincaré 截面图。

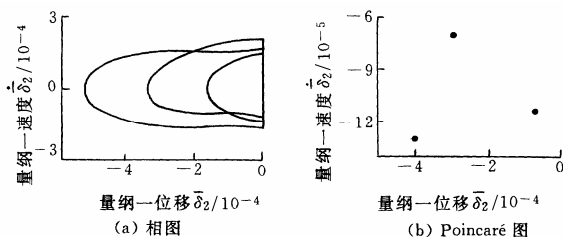


图 7 $\omega=209.4\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, $T_{ai}=10\text{ N}\cdot\text{m}$ 时的振动特性

当激励幅值在 $12.5\text{ N}\cdot\text{m}$ 以上时，齿轮副同样只有脱啮状态，但却不是周期振动，而成为混沌振动。如图 8 所示为 $T_{ai}=13\text{ N}\cdot\text{m}$ 时 $\bar{\delta}_2$ 的相图及 Poincaré 截面图。

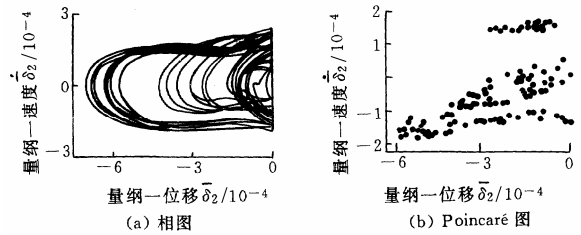


图 8 $\omega=209.4\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, $T_{ai}=13\text{ N}\cdot\text{m}$ 时的振动特性

3.3.3 倍周期分岔通向混沌

齿轮完全脱啮时，某些频率下，随着激励幅值的增大，依次出现一周期、二周期、四周期的周期倍化直到混沌振动。

如在 $\omega=366.5\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ 的激励频率下，当激励幅值大于 $T_{ai}=4.506\text{ N}\cdot\text{m}$ 时，齿轮完全脱啮。图 9 为 $T_{ai}=5\text{ N}\cdot\text{m}$ 时 $\bar{\delta}_2$ 的相图及 Poincaré 截面图。由图可见，齿轮系统为单周期振动。随着激励幅值的增大，齿轮系统依次变为二周期、四周期直到混沌振动，如图 10~12 所示。

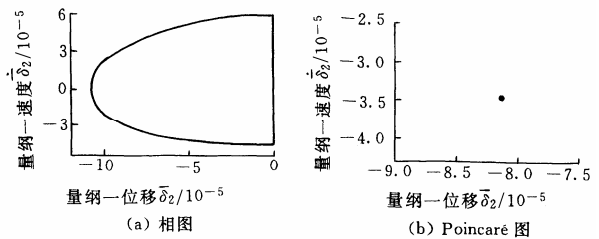


图 9 $\omega=366.5\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, $T_{ai}=5\text{ N}\cdot\text{m}$ 时的振动特性

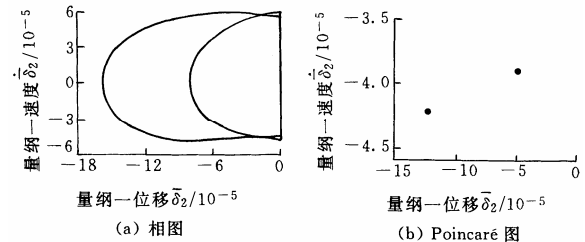


图 10 $\omega=366.5\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, $T_{ai}=7\text{ N}\cdot\text{m}$ 时的振动特性

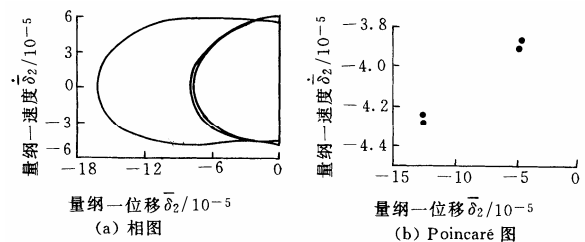


图 11 $\omega=366.5\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, $T_{ai}=7.16\text{ N}\cdot\text{m}$ 时的振动特性

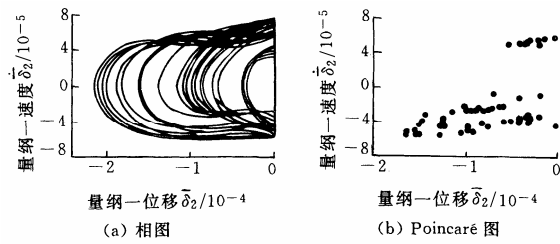


图 12 $\omega=366.5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $T_{ai}=7.3 \text{ N} \cdot \text{m}$ 时的振动特性

3.3.4 激励频率等于固有频率时齿轮系统的拍击特性

若激励频率恰好等于系统的固有频率时, 齿轮系统的振动表现出完全不同的性态。激励幅值 T_{ai} 在小于 $6.1 \text{ N} \cdot \text{m}$ 时, 齿轮副处于完全啮合状态, 并且为单周期振动; 激励幅值在 $T_{ai}=6.10 \sim 6.57 \text{ N} \cdot \text{m}$ 时, 齿轮系统表现为时而啮合时而脱啮碰撞的状态, 但均为四周期振动, 如图 13 所示; 但随着激励幅值增大到 $T_{ai}=6.58 \sim 6.65 \text{ N} \cdot \text{m}$ 时, 齿轮副又处于完全啮合状态, 并且为单周期振动, 如图 14 所示; 激励幅值 T_{ai} 大于 $6.65 \text{ N} \cdot \text{m}$ 时, 齿轮副完全脱啮, 双边来回碰撞, 并且为混沌振动, 如图 15 所示。

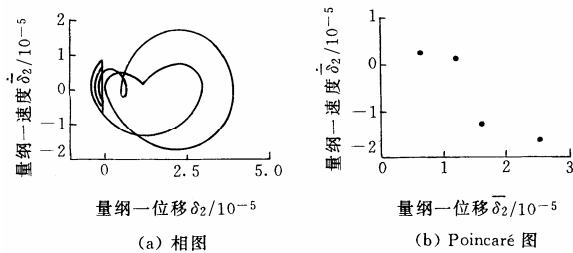


图 13 $\omega=506.8 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $T_{ai}=6.1 \text{ N} \cdot \text{m}$ 时的振动特性

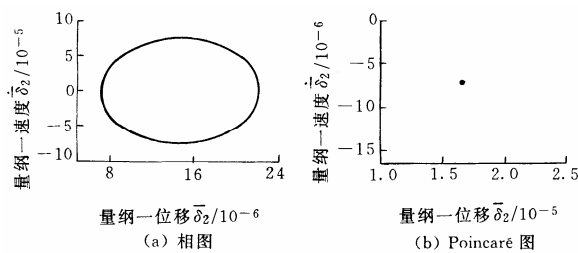


图 14 $\omega=506.8 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $T_{ai}=6.6 \text{ N} \cdot \text{m}$ 时的振动特性

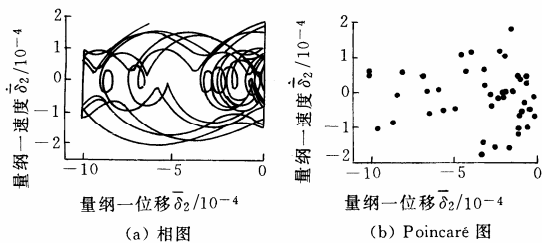


图 15 $\omega=506.8 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $T_{ai}=6.67 \text{ N} \cdot \text{m}$ 时的振动特性

4 结 论

在考虑惯性质量盘、齿侧间隙及驱动转矩波动

的情况下, 建立了单间隙齿轮系统的拍击振动模型。

(1) 当激励频率在小于二分之一的固有频率时, 齿轮副开始脱啮和完全脱啮的激励幅值随激励频率的增大而减小。开始脱啮的激励幅值约在二分之一固有频率处有一极小值, 而完全脱啮的激励幅值极小值出现在比二分之一的固有频率稍大的频率上。之后二者又有一个增大—减小—增大的过程。大于二分之一的固有频率之后既有啮合又有脱啮碰撞的区域却愈来愈小, 在 $\omega=366.5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 左右以后该区域已不存在。

(2) 在 ω 小于 $366.5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 的频率范围内, 随着激励幅值的增大, 齿轮系统由完全啮合状态下的单周期振动直接激变为时而啮合时而脱啮碰撞状态的混沌振动。而在既有啮合又有脱啮碰撞状态下的混沌振动区域内, 也有可能出现周期窗口。

(3) 齿轮副在完全脱啮的状态下, 随着激励幅值的增大, 在某些激励频率下, 依次出现一周期分岔为三周期后直接变为混沌振动; 而在另一些频率下, 依次出现一周期、二周期和四周期的周期倍化直到混沌振动。

(4) 以固有频率激振时, 齿轮系统的振动表现出完全不同的性态。随着激励幅值的增大, 依次出现完全啮合状态(单周期)、时而啮合时而脱啮碰撞状态(四周期)、完全啮合状态(单周期)和完全脱啮碰撞状态(混沌)。

(5) 通过对齿轮副工作状态的分析, 得出了齿轮系统振动噪声随着激励频率提高而增大、并在激励频率约等于二分之一的固有频率处有一极大值的结论。这一结论与试验结果相吻合。

参 考 文 献

- 1 Seaman R L, Johnson C E, Hamilton R F. Component inertial effects on transmission design. SAE Paper, 1984, 841686
- 2 Singh R, Xie H, Comparin R J. Analysis of automotive neutral gear rattle. Journal of Sound and Vibration, 1989, 131(2): 177~196
- 3 Szadkwski A. Mathematical model and computer simulation of idle gear rattle. SAE Paper, 1991, 910641
- 4 Comparin R J, Singh R. An analytical study of automotive neutral gear rattle. ASME Journal of Mechanical Design, 1990, 112(6): 237~245
- 5 Karagiannis K, Pfeiffer F. Theoretical and experimental investigations of gear-rattling. Nonlinear Dynamics, 1991(2): 367~387
- 6 Pfeiffer F, Kunert A. Rattling models from deterministic to

- stochastic processes. *Nonlinear Dynamics*, 1990(1): 63~74
- 7 Padmanabhan C, Barlow R C, Rook T E, et al. Computational issues associated with gear rattle analysis. *Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design*, 1995(3): 185~192
 - 8 Feng Q, Pfeiffer F. Stochastic model on a rattling system. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, 215(3): 439~453
 - 9 冯奇. 随机调幅 Rattling 系统建模. *应用数学和力学*, 1999, 20(1): 85~92
 - 10 温建明, 冯奇. 随机调幅 Rattling 振动系统的二级传动模型. *振动工程学报*, 2000, 13(3): 353~360
 - 11 冯奇. Rattling 系统的一种随机模型. *同济大学学报*, 1998, 26(4): 396~400
 - 12 温建明, 冯奇. Rattling 系统的一种二级传动随机模型. *噪声与振动控制*, 1998, 18(5): 2~7
 - 13 董海军, 王三民, 李继庆, 等. 支承刚度对弧齿锥齿轮振动性能影响的实验研究. *机械科学与技术*, 1998, 17(5): 826~827

RESEARCH ON THE DYNAMICAL BEHAVIORS OF RATTLING IN GEAR SYSTEM

*Dong Haijun Shen Yunwen Liu Mengjun
Zhang Suohuai
(Northwestern Polytechnical University)*

Abstract: A lumped mass gear-rattling model with single backlash is established by considering the torque fluctuation of

driving shaft and backlash between the gear pair. The dynamical behaviors of the gear system are studied with the increasing excitation amplitude under different excitation frequencies. From the working state obtained by the calculation, the changing law of the system's noise when the excitation frequency increased is analyzed. The analyzed results show that when the excitation frequencies are lower than $366.5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, the vibration state will be changed directly from period-1 state to chaotic state with the increasing of excitation amplitude. And in the period-1 state the gear teeth are always in meshing, but in the chaotic state the gear teeth will sometimes mesh and sometimes separate. Between the chaotic states, there will be a periodic state window. When the gear teeth completely separate, under some excitation frequencies the period-1, period-3 and chaotic vibration will occur orderly with the increasing of amplitude. But under some other excitation frequencies the period-1, period-2, period-4 and other double periodic vibration till chaotic vibration will occur orderly. Under nature frequency, the mesh state is a kind of period-4 vibrations if the gear pair sometimes meshes and sometimes separates. When the excitation amplitude increase, the gear pair will be always meshing and the state is a period-1 vibration. If the excitation amplitudes are larger, the mesh state would be changed to chaotic, and the gear pair would complete separate. And the phenomena will be more complicated.

Key words: Rattling Gear Backlash

Chaos Dynamical behaviors

作者简介: 董海军, 男, 1960 年出生, 博士研究生, 从事机械系统非线性动力学方面的研究。