

# 汽车电动助力转向系统的自适应 LQG 控制\*

陈无畏 王妍旻 王启瑞 杨柳青 黄继武 许张红

(合肥工业大学机械与汽车工程学院 合肥 230009)

摘要:在对汽车电动助力转向系统(EPS)结构形式和性能进行分析的基础上,建立起 3 自由度的汽车动力学模型。为克服实际 EPS 系统中存在的动态行为不确定性,采用自适应 LQG 控制策略。通过对模型参数的在线辨识,实现系统的自适应 LQG 控制。在多种汽车行驶工况下,进行自适应 LQG 控制和 LQG 控制的仿真计算。仿真结果表明,应用自适应 LQG 控制比 LQG 控制的 EPS 有更好的鲁棒性,且能有效改善 EPS 的助力特性及汽车的转向特性。为验证仿真结果,还进行装有 EPS 系统的实车试验。试验结果充分证明了所提方法是正确和有效的, EPS 系统可很好改善汽车操纵性能。

关键词:电动助力转向 参数辨识 自适应控制

中图分类号:U463.44 TP271.2

## 0 前言

电动助力转向系统(Electric power steering system, EPS),是汽车电子化发展的成果之一,在各国汽车制造业中得到普遍重视。EPS 与传统的液压助力转向系统相比有许多优点,如系统的零件数较少,装配性好,主动安全性高且节油等,是中小型汽车、轿车、混合动力汽车和电动汽车的理想选择。

参考文献[1~4]以单独的 EPS 模型为研究对象,不考虑汽车侧倾转向对系统的影响。在侧倾转向效应较小的情况下,这样的模型可以得到较好的仿真效果。但是,在汽车转向的过程中必有侧倾运动,且通常这种侧倾效应较大,对前后轮的有效侧偏刚性影响也较大。这时,该模型显然不够准确,必须计入侧倾效应的影响。另外,由侧倾运动所产生的侧倾角,是和汽车操纵稳定性及行驶平顺性有关的一个重要参数,是评定汽车操纵稳定性的一个重要指标,其大小影响到汽车的横摆角速度瞬态响应<sup>[5]</sup>。参考文献[4]采用了模糊 PD 及  $H_\infty$  两种控制方案对 EPS 系统进行了仿真研究,虽然在建模时考虑了路面干扰对系统的影响,但当模型参数发生变化时,这两种控制器并不能有效跟随模型参数变化,减少不确定性因素对系统的影响。参考文献[1]将 EPS 与在 ADAMS 环境下建立的全车模型相结合进行仿真研究,但它并没有考虑系统的抗干扰性能。

通过分析 EPS 的助力特性以及其与侧倾转向的相互作用关系,建立起 3 自由度汽车转向系统模型。充分考虑了外界干扰及不确定性因素对系统性能的

影响,采用自适应 LQG 控制策略,以转向盘转矩、横摆角速度、车身侧偏角及它们的控制量构成二次型性能指标,设计了 EPS 控制系统,进行了大量的仿真计算和实车试验。其结果表明提出的控制策略可使 EPS 有较好的助力效果,整车转向性能和操纵稳定性有较大改善。

## 1 数学模型的建立

### 1.1 EPS 系统模型

图 1 为配有齿轮齿条式转向器的 EPS 系统,其主要装置有转矩传感器、助力电动机及其减速机构和电控单元(ECU)等。

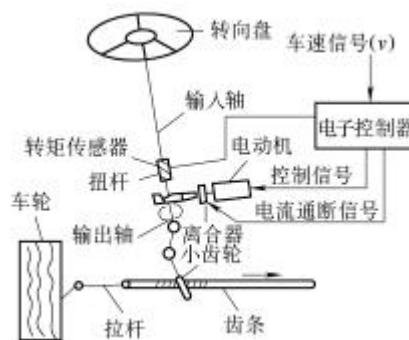


图 1 EPS 系统示意图

评价汽车转向系统的性能可从转向盘操纵力和把持力两个不同角度来考虑<sup>[6]</sup>。由图 1 可见,由地面作用力传递到转向盘的动力学方程为

$$J_{eq}\ddot{q}_p + c_1\dot{q}_p + k_s(q_p - q_h) = T_r - T_m \quad (1)$$

式中  $J_{eq}$ ——转向机构的当量转动惯量  
 $c_1$ ——转向机构的当量阻尼系数

\* 国家自然科学基金(50275045)和国家自然科学基金国际合作(50411130486)资助项目。20050228 收到初稿,20050710 收到修改稿

$k_s$ ——扭转刚度

$T_r$ ——路面通过前轮作用于转向轴上的转矩

$T_m$ ——电动机输出转矩

$q_p$ ——转向小齿轮转角

$q_h$ ——转向盘转角，常数

为分析问题方便，把前轮和转向机构向转向轴简化，设从电动机到转向轴的传动比为  $N_1$ ，从转向轴到前轮的传动比为  $N_2$ ，则

$$n_m = N_1 \dot{q}_p \quad (2)$$

$$q_p = N_2 d \quad (3)$$

式中  $d$ ——前轮转角

$n_m$ ——电动机转速

$N_1$ ——电动机到转向轴的传动比

$N_2$ ——转向轴到前轮的传动比

### 1.2 线性3自由度汽车模型

在汽车转向过程中，必定有侧倾转向效应，故可采用线性3自由度角输入操纵运动模型(图2、3)<sup>[6]</sup>。假设在小离心加速度下的操纵运动，不考虑轮胎的非线性特性，则该3自由度运动微分方程为

$$I_z \dot{w}_r + I_{xz} \dot{p} = -aF_{y1} + bF_{y2} \quad (4)$$

$$m_c v(\mathbf{w}_r + \dot{\mathbf{b}}) - m_s h \dot{p} = -(F_{y1} + F_{y2}) \quad (5)$$

$$I_x \dot{p} - m_s h v(\mathbf{w}_r + \dot{\mathbf{b}}) + I_{xz} \dot{w}_r = -(c_f + c_r)p - (c_{f1} + c_{f2} - m_s h g)\mathbf{f} \quad (6)$$

$$\dot{\mathbf{f}} = p \quad (7)$$

式中  $m_c, m_s$ ——整车和悬架质量

$I_{xz}$ ——惯性积

$a, b$ ——质心至前、后轴距离

$F_{y1}, F_{y2}$ ——前后轮侧偏力

$c_f, c_r$ ——前后悬架侧倾角阻尼

$c_{f1}, c_{f2}$ ——前后悬架侧倾角刚度

$I_x, I_z$ ——绕  $x, z$  轴的转动惯量

$h$ ——侧倾力臂长度

$g$ ——重力加速度

$w_r$ ——横摆角速度

$\mathbf{b}$ ——汽车质心侧偏角

$v$ ——汽车前进速度

$\mathbf{f}$ ——车身侧倾角

单个前轮和后轮的侧偏力分别为

$$F_{y1} = k_f d_1 \quad F_{y2} = k_r d_2$$

前轮侧偏角

$$d_1 = \mathbf{b} + \frac{a}{v} \mathbf{w}_r - E_f \mathbf{f} - d$$

后轮侧偏角

$$d_2 = \mathbf{b} - \frac{b}{v} \mathbf{w}_r - E_r \mathbf{f}$$

将其代入式(4)~(6)，得

$$I_z \dot{w}_r + I_{xz} \dot{p} = N_r w_r + N_\beta \mathbf{b} + N_f \mathbf{f} + N_d d \quad (8)$$

$$m_c v(\mathbf{w}_r + \dot{\mathbf{b}}) - m_s h \dot{p} = Y_r w_r + Y_\beta \mathbf{b} + Y_f \mathbf{f} + Y_d d \quad (9)$$

$$I_x \dot{p} - m_s h v(\mathbf{w}_r + \dot{\mathbf{b}}) + I_{xz} \dot{w}_r = L_p p + L_f \mathbf{f} \quad (10)$$

式中  $N_r = -2 \left( \frac{k_f a^2 + k_r b^2}{v} \right)$

$$N_\beta = 2(-ak_f + bk_r + N_3 + N_4)$$

$$N_d = -2(ak_f - N_3)$$

$$N_f = 2(-bE_f k_r + aE_r k_f)$$

$$Y_r = 2 \left( \frac{-ak_f + bk_r}{v} \right)$$

$$Y_\beta = -2(k_f + k_r)$$

$$Y_d = 2k_f$$

$$L_p = -(c_f + c_r)$$

$$L_f = -(c_{f1} + c_{f2} - m_s g h)$$

$k_f, k_r$ ——前后轮有效侧偏刚度

$N_3, N_4$ ——前后回正力矩角刚度

$E_f, E_r$ ——前后侧倾转向系数

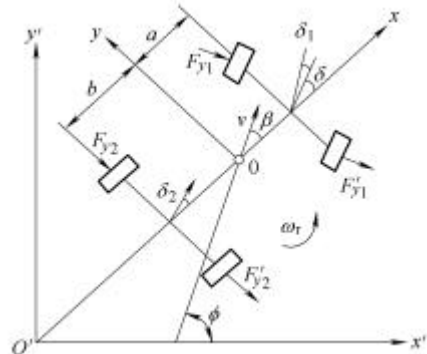


图2 转向俯视图

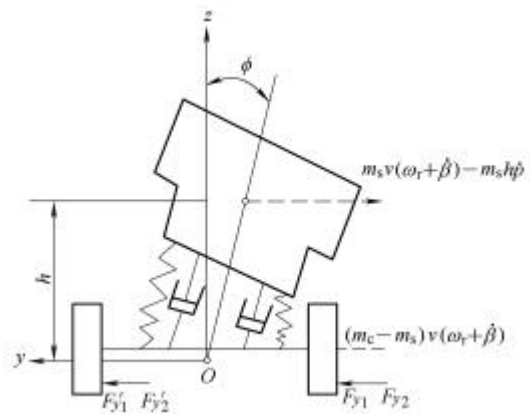


图3 转向后视图

### 1.3 电动机模型

系统采用直流电动机。电动机端电压  $U$  和输出转矩  $T_m$  与电感  $L$ 、电枢电阻  $R_1$ 、转矩系数  $K_a$ 、反电动势常数  $K_b$ 、转速  $n_m$ 、电流  $I$  和时间  $t$  之间的关系如下

$$U = L\dot{I} + R_1 I + K_b n_m \quad (11)$$

$$T_m = K_a I \quad (12)$$

### 1.4 转向侧偏力模型

小转角条件下, 轮胎侧偏特性可认为是线性的, 绕转向主销作用于轮胎转矩  $T_r'$  为

$$T_r' = 2ek_f d_1 \quad (13)$$

式中  $e$  ——前轮拖距

由于

$$d_1 = b + \frac{a}{v} w_r - E_f f - d$$

因此等效到转向轴的阻力矩  $T_r$  为

$$T_r = \frac{2}{N_2} ek_f \left( b + \frac{a}{v} w_r - E_f f - d \right) \quad (14)$$

## 2 EPS 的控制系统

### 2.1 数学模型

在图 1~3 所示的汽车模型中, 实际存在着路面的随机扰动。当考虑其影响时, 且由式(1)~(3), (8)~(12)和式(14), 可得 EPS 系统的状态方程为

$$\dot{X} = AX + Bu + Gw \quad (15)$$

式中  $A = M^{-1}C_1$

$$B = M^{-1}?$$

$w$  ——路面随机扰动

$$M = \begin{bmatrix} I_z & 0 & I_{xz} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_c v & -m_s h & 0 & 0 & 0 & 0 \\ I_{xz} & -m_s h & I_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{eq} & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 K_b & 0 & L \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} N_r & N_\beta & 0 & N_f & 0 & \frac{N_d}{N_2} & 0 \\ Y_r - m_c v & Y_\beta & 0 & Y_f & 0 & \frac{Y_d}{N_2} & 0 \\ m_s h v & 0 & L_p & L_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2aek_f}{N_2 v} & \frac{2ek_f}{N_2} & 0 & -\frac{2ek_f}{N_2} E_f & 0 & -k_s - \frac{2ek_f}{N_2} & K_a N_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R_1 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad ? = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

系统的状态变量为

$$X = [w_r \quad b \quad p \quad f \quad \dot{q}_p \quad q_p \quad I]^T \quad (16)$$

系统的控制变量为

$$u = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad U]^T \quad (17)$$

当转向盘转过一定角度时, 把持转向盘所需转矩为

$$T_{sw} = k_s (q_p - q_h) + c_1 \dot{q}_p \quad (18)$$

由于阻尼力  $c_1 \dot{q}_p$  很小, 可忽略不计, 故把持转向盘所需转矩可写为

$$T_{sw} = k_s (q_p - q_h) \quad (19)$$

EPS 的控制目标是改善汽车的转向轻便性和操纵稳定性, 故选取把持转向盘转矩  $T_{sw}$ 、汽车横摆角速度  $\dot{p}$  和其质心处的侧偏角  $b$  作为输出量, 其输出方程为

$$Y = CX + Du \quad (20)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_s & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = [0 \quad 0 \quad 0]^T$$

### 2.2 EPS 系统的自适应 LQG 控制

实际的 EPS 系统具有一定的不确定性, 主要来自路面随机干扰输入、传感器的量测噪声以及 EPS 模型的不确定性。正是基于这种原因, 采用了自适应 LQG 控制策略。其中, LQG 控制可以有效解决随机扰动和量测噪声对系统的影响, 而自适应控制可以减少模型的不确定性对系统的影响<sup>[7]</sup>。系统控制原理如图 4 所示。

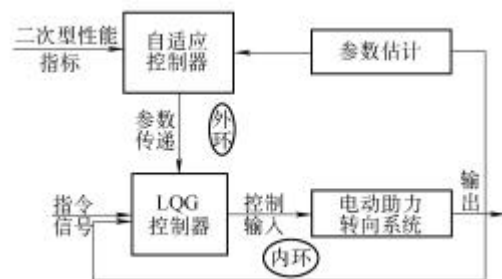


图 4 控制系统原理框图

2.2.1 模型参数辨识

对于所用的单输入多输出系统模型，采用 ARMAX 模型。多变量过程可描述为

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + A(z^{-1})v(k) \quad (21)$$

式中  $A_{i1}(z^{-1}) = 1 + a_{i1}(1)z^{-1} + \dots + a_{i1}(n)z^{-n}$

$$B(z^{-1}) = b(1)z^{-1} + \dots + b(n)z^{-n}$$

$v(k)$  ——量测噪声

由参考文献[8]可知，多变量过程可以看作  $m$  个独立的单输入单输出子系统。第  $i$  子系统可表示成

$$A(z^{-1})y_i(k) = B(z^{-1})u(k) + e_i(k) \quad (22)$$

式中  $i = 1, 2, \dots, m$

$$e_i(k) = A(z^{-1})v_i(k) \quad (23)$$

将上述模型转换为最小二乘形式

$$y_i(k) = F_i^T(k)\varphi_i + e_i(k) \quad (24)$$

式中  $F_i(k)$  ——第  $i$  子系统观测数据矢量

$\varphi_i$  ——第  $i$  子系统模型的参数矢量

$$u(k) = [u(k-1), u(k-2), \dots, u(k-n)]^T$$

$$y_i(k) = [-y_i(k-1), -y_i(k-2), \dots, -y_i(k-n)]^T$$

根据最小二乘原理，并由参数估计递推算法，对所有子系统( $i = 1, 2, \dots, m$ )都进行一次参数估计，整个过程模型参数即可获得。

2.2.2 EPS 的自适应 LQG 控制

LQG 最优问题就是设计控制输入  $u$ ，使下述二次型性能指标函数为最小，即

$$J = \lim_{t_f \rightarrow \infty} E \left[ \int_0^{t_f} \begin{bmatrix} X^T & u^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q & N_c \\ N_c^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ u \end{bmatrix} \right] \quad (25)$$

式中  $Q, R$  ——对状态变量和输入变量的加权矩阵

$N_c$  ——两种变量的加权矩阵

$t_f$  ——终止时间

$$Q = C^T q C$$

$$R = D^T q D$$

$$N_c = C^T q D$$

$$q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 \end{bmatrix}$$

由分离原理，将随机最优控制分为最优估计和最优控制两部分，分别进行设计即可。

3 仿真计算及结果分析

采用 MATLAB6.1 中的控制工具箱进行仿真计算，仿真中主要参数的取值见下表。为降低系统的复杂性，通过大量仿真计算，兼顾拟合精度及运算速度，模型阶次  $n$  取 3，车速  $v$  取 20 m/s，在路面

干扰输入、前轮力阶跃输入和角阶跃输入几种情况下，分别采用自适应 LQG 和 LQG 两种控制策略对 EPS 系统进行了仿真研究。

表 计算所用部分参数

参数名称	数值	参数名称	数值
整车质量 $m_c / \text{kg}$	3 018	后轮有效侧偏刚度 $k_r / (\text{N} \cdot \text{rad}^{-1})$	38 318
悬架质量 $m_s / \text{kg}$	2 685	惯性积 $I_{xz} / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0
质心至前轴距离 $a / \text{m}$	1.84	侧倾力臂 $h / \text{m}$	0.488
质心至后轴距离 $b / \text{m}$	1.88	转向机构当量转动惯量 $J_{eq} / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.06
前悬架侧倾角刚度 $k_{f1} / (\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1})$	100 548	转向机构当量阻尼系数 $c_1 / (\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1})$	0.03
后悬架侧倾角刚度 $k_{f2} / (\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1})$	32 732	扭转刚度 $k_s / (\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1})$	90
绕 $z$ 轴转动惯量 $I_z / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	10 437	电动机转矩系数 $K_a / (\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1})$	0.02
绕 $x$ 轴转动惯量 $I_x / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	1 960	反电动势常数 $K_b / (\text{V} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1})$	0.02
前悬架侧倾角阻尼 $c_{r1} / (\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1})$	3 430	电动机到转向轴的传动比 $N_1$	18
后悬架侧倾角阻尼 $c_{r2} / (\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1})$	3 430	转向轴到前轮的传动比 $N_2$	25
前侧倾转向系数 $E_f$	-0.114	电枢电阻 $R_l / \Omega$	0.1
后侧倾转向系数 $E_r$	0	电感 $L / \text{H}$	0.01
前轮有效侧偏刚度 $k_{f1} / (\text{N} \cdot \text{rad}^{-1})$	23 147	前轮拖距 $e / \text{m}$	0.1

在路面随机噪声  $w(k)$  的方差为 0.136，量测噪声  $v(k)$  的方差为 0.082 情况下，得到图 5 所示仿真曲线。显然，自适应 LQG 控制可较好解决随机扰动对系统的影响。图 6 为输入一个  $T_r = 40 \text{ N} \cdot \text{m}$  的阶跃信号，经过助力作用后转向盘上所受到的转矩，显然自适应 LQG 控制的 EPS 助力特性较好。图 7、8 为前轮输入一个  $10^\circ$  角阶跃信号后，整车的横摆角速度和质心侧偏角的响应曲线。可以看出，系统的响应曲线变化平缓，在经过一段时间后，最终趋于一个稳态值，这表明自适应 LQG 控制的 EPS 有较好助力效果。由以上分析可见，带有 EPS 系统的汽车，当采用自适应 LQG 控制策略时，其操纵稳定性和转向轻便性要优于 LQG 控制的汽车性能。图 5~8 中，曲线 1 表示 LQG 控制，曲线 2 表示自适应 LQG 控制。

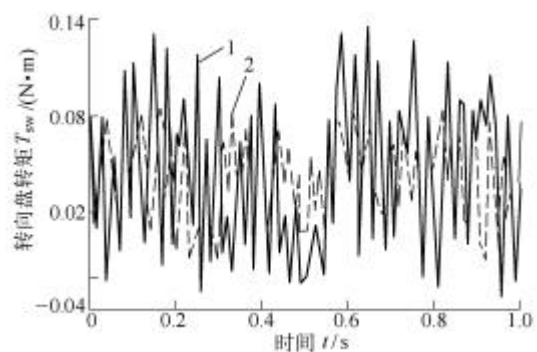


图 5 转向盘转矩对路面干扰的响应

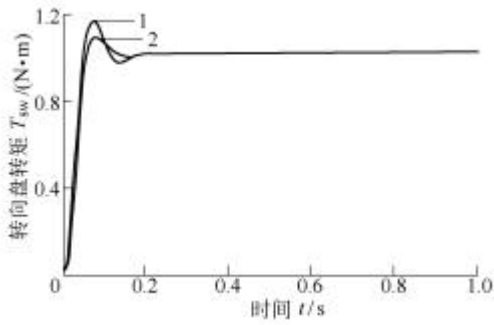


图 6 转向盘转矩的阶跃响应

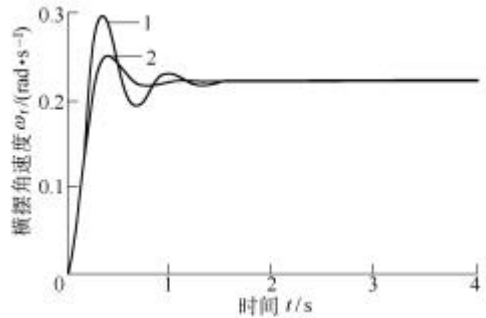


图 7 横摆角速度的阶跃响应

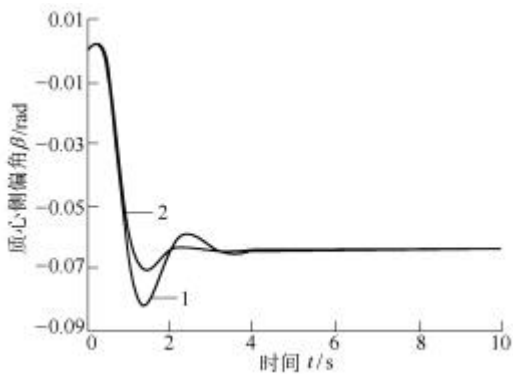


图 8 质心侧偏角的阶跃响应

图 9 所示为 EPS 系统采用自适应 LQG 控制和未加控制时，在转向过程中车身侧倾角  $f$  的变化。显见，在施加控制后，车身侧倾角  $f$  的变化趋势减缓，侧倾幅度减小，表明带有 EPS 系统的汽车，在应用自适应 LQG 控制后，其操纵性能有所改善。

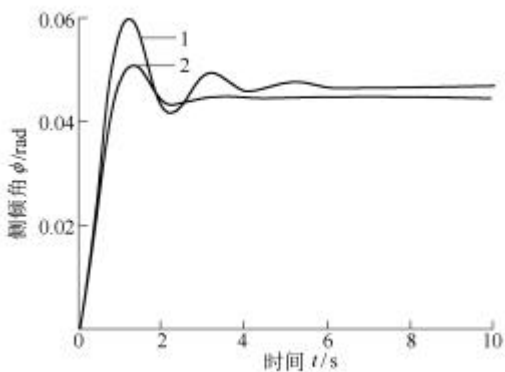


图 9 车身侧倾角阶跃响应

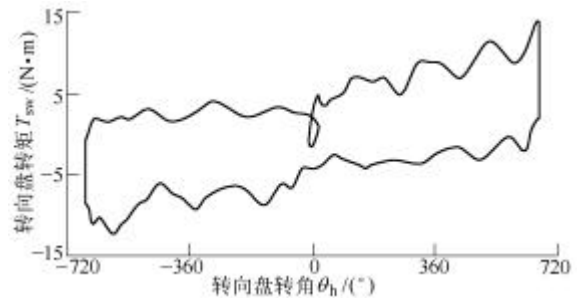
### 4 性能试验及讨论

为验证理论分析和仿真计算结果，将自行研发的 EPS 系统装在某微型车上，进行了实时控制试验。图 10 所示为 EPS 系统在车上的布置情况。

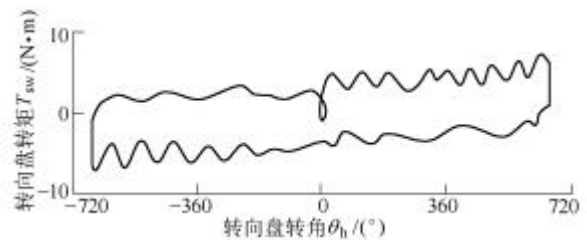


图 10 EPS 系统在车上的布置图

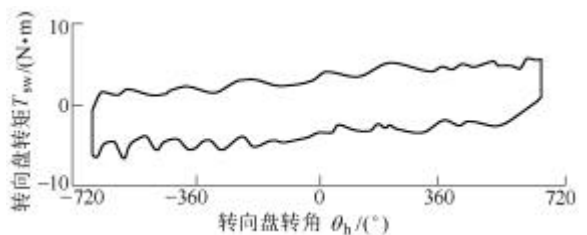
实车试验在平坦的水泥场地上进行。试验工况为无助力、LQG 控制和自适应 LQG 控制等 3 种。图 11 所示为汽车低速行驶(10 km/h)的转向轻便性试验结果。



(a) 无助力的转向盘转角—转矩关系



(b) LQG 控制转向盘转角—转矩关系



(c) 自适应 LQG 控制转向盘转角—转矩关系

图 11 不同控制方法下的转向盘转角—转矩曲线

显见,在没有施加助力时(图 11a),其转向盘转矩值较大,系统的输出响应波动也较大;施加助力后,转向轻便性得到了明显改善。其中,自适应 LQG 控制的 EPS 系统输出响应平稳,抗干扰能力较强(图 11c)。LQG 控制的 EPS 系统(图 11b)也同样有较好的助力特性,但抗干扰能力要逊于自适应 LQG 控制的 EPS 系统。这与仿真计算所得的结果是一致的。

## 5 结论

通过对电动助力转向系统进行分析建模,充分考虑了转向过程中侧倾效应的影响,提出了将 EPS 和整车 3 自由度转向系统相结合的模型,并对该系统进行自适应 LQG 控制。仿真计算表明该系统模型能够很好反映汽车的转向情况,所应用的自适应 LQG 控制策略具有较好的抗干扰性能,且能很好改善汽车的转向性能。为验证理论分析和仿真结果,还进行了装有 EPS 系统的实车试验,其结果亦证明所提方法是正确和有效的。

### 参 考 文 献

- 1 Liao Y G, Du H I. Modelling and analysis of electric power steering system and its effect on vehicle dynamic behaviour. *Int. J. of Vehicle Autonomous Systems*, 2003, 1(2): 153 ~ 166
- 2 陈无畏, 王启瑞. 电动助力转向系统的模糊自调整 PD 控制. *江苏大学学报*, 2004, 25(2): 112 ~ 115
- 3 冯樱, 肖生发, 李春茂. 电子控制式电动助力动力转向系统的控制. *汽车研究与开发*, 2001(6): 34 ~ 36,50
- 4 黄森仁. 汽车电动助力转向系统(EPS)的研究:[硕士学位论文]. 合肥:合肥工业大学, 2003
- 5 余志生. 汽车理论. 北京:机械工业出版社, 2000
- 6 郭孔辉. 汽车操纵动力学. 长春:吉林科学技术出版社, 1991
- 7 方敏, 王峻, 陈无畏. 汽车半主动悬架的自适应 LQG 控制. *汽车工程*, 1997, 19(4): 200 ~ 205

- 8 方崇智, 萧德云. 过程辨识. 北京:清华大学出版社, 1994

## ADAPTIVE LQG CONTROL FOR THE ELECTRIC POWER STEERING SYSTEM OF AN AUTOMOBILE

Chen Wuwei Wang Yan Wang Qirui

Yang Liuqing Huang Jiwu Xu Zhanghong

(School of Machinery and Automobile Engineering,

Hefei University of Technology,

Hefei 230009)

**Abstract** : By analyzing the structure and dynamic characteristics of an electrical power steering system (EPS), the mathematical model of a three-degree of freedom is established. In order to overcome the uncertainties of the dynamic behavior of a practical EPS system, adaptive LQG control strategy is adopted. By identifying the model parameters on-line, adaptive LQG control is easy to be carried out. Under several running conditions of the automobile, the simulation of adaptive LQG and LQG control are implemented. The simulation results show that adaptive LQG control scheme is more effective and robustness is better than LQG control scheme. In order to verify simulation results, a test vehicle with an EPS mechanical and control system was experimented. The test results coincide closely with those obtained from simulation, and they exhibit good performance leading to improvement of steering and handling.

**Key words** : Electrical power steering

Parameter identification Adaptive control

作者简介:陈无畏,男,1951年出生,博士,教授,博士生导师。主要从事车辆系统动力学、控制理论与技术、智能机器人等方面的研究,发表论文 90 余篇。

E-mail : cww@mail.hf.ah.cn