

# 3D 力热耦合磨齿模型与数值分析\*

明兴祖<sup>1,2</sup> 严宏志<sup>1</sup> 陈书涵<sup>1</sup> 钟掘<sup>1</sup>

(1. 中南大学机电工程学院 长沙 410083;

2. 湖南工业大学机械工程学院 株洲 412008)

**摘要:** 根据螺旋锥齿轮的数控磨齿原理, 得出磨齿基本参数的理论模型和物理意义上的磨削力计算公式; 应用单磨粒热模型计算了磨齿热量分配比, 采用矩形分布热源得出磨齿热流量。以热弹塑性变形理论为基础, 采用 PRANDTL-REUSS 方法建立磨齿界面应力应变场本构关系; 齿轮材料采用双线性等向强化模型, 用 3D 力热耦合有限元单齿模型和小步距载荷移动方法, 实例进行瞬态温度场的仿真。结果表明, 磨削瞬态最高温度位于磨削弧中心, 其他各点的瞬态温度, 随磨削条件、空间和时间等影响因素的不同, 呈现相应的变化规律。试验与力热耦合仿真的数值比较分析表明, 构造的 3D 力热耦合磨齿模型有较高的精度, 能为螺旋锥齿轮磨齿质量的控制提供依据。

**关键词:** 力热耦合 磨齿 3D 模型 数值分析

**中图分类号:** TH132.41

## 3D Models of Thermo-mechanical Coupling of Grinding Tooth and Numerical Analysis

MING Xingzu<sup>1,2</sup> YAN Hongzhi<sup>1</sup> CHEN Shuhan<sup>1</sup> ZHONG Jue<sup>1</sup>

(1. College of Mechanical and Electronic Engineering,

Central South University, Changsha 410083;

2. School of Mechanical Engineering, Hunan Industry University, Zhuzhou 412008)

**Abstract:** According to the principle of NC grinding tooth of spiral bevel gear, the theoretic models of basic grinding tooth parameters and the calculation formula of grinding forces in the physical sense are gotten. The heat distribution ratio is computed by using the thermal model of a single grinding grit, and the heat flux is obtained by applying rectangle heat source. Based on the thermo-elastic-plastic deformation theory, the constitutive relationship of stress-strain field on grinding tooth interface by applying PRANDTL-REUSS method is set up. According to the bilinear isotropic hardening model of gear material, the transient temperature field of a single tooth is simulated by using the 3D finite element model of thermo-mechanical coupling, and the method of small sub-step moving of loads. Many conclusions of the simulation are gotten. Firstly, the place of the highest transient temperature of grinding is located at the center of grinding arc. Secondly, while changing of the conditions, space, time of grinding, and so on, the transient temperature of other points has its corresponding changing rule. By the numerical analysis of comparing test data with simulation ones of thermo-mechanical coupling, the results show that the thermo-mechanical coupling model has relatively high precision. These conclusion provide a foundation for the control of grinding quality of spiral bevel gear.

**Key words:** Thermo-mechanical coupling Grinding tooth 3D model Numerical analysis

## 0 前言

多轴数控磨床是国家制造业的重要装备, 其制造工况的动态特性十分复杂, 多因素对磨齿加工质

量的影响日益突出<sup>[1]</sup>。据英国伯明翰大学 PECLINIK 教授、日本京都大学垣野义昭教授等研究表明, 在精密加工中, 由力、热变形所引起的制造误差占总制造误差的 40%~70%。

在切削力研究方面<sup>[2]</sup>, 较早主要有 OXLEY 切削力理论模型、KLINE 的平均力模型和 YUN 的三维力模型等经典静力学模型; RATCHEV 博士等在

\* 国家重点基础研究发展计划(973 计划, 2005CB724104)资助项目。  
20070516 收到初稿, 20071211 收到修改稿

零件加工力学模型的建立上用循环迭代的方法,王立涛等采用多因素回归正交试验法,建立了航空铝合金加工变形的铣削力模型。这些基本上采用解析法和试验法,如何考虑瞬态变化过程,建立精确的有限元力学模型,还需进一步研究。

对于切削温度场的研究<sup>[3]</sup>,JAEGER 于 1942 年提出了矩形热源理论以及后来其他学者提出的三角形热源模型,后来的河村未久、孟庆国等学者推出了一维、二维导热模型的磨削温度解析式;ROWE 考虑了砂轮和工件的热特性、砂轮的锋利程度、砂轮和工件的速度、切深以及接触长度影响,建立了一种简化的综合传热模型;LAVINE 建立了热量传递给单个锥形磨粒的磨粒传热模型;GUO 在 ROWE 模型的基础上做了改进,建立了考虑磨粒和磨削液对热传递影响的新模型;金滩博士建立了倾斜移动热源的热传导模型。这些研究大部分采用解析法较好地解决了干磨温度场的求解,但受到准确性的制约,目前研究工作者在普通平面磨削、缓进深切磨削、高效深切磨削等方面采用数值法进行了一些研究。

在金属切削加工过程的热力耦合模拟方面,KALHORI 进行了专门的探讨以期形成比较系统的知识模式<sup>[2]</sup>,PANTALE 等<sup>[4]</sup>对具有断裂效应的金属斜铣削进行了 2D 和 3D 数值模拟;STREKOWSKI 等<sup>[5]</sup>采用基于 EULERIAN 的正交有限元切削模型与基于 USUI 的 3D 切削分析模型相耦合的方法,提出了 3D 切削的预测模型;HAMDI 等<sup>[6]</sup>对平面磨削的残余应力进行了有限元模拟,清华大学方刚等对金属正交切削工艺的 2D 有限元模拟进行了研究,浙江大学的柯映林等<sup>[7]</sup>研究了 2D 金属铣削加工的热力耦合模型及正交切削有限元模拟。以上研究以 2D 加工的数值模拟为主,而符合实际的热力耦合 3D 模型研究还刚开始。

螺旋锥齿轮的数控磨削精度在国外已达 2 级,而国内仅为 4~6 级,这说明我国在磨削的力热耦合变形对其加工质量的影响规律研究方面显得迫切需要。本文以中南大学等自主开发的七轴五联动螺旋锥齿轮磨齿机为研究对象,进行 3D 力热耦合磨齿模型与数值分析的研究。

## 1 磨齿力热作用机理与理论模型

磨削是一个动态和高度非线性的复杂过程,涉及到高应变率和与瞬时高温耦合的变形问题,故其作用机理和理论模型的建立须以热弹塑性变形理论为基础。磨削原理如图 1 所示,砂轮上随机分布且具有较大负前角的磨粒在工件表面经过滑擦、耕犁

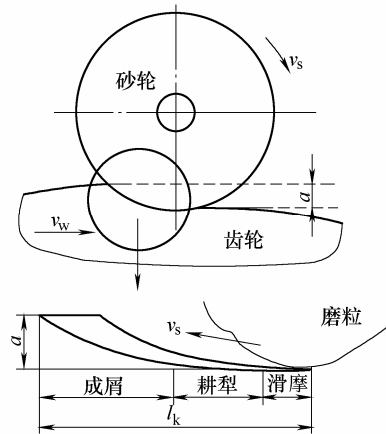


图 1 磨削原理

和成屑等过程切除材料,通过力热交互作用使工件表层产生弹性变形、塑性变形和热变形。在磨削界面影响力热交互作用的因素很多,主要有磨齿基本参数、磨削力和磨齿热等。

### 1.1 磨齿基本参数

磨齿基本参数主要有磨粒与工件的磨削接触宽度、接触弧长和磨粒的有效磨平面积等。

#### 1.1.1 磨削接触宽度

对于用成形法加工后的螺旋锥齿轮大轮,淬硬后的精密加工不能用成形法加工,常用带有  $30^\circ$  锥角的微晶陶瓷氧化铝扩口杯砂轮进行展成磨削,从齿轮大端进入齿槽直到小端结束,在任一瞬时仅有齿槽的一小部分沿齿长被磨削,如图 2 所示。工件与砂轮在齿长方向的接触宽度取决于砂轮与工件齿面的相对曲率。

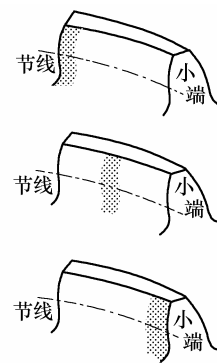


图 2 大轮磨削接触区

根据螺旋锥齿轮切齿的局部共轭原理<sup>[8]</sup>,扩口杯砂轮的外侧表面比轮齿凹面具有较小的曲率半径,而砂轮的内侧表面比轮齿凸面具有较大的曲率半径,使砂轮与齿面的每一瞬间接触理论上为点接触。设在大轮磨削点上的两相互垂直方向为  $v \times t$ ,  $\alpha$  为公切面上的任意切线方向,它与  $v$  方向的夹角为  $\theta$ ,大轮和砂轮沿  $\alpha$  方向的诱导法曲率  $\Delta k$  可用欧拉公式

求得, 即

$$\Delta k = k_{nv1} \sin^2 \theta + k_{nt1} \cos^2 \theta + 2\tau_{gv1} \sin \theta \cos \theta \quad (1)$$

式中,  $k_{nv1}$ 、 $k_{nt1}$ 、 $\tau_{gv1}$  为大轮和砂轮在磨削点沿  $v \times t$  方向和  $v$  方向的相对法曲率和相对短程挠率。

通过求极值, 可求得  $\theta$  在某个方向  $\Delta k$  达到极小值  $\Delta k_{\min}$ 。根据计划接触原理, 求得瞬时接触椭圆的长轴  $l'_1$  为

$$l'_1 = \frac{2\sqrt{0.0127|\Delta k_{\min}|}}{|\Delta k_{\min}|} \quad (2)$$

设接触椭圆长轴与大轮根锥方向的夹角为  $G$ , 则在齿长方向的磨削接触宽度  $b$  为

$$b = l'_1 \cos G \quad (3)$$

### 1.1.2 磨削接触弧长

考虑磨削砂轮与工件均产生弹性变形, 砂轮的弹性变形将使接触区的曲率半径增加, 工件的弹性变形将使接触区向后延伸; 工件受热后的局部热膨胀  $\Delta a_T$  使砂轮实际磨削深度  $a'$  小于理论磨削深度  $a$ , 即  $a' = a - \Delta a_T$ , 同时考虑不同砂轮等因素对接触弧长的影响, 则实际磨削接触弧长  $l_k$  为

$$l_k = \beta \sqrt{\frac{2r'_s(a - \Delta a_T)}{1 + r'_s/r_w}} \times K \left(1 + \frac{v_w}{v_s}\right) \quad (4)$$

式中,  $r'_s$  为砂轮变形后的等效半径, 相应的等效直径  $d'_s = (d_w + d_s)/(d_w d_s)$ , 其中  $d_s$  为砂轮直径,  $d_w$  为磨处齿面的曲率直径,  $r_w$  为其半径;  $K$  为工件弹性变形系数,  $v_s$  为砂轮切向速度,  $v_w$  为进给速度;  $\beta$  为与砂轮相关的系数, 当砂轮为树脂结合剂金刚石砂轮时, 取  $\beta = 2.5$ ; 当砂轮为陶瓷结合剂金刚石砂轮或微晶陶瓷氧化铝砂轮时, 取  $\beta = 1$ 。

### 1.1.3 磨粒的有效磨平面积

砂轮表面磨粒的有效磨平面积直接影响滑擦力, 修整后磨粒尖端的磨平面积随着因摩擦磨损导致的钝化过程和因磨粒破碎导致的自锐过程而变化。用扩口杯砂轮磨削螺旋锥齿轮大轮可看作连续磨削, 钝化和自锐的综合影响导致  $A_g$  与累积滑擦长度  $l_{sl}$  近似成正比, 即

$$A_g = A_0 + k_1 l_{sl} \quad (5)$$

式中,  $A_0$  为砂轮修整后的初始磨平面积, 它与修整后的表面形貌状态、磨削液的影响等有关;  $k_1$  为给定砂轮 / 工件 / 磨削液组合的磨损常数。

对于砂轮旋转的每一周,  $l_{sl}$  随着砂轮 / 工件的接触弧长  $l_k$  的增大而增大, 可用磨削时间  $t$  的积分形式来计算累积滑擦长度<sup>[9]</sup>, 即

$$l_{sl} = \int_0^t \frac{v_s}{\pi d_s} l_k dt \quad (6)$$

式(6)说明有效磨损平面  $A_g$  随接触弧长  $l_k$  内的磨削时间  $t$  的变化而变化。

## 1.2 磨削力

磨削力是砂轮磨削工件时由于砂轮的磨削刃和工件材料接触而产生的物理现象, 它一般存在三个分力, 即沿砂轮的法向磨削分力  $F_n$ 、切向磨削分力  $F_t$  和纵向磨削分力  $F_a$ 。由于砂轮表面上的磨粒具有较大的负前角, 使  $F_n > F_t$ , 而  $F_a$  较小, 可忽略不计。 $F_t$  主要影响磨削时的动力消耗和磨粒的磨损, 而  $F_n$  主要与砂轮工件之间的接触变形和加工质量有关, 故是磨削时的一个主要参数。

从磨削力的物理意义, 根据图 1 的磨削原理知, 单位宽度法向磨削分力  $F'_n$  及单位宽度切向磨削分力  $F'_t$  由单位宽度成屑分力 ( $F'_{nch}$ 、 $F'_{tch}$ )、单位宽度耕犁分力 ( $F'_{npl}$ 、 $F'_{tpl}$ ) 和单位宽度滑擦分力 ( $F'_{nsl}$ 、 $F'_{tsl}$ ) 三部分组成<sup>[9]</sup>, 即

$$\begin{cases} F'_n = F'_{nch} + F'_{npl} + F'_{nsl} \\ F'_t = F'_{tch} + F'_{tpl} + F'_{tsl} \end{cases} \quad (7)$$

单位宽度成屑切向分力  $F'_{tch}$  和单位宽度法向分力  $F'_{nch}$  可表示为

$$\begin{cases} F'_{tch} = \frac{u_{ch} v_w a'}{v_s} \\ F'_{nch} = k_{ch} F'_{tch} \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $k_{ch}$  为成屑模型常数,  $u_{ch}$  为比成屑能, 钢的比成屑能大约为  $13.8 \text{ J/mm}^3$ 。

单位宽度耕犁法向分力  $F'_{npl}$  可表示为

$$F'_{npl} = k_{pl} F'_{tpl} \quad (9)$$

式中,  $k_{pl}$  为耕犁模型常数,  $F'_{tpl}$  为单位宽度耕犁切向分力, 钢的  $F'_{tpl}$  值约为  $1 \text{ N/mm}$ 。

单位宽度滑擦法向分力  $F'_{nsl}$  和单位宽度滑擦切向分力  $F'_{tsl}$  与磨平面积成正比, 可表示为

$$\begin{cases} F'_{nsl} = p_c A_g b l_k \\ F'_{tsl} = \mu F'_{nsl} \end{cases} \quad (10)$$

式中,  $\mu$  为滑擦摩擦因数,  $p_c$  为磨平平面与工件之间的平均接触压力, 可表示为

$$p_c = k_{sl} k_r \quad (11)$$

式中,  $k_{sl}$  为滑擦模型系数,  $k_r$  为砂轮表面与齿面接触处的相对曲率, 可表示为

$$k_r = 4 \frac{v_w}{d'_s v_s} \quad (12)$$

由式(7)~(12)可得, 单位宽度法向磨削分力  $F'_n$  和单位宽度切向磨削分力  $F'_t$  分别为在

$$\begin{cases} F'_n = k_{ch} \frac{u_{ch} v_w a'}{v_s} + k_{pl} F'_{tpl} + k_{sl} 4 \frac{v_w}{d'_s v_s} A_g b l_k \\ F'_t = \frac{u_{ch} v_w a'}{v_s} + F'_{tpl} + \mu k_{sl} 4 \frac{v_w}{d'_s v_s} A_g b l_k \end{cases} \quad (13)$$

### 1.3 磨齿热

#### 1.3.1 磨齿热量分配比

在螺旋锥齿轮的磨削过程中, 由于磨削速度高、磨削时间短、磨屑细, 可认为沿磨削区域的砂轮和工件接触表面每一对应点的温度是相等和连续的, 磨削热分别传递给磨粒、工件和磨削液。将磨粒设为圆锥体, 应用 GUO 提出的改进模型, 传入工件的热量分配比  $R_w$  为<sup>[10]</sup>

$$R_w = \frac{1}{1 + 1.06 A_g [(k\rho C)_g / (k\rho C)_w]^{0.5} [\gamma \pi \alpha_g l_k C_a / 2 A_g b v_w]^{0.5}} \quad (14)$$

式中,  $(k\rho C)_g$  为磨粒的平均热特性,  $(k\rho C)_w$  为工件的平均热特性,  $\gamma$  为磨粒的几何特性,  $\alpha_g$  为磨粒的热扩散率,  $C_a$  为砂轮表面的有效磨粒数。

从式(14)可以看出,  $R_w$  与砂轮(磨粒)特性、工件特性、进给速度  $v_w$ , 磨粒使用状况(破损率、有效磨粒数)、接触弧长  $l_k$  和接触宽度  $b$  等有关, 磨削液对后三种因素影响较大, 因而对  $R_w$  的影响也较大, 施加磨削液后可减少传入工件的热量。

#### 1.3.2 磨齿热流量

磨削时, 砂轮沿着工件表面移动, 磨削而产生的热源也以同样的速度沿工件移动。由于磨削接触弧长较小, 故可将磨削热问题看作一个带状热源在半无限体表面上移动, 运用 JAEGER 热源理论, 磨削热载荷考虑采用呈矩形分布的移动线热源<sup>[11]</sup>, 其磨削热流量为

$$q = R_w \frac{F_t (v_s \pm v_w)}{b l_k} \quad (15)$$

式中逆磨时取“+”号, 顺磨时取“-”号。

## 2 磨齿力热耦合有限元模型及仿真

### 2.1 磨齿界面应力应变场本构关系

根据 PRANDTL-REUSS 理论, 在磨削过程中工件处于弹塑性状态下的全应变增量包括弹性应变增量、塑性应变增量和温度应变增量, 则可得热弹塑性力学本构关系为:

弹性区

$$d\sigma = D(d\varepsilon - d\varepsilon_T) \quad (16)$$

塑性区

$$d\sigma = D_{cp}(d\varepsilon - d\varepsilon_T) + d\sigma_T \quad (17)$$

式中  $d\sigma$  为应力张量,  $d\varepsilon$  为应变张量,  $D$ 、 $D_{cp}$  分别表示材料的弹性矩阵和塑性矩阵, 下标 T 为温度。

由于热弹塑性的应力应变关系为非线性的, 可用“增量载荷法”将该本构关系线性化, 因此有:

弹性区

$$\Delta\sigma = D(\Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon_T) \quad (18)$$

塑性区

$$\Delta\sigma = D_{cp}(\Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon_T) + \Delta\sigma_T \quad (19)$$

式中  $\Delta\varepsilon_T$  和  $\Delta\sigma_T$  是与应力、温度有关的量, 可作为一般的初应力和初应变转换为等效结点载荷, 即:

弹性区

$$\Delta R_c = \iint_c B^T D \Delta\varepsilon_T dv \quad (20)$$

塑性区

$$\Delta R_{cp} = \iint_c B(D_{cp} \Delta\varepsilon_T - \Delta\sigma_T) dv \quad (21)$$

式中  $B$  为几何矩阵。

总的热弹塑性平衡式方程的矩阵表达式为

$$k \Delta u = \Delta R \quad (22)$$

式中,  $k$  为总体刚度矩阵,  $\Delta u$  为节点位移增量,  $\Delta R$  为总等效载荷。

由式(22)解出  $\Delta u$ ; 再根据位移增量和应变增量之间的关系, 可求得单元应变增量  $\Delta\varepsilon$ ; 最后由式(18)或(19), 求出应力增量  $\Delta\sigma$ 。

### 2.2 齿轮的材料模型

采用有限元法建立工件的材料模型时<sup>[6]</sup>, 主要考虑屈服准则、流动准则和强化准则等三个方面。基于弹塑性理论, 假设在磨削时工件材料遵循 Von Mises 屈服准则和 Mises 流动准则, 强化模型为双线性等向强化(MISO)模型。被磨的螺旋锥齿轮大轮材料为 20CrMoTi, 建立的工件材料弹性模量、泊松比与温度的关系模型, 分别如图 3、4 所示。

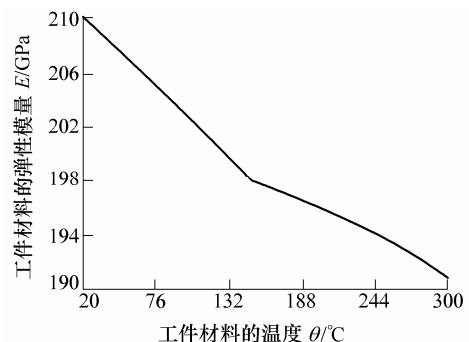


图 3 弹性模量与温度的关系模型

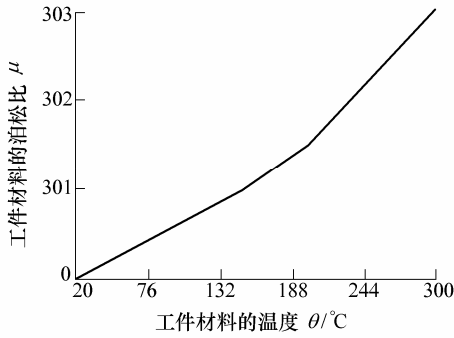


图 4 泊松比与温度的关系模型

### 2.3 磨齿温度场有限元模型

由于磨削深度与工件厚度及磨削接触弧长相比较很小, 且磨齿中磨屑带走的热量很少, 可将其看作一个无内热源的不稳定三维传热问题<sup>[12]</sup>, 各向同性的介质在直角坐标系下的热传导微分方程为

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad \text{在 } \Omega \text{ 内} \quad (23)$$

式中,  $\rho$  为材料密度,  $c$  为材料比热容,  $\tau$  为时间,  $\lambda$  为材料热导率,  $\Omega$  为空间域。

由于成形法大轮磨削采用间歇分度加工法, 顺序磨削齿轮的凹、凸面, 可认为每个轮齿的磨齿温度分布基本相同, 故可考虑采用单齿 3D 有限元分析模型, 其磨齿温度场的定解条件如下。

(1) 初始条件。又称为时间条件, 它给出时间  $\tau=0$  时物体内部的温度分布规律。对于非稳态导热过程,  $T_{\tau=0}=f(x, y, z)$ 。

(2) 边界条件。选择基于图 5 所示的齿根圆以下一定深度内的上面轮齿部分。

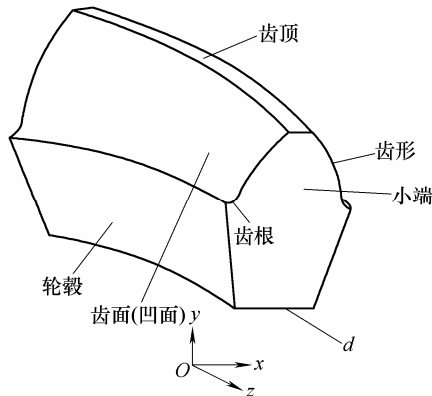


图 5 磨削界面温度场的边界条件

1) 磨齿区(磨凹面区或凸面区, 称为  $M$  区)温度的特定边界条件, 其数学形式为

$$-\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \alpha_t (T - T_0) - q \quad (24)$$

2) 非磨齿区(含齿顶面等未磨削齿面, 称为  $N$  区)温度的特定边界条件, 其数学形式为

$$-\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right) = \alpha_t (T - T_0) \quad (25)$$

3) 对流换热区(齿轮大端或小端面, 称为  $S$  区)的特定边界条件, 其数学形式为

$$-\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right) = \alpha_s (T - T_0) \quad (26)$$

另外, 在分齿断面(轮毂左断面  $p$  区与轮毂右断面  $q$  区), 有

$$T_p = T_q \quad \frac{\partial T}{\partial n}|_p = \frac{\partial T}{\partial n}|_q \quad (27)$$

在轮齿底部分断面( $d$  区), 有

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (28)$$

式(24)~(28)中,  $\alpha_t$  为磨齿区域的换热系数,  $\alpha_s$  为非磨齿区域的换热系数,  $T_0$  为磨削弧区外周围的环境温度,  $n$  为热交换面的外法线方向。

### 2.4 力热耦合有限元仿真

#### 2.4.1 仿真关键技术

采用有限元分析软件 ANSYS, 在建立有限元模型及仿真时, 主要有如下关键技术。

(1) 网格划分。由于六面体单元划分得到的网格排列要比四面体单元的整齐、规则, 更方便随后进行的加载、分析计算及后处理, 且计算精度要高, 因此这里采用八节点六面体等参元的有限元单元, 针对不同的要求, 可采取不同的网格划分方法, 如自由网格划分和映射网格划分等。

(2) 磨齿载荷的处理。在磨削过程中, 为了同时加载体载荷(温度)和面载荷(热流量或换热系数), 需在边界上加载体载荷, 然后在边界上贴一层表面效应单元, 以施加面载荷。

(3) 力热耦合分析方法, 有直接法和间接法两种。由于间接法是先分析温度场, 温度场模拟准确之后, 保存温度场结果, 再分析应力应变场, 这样可以节省大量的时间, 所以这里选用间接法进行分析较为合理、高效。

建立的 3D 力热耦合有限元单齿模型, 如图 6 所示。仿真时, 采用小步距移动来模拟载荷的移动, 即按砂轮与工件的接触弧长  $l_k$  将磨齿面分为若干个载荷步, 每个载荷步上的作用时间为  $l_k/v_w$ , 每个载荷步又分为若干个载荷子步; 在第  $n$  个载荷步, 磨

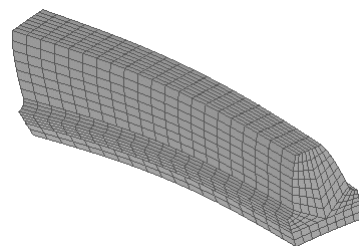


图 6 3D 力热耦合有限元单齿模型

削力及热流量直接作用在该载荷步区域的所有单元上,且以进给速度 $v_w$ 沿齿面切向移动。

#### 2.4.2 仿真实例

以扩口杯砂轮磨成形法大轮为例,工件大轮参数:齿数 $z=46$ ,模数 $m=8.22$  mm左旋,螺旋角 $\beta=35^\circ$ ,压力角 $\alpha=20^\circ$ ,节锥角 $\delta_2=71.939^\circ$ ,根锥角 $\delta_{r2}=68.658^\circ$ ,齿面宽 $b_2=57.15$  mm,节圆直径 $d_2=378.12$  mm;材料为20CrMoTi,硬度为58~62 HRC,换热系数 $\alpha_f=500$  W/(m<sup>2</sup>·K), $\alpha_s=1\ 100$  W/(m<sup>2</sup>·K)。

选择的磨齿工艺参数为:磨削用带30°锥角的扩口杯SG砂轮,磨削深度 $a=0.03$  mm,砂轮直径 $D=300$  mm,砂轮展成速度 $v_w=4$  m/min,砂轮速度 $v_s=22.776$  m/s(即1450 r/min),切出式逆磨。由式(3)计算磨削接触宽度 $b$ ,由式(4)计算磨削接触弧长 $l_k$ ,每个载荷步时间为 $l_k/v_w$ ;由式(14)计算磨削热量分配比 $R_w$ ,油基磨削液的 $R_w=0.75$ ,水基磨削液的 $R_w=0.65$ 。

经过力热耦合有限元求解后,采用油基磨削液与距小端较近磨削处,以及水基磨削液与距大端较近磨削处时,绘出的成形法大轮磨削瞬态的最后载荷步温度场分布云图,分别如图7a、7b所示,温度值分布范围分别为59.981~213.46 °C、59.983~177.068 °C,最高温度均位于磨削弧的中点附近。

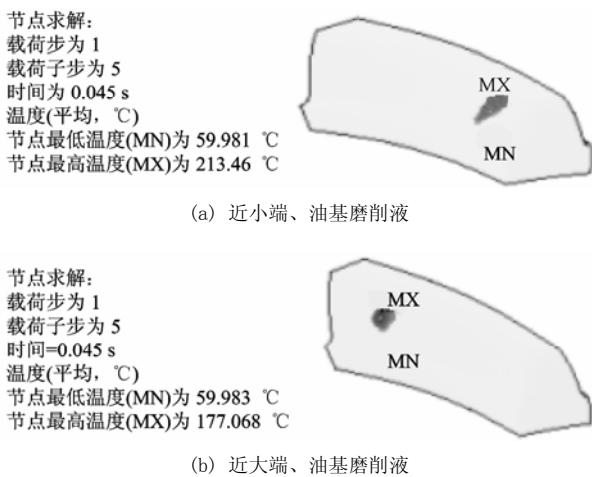


图7 最后载荷步磨齿温度场分布云图

在采用水基磨削液与距大端较近磨削处情况下,选取齿面上离磨削弧中心(节点692)不同距离的节点(节点37等6个节点),其磨削温度变化曲线如图8所示,可看出在离磨削弧中心较近处,其磨削温度下降梯度大,而距离较远处下降趋缓。这是因为较近处的热流密度大,通过热对流和热传导的作用,使热流梯度下降快;而距离较远处,热流密度载荷的作用弱,温度下降趋缓。

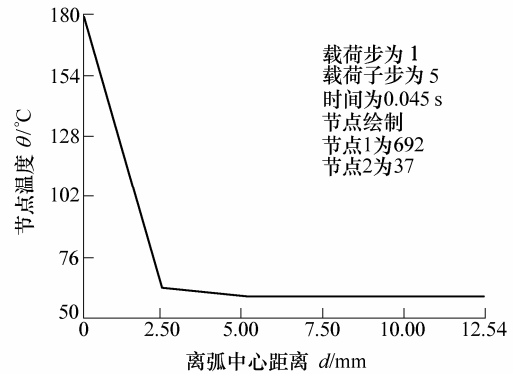


图8 齿面上离弧中心不同距离处温度变化曲线(近大端,水基磨削液)

通过进一步比较分析还发现,在其他条件相同下,采用油基磨削液比采用水基磨削液的磨齿瞬态最高温度要高,在近小端磨削处比在近大端磨削处的磨齿瞬态最高温度要略高;磨齿瞬态最高温度随 $T_0$ 、 $q$ 的增大而增大,而随 $\lambda$ 、 $\alpha_f$ 及 $\alpha_s$ 和螺旋角 $\beta$ 的增大而降低;另外,当磨削达到热平衡时,其磨齿稳态温度远低于磨齿瞬态最高温度。

### 3 磨齿模型的试验验证

磨齿过程中力热耦合的因素较多,对于上面讨论的磨削力理论计算和力热耦合有限元的仿真均有一定的条件假设,它们的正确与否,需与试验进行比较分析。

#### 3.1 磨削力的数值比较分析

根据式(12),磨削接触弧长 $l_k$ 除以工进速度 $v_w$ 得磨削接触弧时间,然后分为若干时间步,得磨削接触弧内各时间上的 $F'_n$ 和 $F'_t$ ,计算出相应的法向磨削分力 $F_n$ 和切向磨削分力 $F_t$ 的理论值,如表1所示。

表1 磨削力理论计算值

时间序号	法向磨削分力 $F_n/\text{N}$	切向磨削分力 $F_t/\text{N}$
0	0	0
1	283.6	149.3
2	322.2	160.1
3	351.0	175.5
4	327.9	172.6
5	373.4	186.7
6	324.7	170.9
7	364.4	182.2
8	331.3	174.4
9	361.6	180.8
10	349.5	174.7

试验用水基磨削液,磨削参数与力热耦合有限

元模拟时相同。测力装置由德国 Kistler 三相压电式测力仪、电荷放大器、配有数据采集板的微型计算机等组成，在一个磨削接触弧长的不同时间上测出与表 1 中对应的法向磨削分力  $F_n$  和切向磨削分力  $F_t$  试验数据，画出相应的拟合比较曲线，如图 9 所示。

从图 9 可知，在进入磨削弧的开始时，磨削力较小，主要靠砂轮磨粒在工件表面滑擦形成；当进入磨削接触弧后，磨削力迅速增大，主要是磨粒的有效磨损平面  $A_g$  加大，耕犁和成屑力增大很多；在进入磨削弧稳定后，磨削力基本稳定；当该磨削弧结束又进入下一个磨削弧时，磨削力又稍减少。上述  $F_n$  或  $F_t$  的试验值与理论值相对误差最大为 9.4%，说明磨削力理论计算有较好的精度。

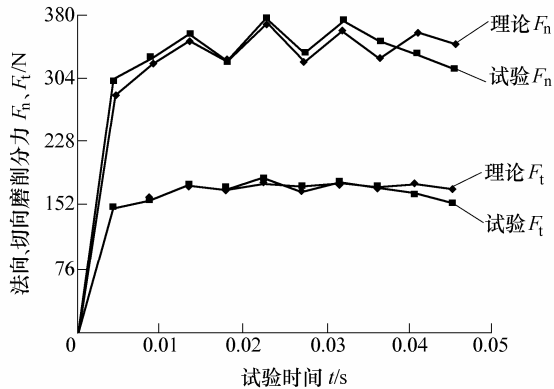


图 9 磨削力试验与理论值对比曲线

### 3.2 磨齿温度的数值比较分析

对于沿齿厚方向，在距小端较近磨削处，依次选取离磨削弧中心不同距离的点，分别采用油基磨削液与水基磨削液，在最后载荷步的磨削温度仿真值如表 2 所示。

表 2 沿齿厚方向的磨削温度仿真值

点序号 $J$	齿厚 $d / \text{mm}$	温度 $\theta / ^\circ\text{C}$	
		油基磨削液	水基磨削液
1	0.013 92	213.460	181.010
2	0.015 07	103.730	94.480
3	0.016 24	63.172	62.501
4	0.017 11	60.106	60.084
5	0.020 28	60.004	60.004

试验测温方法采用埋丝热电偶测温法，将热电偶丝(丝材或者箔材)端头打磨成尖形，在被磨轮齿内打几个台阶孔，装入台阶孔中的热电偶丝端头与孔底接触之处就是热电偶的结点，利用热电效应，热电偶会输出热电势，然后由放大、采集等系统进行处理，即可得到温度信号和磨削温度。试验测温时的磨削参数和选取点与表 2 中相同，对于在

油基磨削液和水基磨削液下近小端磨削时，沿齿厚方向离磨削弧中心不同距离处，测出磨削温度试验值，并将表 2 中仿真值拟合成曲线，如图 10 所示。

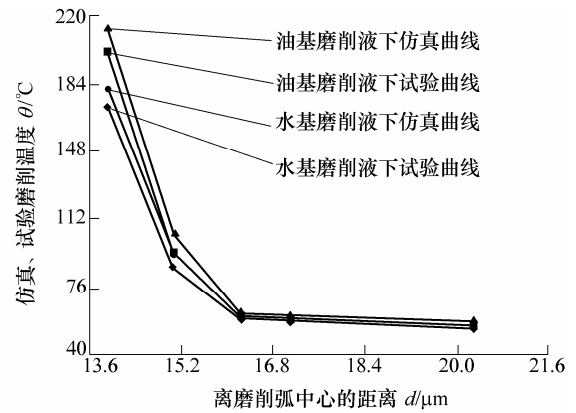


图 10 沿齿厚不同点处温度试验与模拟值比较曲线

从图 10 可看出，沿齿厚方向离磨削弧中心不同距离处的温度，随着距离的增大而迅速减少，这主要是由热传导作用引起的。油基磨削液下的磨削温度均比水基磨削液下的要高，主要是因为水基磨削液的冷却作用要强；力热耦合有限元仿真磨削温度值比试验值要大，一方面试验测温有误差，另一方面有限元仿真的条件假设等造成偏离，但相对误差最大为 9.5%，说明磨齿力热耦合有限元仿真有较好的精度。

## 4 结论

(1) 根据螺旋锥齿轮的数控磨齿原理，考虑热弹塑性变形的耦合作用，得出了磨削接触宽度、接触弧长和磨粒的有效磨平面面积等磨齿基本参数的理论模型。

(2) 建立了物理意义上的磨削力的计算公式；考虑磨粒、工件和磨削液等组成的磨削界面，应用单磨粒热模型计算了热量分配比，采用矩形分布的热源得出了磨削热流量。

(3) 以热弹塑性变形理论为基础，采用 PRANDTL-REUSS 方法建立了磨齿界面应力应变场本构关系，齿轮材料采用双线性等向强化模型，用 3D 力热耦合单齿有限元分析模型和小步距载荷移动方法，对实例进行了瞬态温度场的有限元仿真。结果表明，磨削瞬态最高温度位于磨削弧中心，其他各点的瞬态温度，随磨削条件、空间和时间的不同，呈现相应的变化规律。

(4) 经过试验与力热耦合仿真的数值比较分

析,磨削力理论计算模型与试验值的最大相对误差为 9.4%,磨削温度有限元仿真与试验值的最大相对误差为 9.5%,说明建立的磨削界面力热耦合模型有较好的精度,对螺旋锥齿轮磨齿质量的控制提供了依据。

### 参 考 文 献

- [1] PAPAPOPOULOS E G, CHASPARIS G C. Analysis and model-based control of servomechanisms with friction [J]. Trans. of ASME, Journal of Dynamic systems, Measurement & Control, 2004, 126: 911-915.
- [2] 胡韦华, 王秋成, 胡晓冬, 等. 切削加工过程数值模拟的研究进展[J]. 南京航空航天大学学报, 2005, 37(增刊): 194-198.  
HU Weihua, WANG Qiucheng, HU Xiaodong, et al. Numerical simulation of cutting process: an overview[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2005, 37 (Supp.): 194-198.
- [3] 兰雄侯, 王继先, 高航. 磨削温度理论研究的现状与进展[J]. 金刚石与磨料磨具工程, 2001, 123(3): 5-6.  
LAN Xionghou, WANG Jixian, GAO Hang. Present condition and development of the research on the grinding temperature theory[J]. Diamond & Abrasives Engineering, 2001, 123 (3): 5-6.
- [4] PANTALÉ O, BACARIA J L, DALVERNY O, et al. 2D and 3D numerical models of metal cutting with damage effects[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2004, 193(4): 4 383-4 399.
- [5] STRENKOWSKI J S, SHIH A J, LIN J C. An analytical finite element model for predicting three-dimensional tool forces and chip flow[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2002, 42: 723-731.
- [6] HAMDI H, ZAHOUANI H, BERGHEAU J M. Residual stresses computation in a grinding process[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2004, 147: 277-285.
- [7] 黄志刚, 柯映林, 王立涛. 金属切削加工的热力耦合模型及有限元模拟研究[J]. 航空学报, 2004, 25(3): 317-320.  
HUANG Zhigang, KE Yinglin, WANG Litao. Coupled thermo-mechanical model for metal orthogonal cutting process and finite element simulation[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2004, 25(3): 317-320.
- [8] 曾韬. 螺旋锥齿轮设计与加工[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1989.  
ZENG Tao. Design and machining of bevel gear[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 1989.
- [9] MALKIN S. 磨削技术理论与应用[M]. 沈阳: 东北大学出版社, 2002.  
MALKIN S. Theory and application of grinding technology[M]. Shenyang: Northeastern University Press, 2002.
- [10] GUO C, WU Y, VARGHESE V, et al. Temperatures and energy partition for grinding with vitrified CBN wheels[J]. Annals of the CIRP, 1999, 48(1): 247.
- [11] JIN T, CAI G Q. Analytical thermal models of oblique moving heat source for deep grinding and cutting[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2001, 123(5): 185-190.
- [12] LIN B, ZHANG H L. Theoretical analysis of temperature field in surface grinding with cup wheel[J]. Key Engineering Materials, 2001, 202-203(6): 92-96.

---

作者简介: 明兴祖, 男, 1964 出生, 博士研究生, 教授。主要研究方向为机械设计制造技术。

E-mail: mxz9036@126.com

严宏志, 男, 1964 出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为数字化制造理论与技术。

陈书涵, 男, 1978 出生, 博士研究生。研究方向为精密机械检测技术。

钟掘, 女, 1936 出生, 教授, 博士研究生导师, 中国工程院院士。研究方向为机械工程。