

DOI: 10.3901/JME.2009.03.150

平面柔性 3-RRR 并联机构自标定方法*

邵珠峰 唐晓强 王立平 黄 鹏

(清华大学精密仪器与机械学系 北京 100084)

摘要: 平面柔性并联机构具有柔性机构和少自由度并联机构两者的优点,是当前研究的热点之一。提出并验证一种简单、有效的平面柔性 3-RRR 并联机构自标定方法。从误差建模出发,利用矢量链法推导出标定参数辨识方程。借助静平台上的标准定位圆孔,通过仪器对拉线式编码器(线尺)进行标定,进而利用线尺在线地测量、记录机构运行中的实际位姿,结合数控系统中的理论轨迹,辨识出系统模型误差。根据辨识结果对控制模型进行补偿,使平面柔性 3-RRR 运动平台轨迹误差得到了明显的减小,有效提高了机构的精度,完成了利用线尺进行机构自标定方法的研究。由于测量工具和建模方法通用性强,且具有在线实际位姿测量能力,该试验研究为平面柔性少自由度并联机构的自标定提供了一种切实可行的解决途径,同时为全闭环控制提供了可行的测量方法。

关键词: 柔性并联机构 误差建模 自标定

中图分类号: TP242

Self-calibration Method of Planar Flexible 3-RRR Parallel Manipulator

SHAO Zhufeng TANG Xiaoqiang WANG Liping HUANG Peng

(Department of Precision Instruments and Mechanology, Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract: Planar flexible parallel manipulators, which concentrate the merits of both flexible manipulators and lower-mobility parallel manipulators, have become a hot spot of current researches. A simple and effective self-calibration approach for a planar flexible 3-RRR parallel manipulator is proposed and verified. Based on the error modeling, parameter identification equations are derived by vector chains. Actual poses of the manipulator during applications are measured on line by linear wire encoders, which have been calibrated by instruments through standard positioning holes of the static platform. According to the identification results deduced from the theoretical trajectory of numerical control system, the control model is compensated. As a result, the accuracy of the manipulator is greatly improved, and the study of the self-calibration by linear wire encoders is completed. In view of the great availability of measuring implements and modeling method, as well as the capacity of measuring the actual poses on line, this method is a practical solution to self-calibration of lower-mobility planar flexible parallel manipulators and an available measure for the closed-loop control.

Key words: Flexible parallel manipulator Error modeling Self-calibration

0 前言

应用并联机构开发的并联机器具有速度快、加速度大、柔性好等优点,自 20 世纪 90 年代中期问世以来有了快速的发展^[1]。其中,少自由度并联机构,尤其是平面并联机构相对于 6 自由度并联机构,

具有较大的工作空间、良好的操作性能和结构简单等优点^[1]。在驱动力和机构质量受限的应用场合,柔性机构是必然的选择^[2]。柔性机构具有质量轻、体积小、更高的运行速度和节约能源等特点,目前已广泛应用于航空和航天领域^[3-4]。平面柔性少自由度并联机构具有柔性机构和少自由度并联机构两者的优点,已成为当前研究的热点之一^[5]。

几何精度是制约并联机器在工业上得到广泛应用的重要因素,主要是因为:①虚、实轴间存在非线性映射,难以确定误差源。②无有效手段在线

* 国家自然科学基金(50605035)和国家高技术研究发展计划(863 计划,2006AA04Z133,2007AA041901)资助项目。20080311 收到初稿,20080825 收到修改稿

检测终端的位姿误差，难以实现全闭环控制^[6]。目前，主要利用运动学标定来提高并联机器的运动精度。自标定相对于外部标定而言具有不依赖外部测量和可实现全闭环控制等优点而备受关注^[7-8]。但是，自标定最大的问题是内部冗余传感器(或锁紧装置)的添加，对机构的硬件改动较大，且标定算法复杂^[9-10]。

本文针对平面柔性 3-RRR 并联机构提出了一种实用的自标定方法，在机构结构基本保证不变的前提下，利用线尺完成对机构终端位姿的在线测量和记录。从误差建模出发，利用矢量链法推导出参数辨识方程，运用线尺实现了机构的自标定。根据标定结果对控制模型进行修正，使机构轨迹精度得到大幅提高，满足了柔性并联机构的精度要求。

1 矢量链法误差建模

如图 1 所示，平面柔性 3-RRR 机构运动平台由基础平台、动平台和 3 组连杆组成。通过控制电动机的转动来驱动主动杆摆动，进而带动从动杆运动，使动平台实现平面内两个方向的移动和垂直于平面的转动。机构是可重构的，可通过更换杆件来满足不同的试验要求。

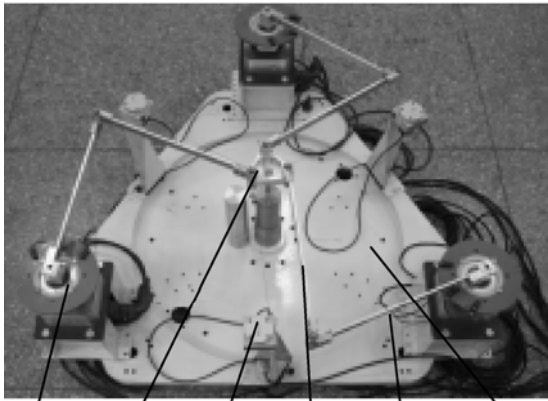


图 1 平面柔性 3-RRR 运动平台

- 1. 驱动电动机 2. 动平台 3. 线尺
- 4. 从动杆 5. 主动杆 6. 基础平台

为便于机构误差模型的建立、推导，并且与后续线尺推导过程保持一致，定义如图 2 所示坐标系如下。

(1) 基础平台定坐标系(机床坐标系) Oxy 平面为 3 个主动关节名义位置所确定的面， x 轴平行于 A_1A_2 。 O 点为基础平台的几何中心在 Oxy 平面上的垂直投影。

(2) 连杆坐标系 $\{A_i\}$ ：与定坐标系 Oxy 位于同一平面内，原点 A_i 位于主动关节圆心， x_{Ai} 轴

沿 A_iB_i 方向，点 A_i 的名义和误差矢量分别为 d_i 和 δd_i 。坐标系 $\{A_i\}$ 的姿态误差矢量为 $\delta \theta_i$ ，其中 d_i 、 δd_i 和 $\delta \theta_i$ 在定坐标系 $O'x'y'$ 中度量。

(3) 动平台坐标系 $O'x'y'$ ：与定坐标系 Oxy 位于同一平面内，原点 O' 位于动平台中心主轴通孔(用于固定标定夹具或者主轴)的圆心， x' 轴平行于 C_1C_2 。点 O' 在定坐标系 Oxy 中的名义和误差位置矢量分别为 r 和 δr ，动平台坐标系 $O'x'y'$ 相对于定坐标系 Oxy 的名义和误差姿态矢量分别为 φ 和 $\delta \varphi$ 。点 C_i 相对于 O' 点的名义与误差位置矢量为 h_i 和 δh_i 。且 h_i 、 δh_i 在坐标系 $O'x'y'$ 下度量。

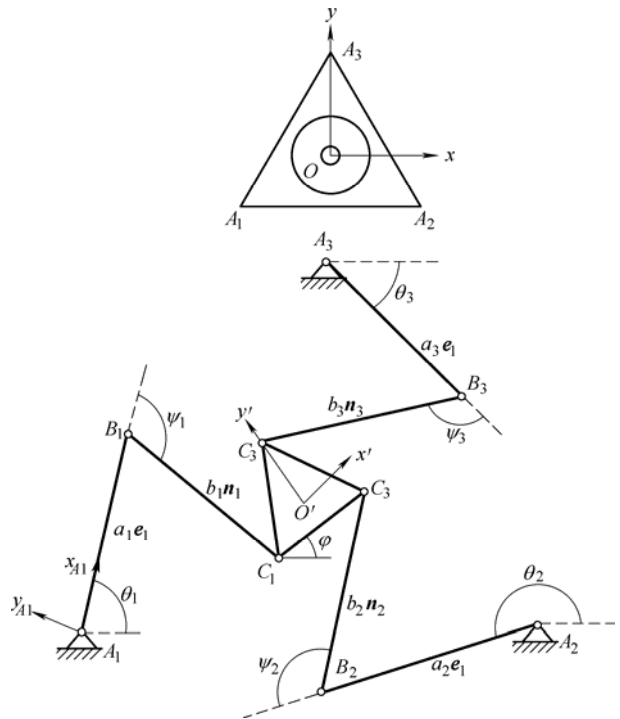


图 2 机构结构和尺寸参数示意图

另外，主动杆的名义杆长为 a_i ， δa_i 表示主动杆 i 的杆长误差；从动杆的名义杆长为 b_i ，单位方向矢量为 n_i ，杆长误差为 δb_i 且方向误差矢量为 δn_i 。

理想情况下，基础平台定坐标系原点 O 经矢量链 $O-A_i-B_i-C_i-O'-O$ 中的位置可以表示为^[10-11]

$$r = d_i + R_{\theta_i} a_i e_1 + b_i n_i - R_{\varphi} h_i \quad i=1,2,3 \quad (1)$$

式中 $R_{\theta_i} = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{pmatrix}$

$$R_{\varphi} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$$

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

根据上述坐标系定义和误差源描述，在小摄动

条件下, 上述位置矢量环可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{r} + \delta\mathbf{r} = & \mathbf{d}_i + \delta\mathbf{d}_i + \mathbf{R}_{\theta_i}(\mathbf{E}_2 + \delta\mathbf{R}_{\theta_i})(\mathbf{a}_i + \delta\mathbf{a}_i)\mathbf{e}_1 + \\ & (\mathbf{b}_i + \delta\mathbf{b}_i)(\mathbf{n}_i + \delta\mathbf{n}_i) - \mathbf{R}_{\phi}(\mathbf{E}_2 + \delta\mathbf{R}_{\phi})(\mathbf{h}_i + \delta\mathbf{h}_i) \end{aligned} \quad (2)$$

$i = 1, 2, 3$

式中 $\mathbf{E}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$\delta\mathbf{R}_{\phi_i} = \delta\phi \cdot \mathbf{W}$$

$$\delta\mathbf{R}_{\theta_i} = \delta\theta_i \cdot \mathbf{W}$$

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

式(2)减去式(1), 舍去高阶项, 得

$$\begin{aligned} \delta\mathbf{r} = & \delta\mathbf{d}_i + \mathbf{R}_{\theta_i}(\delta\mathbf{a}_i\mathbf{e}_1 + \mathbf{a}_i\delta\mathbf{R}_{\theta_i}\mathbf{e}_1) + \delta\mathbf{b}_i\mathbf{n}_i + \\ & \mathbf{b}_i\delta\mathbf{n}_i - \mathbf{R}_{\phi}(\delta\mathbf{h}_i + \delta\mathbf{R}_{\phi}\mathbf{h}_i) \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (3)$$

式(3)两边同时点乘 \mathbf{n}_i^T , 根据 $\mathbf{n}_i^T \cdot \mathbf{n}_i = 1$, $\mathbf{n}_i^T \cdot \delta\mathbf{n}_i = 0$, 整理得

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_i^T \delta\mathbf{r} + \mathbf{n}_i^T \mathbf{R}_{\phi} \mathbf{W} \mathbf{h}_i \delta\phi = & \mathbf{n}_i^T \delta\mathbf{d}_i + \mathbf{n}_i^T \mathbf{R}_{\theta_i} \mathbf{e}_1 \delta\mathbf{a}_i + \\ & \mathbf{a}_i \mathbf{n}_i^T \mathbf{R}_{\theta_i} \mathbf{W} \mathbf{e}_1 \delta\theta_i + \delta\mathbf{b}_i - \mathbf{n}_i^T \mathbf{R}_{\phi} \delta\mathbf{h}_i \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (4)$$

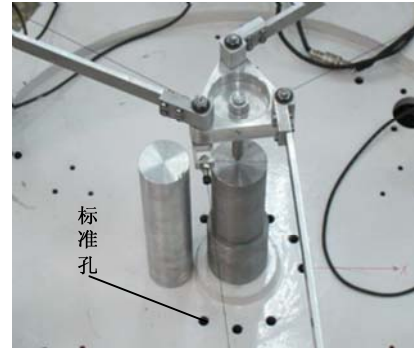
式(4)表明, 3-RRR 运动平台的终端姿态和位置误差是耦合的, 需要进行全位姿的误差测量。机构具有平面内完整的 3 自由度, 故平面内的位姿误差可以通过软件全部补偿。影响末端位姿精度的几何误差源共有 18 项, 分别为 3 个主动转动关节的安装误差 $\delta\mathbf{d}_i$, 6 根连杆的长度误差 $\delta\mathbf{a}_i$ 和 $\delta\mathbf{b}_i$, 动平台的加工误差 $\delta\mathbf{h}_i$ 。若能测量动平台终端的姿态和位置误差, 就可以利用最小二乘法求出系统的全部几何误差。动平台位姿理论值可通过数控系统记录, 下面测量动平台实际位置和姿态。

2 线尺模型的解算

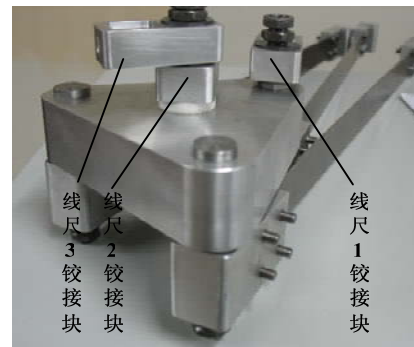
为保证对柔性 3-RRR 运动平台进行高精度的全误差标定和位姿信息的在线记录, 试验选用高精度线尺作为终端位姿测量元件, 量程为 1 m, 分辨率为 0.04 mm(四倍频以后分辨率为 0.01 mm)。

线尺作为一种增量型测量元件, 仅记录相对位移, 每次使用时需进行初始化。由于并联机构的虚轴和实轴存在非线性映射, 在结构安装上线尺的拉伸方向难以保证与单个虚轴方向始终平行。因此, 线尺的测量数据和并联机构的位姿存在非线性的映射。理论上, 利用固结在 3-RRR 机构定平台并且以一定夹角铰接于动平台相异两点的 3 根线尺就可以解算出动平台的位姿。但是, 为了减小线尺拉扯力对柔性系统造成的干扰, 3 根线尺在圆周上呈均匀分布(图 3a), 使动平台在工作空间内所受的线尺合

力最小。线尺 1、2、3 的螺纹端铰接于动平台相异两点(图 3b), 线尺 2、3 用于测量动平台终端的位置, 线尺 1 则用于测量动平台终端的转角。



(a) 俯视图



(b) 线尺铰接块

图 3 动平台线尺的连接

建立线尺数据与 3-RRR 运动平台位姿之间的映射关系如下。

在基础平台定坐标系 Oxy 内建立线尺 2、3 的运动学模型

$$(x_2 - x_i)^2 + (y_2 - y_i)^2 = (l_2 + \delta l_{2i})^2 \quad (5)$$

$$(x_3 - x_i)^2 + (y_3 - y_i)^2 = (l_3 + \delta l_{3i})^2 \quad (6)$$

$$i = 1, 2, \dots, 9$$

式中 (x_2, y_2) 和 (x_3, y_3) 分别表示线尺 2、3 安装在定坐标系 Oxy 中的坐标(线尺钼丝出线端的位置坐标)。 l_2 和 l_3 表示线尺初始化的初始长度。 (x_i, y_i) 表示 O' 在定坐标系 Oxy 中的坐标。

为便于线尺标定, 预先在基础平台加工 10 个相对基础平台定坐标系 Oxy 位置已知的标准圆孔, 中心孔圆心为坐标原点(用于调整机构回零传感器), 周围 9 个标准圆孔(图 3a)用于线尺的标定, 通过简单夹具(图 4)可以保证动平台主轴孔圆心(坐标系 $O'x'y'$ 原点)同 9 个标准圆孔的圆心重合。

标定流程如下。

(1) 松开线尺 1, 将线尺 2、3 与机构连接。

(2) 3-RRR 运动平台在数控系统控制下回零(使用较低的回零速度)。

(3) 待系统振动稳定后, 线尺清零, 伺服下电。



图4 标定卡具

(4) 依次将动平台主轴孔圆心(坐标系 $\{O'\}$ 原点)通过夹具手动固定在 9 个标准点, 分组记录线尺 2、3 的示数(式(5)、(6)中的 δl_{2i} 和 δl_{3i})和对应的标准点坐标(式(5)、(6)中的 x_i 和 y_i)。

(5) 分别利用式(5)、(6), 多组数据联立, 用最小二乘法求解 x_2 、 y_2 、 x_3 、 y_3 、 l_1 和 l_2 。

线尺 1 的数据包含动平台位置和姿态信息, 需要分两步进行标定。首先, 求解线尺 1 的位置坐标, 具体过程与线尺 2、3 的标定过程相同, 只需松开线尺 2, 将线尺 1 固定在线尺 2 的铰接块上, 此时可列出如下方程

$$(x_1 - x_i)^2 + (y_1 - y_i)^2 = (l + \delta l_i)^2 \quad i=1,2,\dots,9 \quad (7)$$

按照前述流程可算出线尺 1 的位置坐标 (x_1, y_1) , 式(7)中的 l 并非机构回零后线尺 1 的初始长度, 无需解算。在得到线尺 1 位置坐标的基础上进一步求解线尺 1 的初始长度。在定坐标系 $\{O\}$ 中, 可建立线尺 1 与动平台姿态之间映射关系函数如下

$$\{x_1 - [x_j - m \cos(\alpha + \varphi_i)]\}^2 + \{y_1 - [y_j - m \sin(\alpha + \varphi_i)]\}^2 = (l_1 + \delta l_{1k})^2 \quad (8)$$

式中, j 为测量的组次, (x_j, y_j) 为动平台主轴孔圆心(坐标系 $O'x'y'$ 原点)在基础平台定坐标系 $\{O\}$ 中坐标值, l_1 为线尺 1 初始长度, (x_1, y_1) 表示线尺 1 在定坐标系 $\{O\}$ 中的安装坐标(定义同线尺 2、3), m 为动平台坐标系原点到线尺 1 铰接处转动中心的距离, α 是由动平台形状决定的一个已知定值, φ_i 为动平台偏转角度, δl_{1k} 为线尺伸长量。其中, m 、 α 已知, x_j 、 y_j 可通过线尺 2、3 解算。

在角度标定中使用的工具是 FW100 型万能分度仪。标定流程如下。

(1) 将线尺 1~3 与机构连接。

(2) 将 FW100 型万能分度头固定在基础平台上, 保证卡盘轴线平行于定坐标系 Oxy 的 z 轴。

(3) 3-RRR 运动平台在数控系统控制下回零(使用较低的回零速度)。

(4) 待系统振动稳定后, 线尺清零, 伺服下电。

(5) 手动将动平台夹头夹持在分度头上, 记录此时 3 个线尺的数据, 线尺 2、3 的数据用于解算动平台位置坐标。

(6) 用分度头将动平台转过一定角度, 转角增量从分度头上读出, 记录线尺 1 的数据(动平台位置未改变, 线尺 2、3 的示数不变)。

(7) 多次重复步骤(6), 记录多组数据, 求解 l_1 。

至此, 可得到 3 根线尺的坐标位置和初始长度。在机构运行时, 根据线尺示数利用式(5)、(6)、(8) 联立反求出动平台坐标系原点 O' 在基础平台定坐标系 Oxy 中的实际坐标和偏转角度。

3 3-RRR 并联机构标定试验

根据上述线尺标定过程, 对线尺进行标定, 利用最小二乘法求解, 弱化随机扰动影响。线尺完成在线数据记录后, 将记录的数据导入 Matlab 软件快速拟合出机构实际运动轨迹, 通过与理想轨迹的对比, 可清晰发现轨迹的整体偏差趋势和局部误差大小。然后利用运动学模型和推导出的系统误差模型辨识出机构几何误差。由于柔性 3-RRR 试验平台的杆件需要不时更换, 以实现不同长度和弹性模量杆件的试验, 所以在本次标定中仅辨识和补偿主动关节的位置坐标误差。辨识出的主动关节的位置坐标分别为 $A_1(-260.293 \ 2, 448.774 \ 3)$ 、 $A_2(-261.234 \ 7, 449.005 \ 7)$ 和 $A_3(-1.777 \ 9, 512.727 \ 8)$ 。最后, 在数控系统中进行补偿。

补偿前后分别在常用工作空间(圆心在基础平台定坐标系原点, 半径为 100 mm 的圆)边界走一个圆形轨迹(为避免引入振动误差, 保证机构的进给率 $F \leq 500$)。下面介绍 3-RRR 并联机构标定试验的试验结果。

图 5 示出了未对线尺和机构进行标定前拟合轨迹和理想轨迹曲线的偏离情况。图 5 中, 曲线 1 为线尺采集数据拟合出的曲线(机构结构参数和线尺安装位置、初始长度等均取设计值); 曲线 2 为理想的轨迹圆。可以看出误差超出 10 mm。这时的误差包括两部分: ①运动平台本身的轨迹误差。②线尺未标定而引入的测量误差。

图 6 为最终标定后, 误差情况的变化曲线。图 6 中, 曲线 1、2 为标定后的线尺所记录数据拟合的曲线, 反映机构的真实终端轨迹。其中曲线 1 为对机构进行补偿前的终端轨迹拟合曲线, 曲线 2 为对

机构进行标定和补偿后的轨迹拟合曲线；曲线 3 为理想轨迹圆。为了便于观察，将图 6 的 I、II 两矩形区域作局部放大(图 6b、6c)。图 6b、6c 的坐标轴单位均为 1 mm。通过对比可看出经过对机构进行标定补偿，轨迹误差得到了明显的减小(大于 75%)，更好地趋近于理想轨迹。通过实际标定，机构从最初大于 10 mm 的误差，缩小到 0.5 mm 以内，满足了原定柔性机构的应用精度要求，证明了该方法的有效性和可行性。

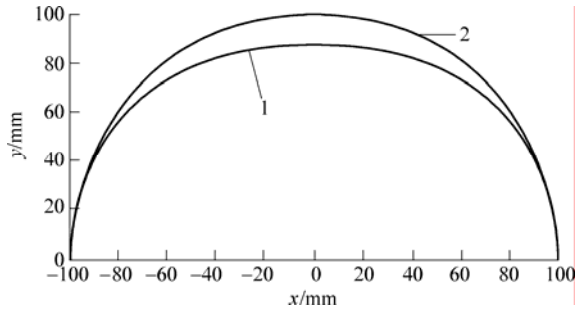


图 5 未进行线尺和机构标定的拟合结果

1. 拟合曲线 2. 理想曲线

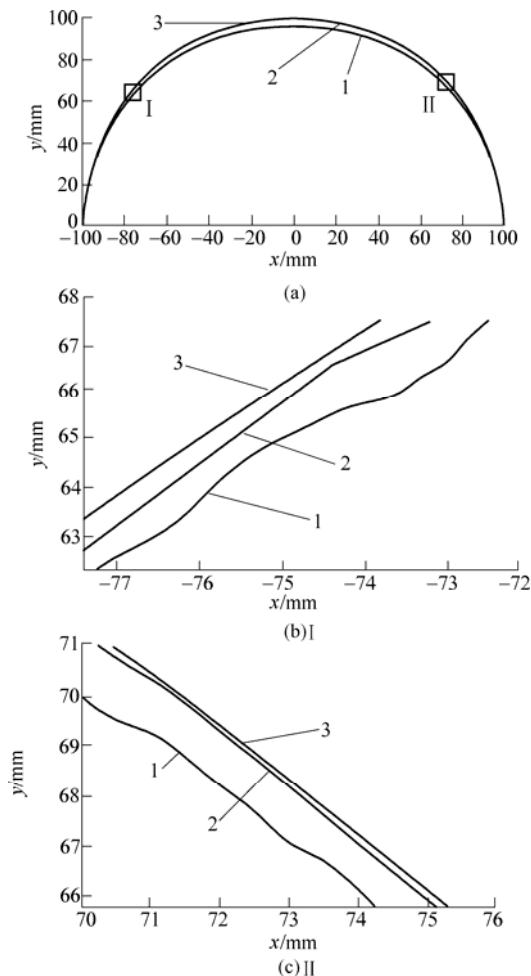


图 6 补偿后拟合结果

1. 补偿前的终端轨迹拟合曲线
2. 标定和补偿后的轨迹拟合曲线
3. 理想轨迹圆

4 结论

(1) 本文提出的自标定方法使用的测量和辅助装置简单，不涉及复杂的自标定算法，计算量小，方便实用，对实际位置的解算可以在一个插补周期内完成。

(2) 利用线尺能够在保持机构结构基本不变的前提下，实现机构的自标定。通过对主动关节的位置误差进行补偿，将试验平台的终端位置精度提高到 0.5 mm 以内，满足了该类柔性并联试验装置的精度要求。

(3) 针对自标定算法的要求，在原有数控系统的基础上搭建了实时在线数据测量的接口，为后续全闭环控制的研究奠定了基础。

参 考 文 献

- [1] 高猛, 李铁民, 唐晓强. 少自由度并联机床标定实验研究[J]. 机械工程学报, 2003, 39(9): 118-122.
GAO Meng, LI Tiemin, TANG Xiaoqiang. The calibration study on low mobility parallel machines[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(9): 118-122.
- [2] LOUIS J E, JENNCHEN T, MARC C. Designing flexible manipulators with the lowest natural frequency nearly independent of position[J]. IEEE Transaction on Robotics and Automation, 1999, 15(4): 605-611.
- [3] LI Ying, ZHU Mingchao, LI Yuanchun. Kinematics of reconfigurable flexible-manipulator using a local product-of-exponentials formula[C]// Proceedings of the 6th World Congress on Intelligent Control and Automation, June 21-23, 2006, Dalian, China: IEEE Press, 2006: 9 022-9 026.
- [4] MAHMOOD I A, BHIKKAJI B, MOHEIMANI S O R. Vibration and position control of a flexible manipulator[J]. Information, Decision and Control, 2007, 2: 260-265.
- [5] 姚蕊, 唐晓强, 黄鹏, 等. 具有高加速度特性的柔性 3-RRR 并联机构尺度综合设计[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2008, 2(48): 184-188.
YAO Rui, TANG Xiaoqiang, HUANG Peng, et al. Dimensional design for flexible planar 3-RRR parallel manipulator with high acceleration index[J]. J. Tsinghua Univ. (Sci. and Tech.), 2008, 2(48): 184-188.
- [6] 黄田, 李亚, 李思维, 等. 一种三自由度并联机构几何误差建模、灵敏度分析及装配工艺设计[J]. 中国科学(E 辑), 2002, 32(5): 628-635.

- HUANG Tian, LI Ya, LI Siwei, et al. Error modeling, sensitivity analysis and assembly process of a class of 3-DOF parallel kinematic machines with parallelogram struts[J]. Science in China (Series E), 2002, 32(5): 628-635.
- [7] ZHUANG H. Self-calibration of parallel mechanisms with a case study on Stewart platform[J]. Advanced Robotics, 1997, 11(5): 519-539.
- [8] PHILIPP L, CHRISTOPH B. HEXA-parallel-structure calibration by means of angular passive joint sensors[C]// Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics & Automation, Jul. 29-Aug. 1, 2005, Niagara Falls, Ont., Canada. Canada: IEEE Press, 2005: 1 300-1 305.
- [9] 何小妹, 丁洪生, 付铁, 等. 并联机床运动学标定研究综述[J]. 机床与液压, 2004(10): 9-11.
- HE Xiaomei, DING Hongsheng, FU Tie, et al. Review on kinematic calibration of parallel kinematic machine[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2004(10): 9-11.
- [10] 高猛. 少自由度并联机构运动学标定[D]. 北京: 清华大学, 2005.
- GAO Meng. Kinematic calibration of parallel kinematic mechanisms with fewer than six degrees of freedom[D]. Beijing: Tsinghua University, 2005.
- [11] 黄田, 唐国宝, 李思维, 等. 一类少自由度并联构型装备运动学标定方法研究[J]. 中国科学(E 辑), 2003, 46(5): 829-838.
- HUNANG Tian, TANG Guobao, LI Siwei, et al. Kinematic calibration of a class of parallel kinematic machines(PKM) with fewer than six degrees of freedom[J]. Science in China (Series E), 2003, 46(5): 829-838.
-
- 作者简介: 邵珠峰, 男, 1983 年生, 博士研究生。主要研究方向为并联机器的精度保证与控制系统。
E-mail: shaozf06@mails.tsinghua.edu.cn
- 唐晓强, 男, 1973 年生, 副教授。主要研究方向为并联机器设计及其控制。
E-mail: tang-xq@mail.tsinghua.edu.cn
- 王立平, 男, 1967 年生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为并联机器设计及动力学分析。
E-mail: lpwang@mail.tsinghua.edu.cn
- 黄鹏, 男, 1983 年生, 博士研究生。主要研究方向为先进制造装备及其控制。
E-mail: huangp@mails.tsinghua.edu.cn